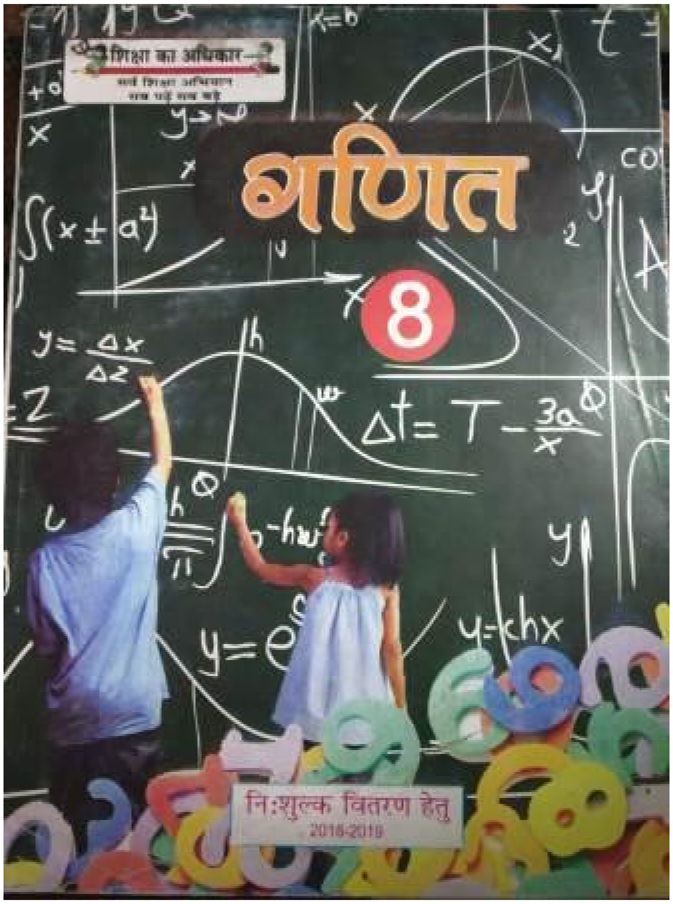

शिक्षा का अधिकार
गणित
8
नि:शुल्क वितरण हेतु
2018-2019

B2XKM5

(□□□□□ 8)

□-□□□□□□

[illegible] : 1 [illegible]

- B37GNS
- [illegible], [illegible], [illegible]
- [illegible]
- 1 [illegible] 0 [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

1.1 [illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] p [illegible] q [illegible] $q \neq 0$ [illegible], [illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

1.2 [illegible]

[illegible], [illegible], [illegible]

1.2.1 [illegible]

[illegible]

$\frac{3}{5}$ [illegible] $\frac{-13}{5}$ [illegible]

[illegible]- $\frac{3}{5} + \left(\frac{-13}{5}\right)$

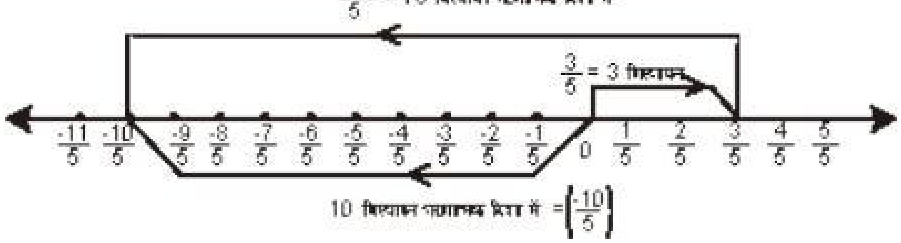
$= \frac{3-13}{5}$

$= \frac{-10}{5}$

$= \frac{-2}{1} = -2$

[illegible]

[illegible] $\frac{1}{5}$ [illegible]



$\therefore \frac{3}{5} + \left(\frac{-13}{5}\right)$ = [illegible] 0 [illegible] 3 [illegible] 13 [illegible]

= [illegible] 0 [illegible] 10 [illegible]

$= \left(\frac{-10}{5}\right)$

$= \left(\frac{-2}{1}\right)$ [illegible]

$= -2$

[illegible] :

- $\frac{4}{7}+\frac{8}{7}$ [illegible]
- $\frac{5}{9}+\left(\frac{-4}{9}\right)$ [illegible]

[illegible] 2: $\frac{5}{-9}+\frac{13}{9}$ [illegible]

[illegible] : $\frac{5}{-9}=\frac{5\times(-1)}{-9\times(-1)}=\frac{-5}{9}$ ([illegible] (–1) [illegible])

$\therefore \left(\frac{5}{-9}\right)+\frac{13}{9}=\left(\frac{-5}{9}\right)+\frac{13}{9}$

$= \frac{(-5)+13}{9}$

$= \frac{-5+13}{9}$

$= \frac{8}{9}$

[illegible] :

[illegible] :

(i) $\frac{4}{7}+\left(\frac{-8}{7}\right)$ (ii) $\left(\frac{-4}{9}\right)+\left(\frac{-2}{-9}\right)$

[illegible] ?

[illegible] :

1. [illegible] = $\dfrac{\text{परिमेय संख्याओं के अंशों का योगफल}}{\text{समान हर}}$

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{q}$ [illegible] = $\frac{p}{q}+\frac{r}{q}=\frac{p+r}{q}$

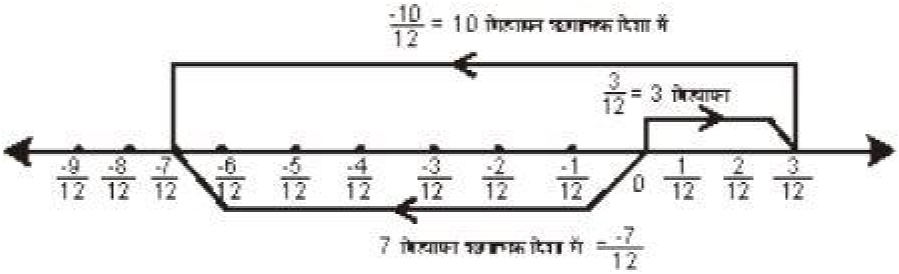
2. [illegible] :

[illegible] 1: $\frac{1}{4}$ [illegible] $\left(\frac{-5}{6}\right)$ [illegible]

[illegible] : [illegible]

[illegible] : $\frac{1}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{3}{12}+\left(\frac{-10}{12}\right)$ ([illegible])

[illegible] $\frac{1}{12}$ [illegible]



[illegible] $\frac{1}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)$

= [illegible] 0 [illegible] 3 [illegible]

10 [illegible]

= [illegible] 0 [illegible] 7 [illegible]

= $\left(\frac{-7}{12}\right)$

[illegible] : [illegible]

$\frac{1}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{3}{12}+\left(\frac{-10}{12}\right)$

$=\frac{3+(-10)}{12}$

$=\frac{3-10}{12}=\left(\frac{-7}{12}\right)$

[illegible] : $\frac{1}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{3}{12}+\left(\frac{-10}{12}\right)$

$= \frac{3+(-10)}{12}$

$= \frac{3-10}{12}$

$= \left(\frac{-7}{12}\right)$

□□□□□□□ 2: $\frac{2}{15}+\left(\frac{+9}{-10}\right)$ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□

□□ : $\frac{2}{15}+\left(\frac{9}{-10}\right)$

$= \frac{2}{15}+\left(\frac{-9}{10}\right)$

$= \frac{4}{30}+\frac{-27}{30}$

$= \frac{4+(-27)}{30}$

$= \frac{4-27}{30}$

$= \frac{-23}{30}$

□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □.□.□□□□□□ □□□□□ □□□□, □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □.□. □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□

□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□ :

> □□□□ $\frac{a}{b}$ □□ $\frac{c}{d}$ □□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□. □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□**:** $\frac{p}{q}$ □□ $\frac{r}{q}$ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□ **b** □□ **d** □□ **□0□0 q** □□□□

□□□□□□□ □□□□□□□ $\frac{-7}{-8}$ □□ $\frac{5}{-6}$ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□, □□ (–8) □□ (–6) □□ □0□0 □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□ □0□0 □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□

[illegible] $\frac{-7}{-8}$ [illegible] $\frac{5}{-6}$ [illegible] ?

[illegible]-

$$\frac{-7}{-8} = \frac{-7 \times (-1)}{-8 \times (-1)} = \frac{7}{8}$$

[illegible] $\frac{5}{-6} = \frac{5 \times (-1)}{-6 \times (-1)} = \frac{-5}{6}$

[illegible] 2 [illegible]

[illegible] :

[illegible], [illegible] (–1) [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{-q}$ [illegible] $\frac{-p}{-q}$ [illegible], [illegible]

$\frac{p}{-q} = \frac{-p}{q}$ [illegible] $\frac{-p}{-q} = \frac{p}{q}$

[illegible] :

[illegible] **:**

(i) $\frac{4}{-15}$ (ii) $\frac{-9}{-13}$

[illegible] 1 (a)

1. **[illegible] :**

(i) $\frac{4}{5}+\left(\frac{-2}{5}\right)$ (ii) $\left(\frac{-4}{-5}\right)+\left(\frac{2}{-5}\right)$

2. [illegible]-[illegible] :

(i) $\frac{3}{4}+\left(\frac{-3}{2}\right)$ (ii) $\left(\frac{-3}{-4}\right)+\left(\frac{5}{-6}\right)$

3. [illegible] 0 [illegible] 0 [illegible] :

(i) $\frac{5}{12}+\left(\frac{-7}{16}\right)$ (ii) $\left(\frac{-3}{-11}\right)+\left(\frac{-4}{33}\right)$

4. [illegible] :

(i) $2+\left(\frac{-1}{9}\right)$ (ii) $(-3)+\left(\frac{-2}{-3}\right)$

[illegible] :

1. [illegible] :

[illegible] : [illegible] $\left(\frac{2}{-15}\right)$ [illegible] $\left(\frac{-9}{10}\right)$ [illegible]?

[illegible] : $\left(\frac{2}{-15}\right) \pm \left(\frac{-9}{10}\right)$

$= \frac{(-1)\times 2}{(-1)\times(-15)}+\left(\frac{-9}{10}\right)$ [[illegible] (–1) [illegible]]

$= \left(\frac{-2}{15}\right)+\frac{-9}{10}$

$= \frac{-2\times 2+(-9)\times 3}{30}$ [15, 10 [illegible] = 30]

$= \frac{-4+(-27)}{30}$

$= \frac{-4-27}{30}$

$= \frac{-31}{30}$, [illegible]

∴ [illegible]

[illegible] :

[illegible]-[illegible] :

(i) $\left(\frac{-3}{-1}\right)+\left(\frac{-4}{-3}\right)$ (ii) $\left(\frac{-7}{24}\right)+\left(\frac{2}{-9}\right)$

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{s}$ [illegible], [illegible] $\left(\frac{p}{q}+\frac{r}{s}\right)$ [illegible]: [illegible] ‘[illegible]’ [illegible]

2. [illegible] :

[illegible] 1: [illegible] :

(i) $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{7}+\left(\frac{-5}{6}\right)$

[illegible] ?

[illegible] :(i) $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{7}+\left(\frac{-5}{6}\right)$

= $\frac{(-35)+12}{42}$ = $\frac{12+(-35)}{42}$

= $\frac{-35+12}{42}$ = $\frac{12-35}{42}$

= $\frac{-23}{42}$ = $\frac{-23}{42}$

[illegible] ।

[illegible] :

[illegible] :

(1) $\left(\frac{-5}{-8}\right)+\left(\frac{-7}{12}\right)$ (2) $\left(\frac{-7}{12}\right)+\left(\frac{-5}{-8}\right)$ [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{s}$ [illegible], [illegible] $\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{r}{s}+\frac{p}{q}$

[illegible]: [illegible] '[illegible]' [illegible]

3. [illegible] :

[illegible] 1: [illegible]

(i) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)+\frac{3}{4}\right]+\left(\frac{1}{-5}\right)$ (ii) $\left(\frac{-2}{3}\right)+\left[\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{-5}\right)\right]$

[illegible] ?
[illegible] :

(i) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)+\frac{3}{4}\right]+\left(\frac{1}{-5}\right)$ (ii) $\left(\frac{-2}{3}\right)+\left[\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{-5}\right)\right]$

$= \left[\frac{(-8)+9}{12}\right]+\left(\frac{-1}{5}\right)$ $= \left(\frac{-2}{3}\right)+\left[\frac{\quad +(-4)}{20}\right]$

$= \left(\frac{-8+9}{12}\right)+\left(\frac{-1}{5}\right)$ $= \left(\frac{-2}{3}\right)+\left(\frac{15-4}{20}\right)$

$= \frac{1}{12}+\left(\frac{-1}{5}\right)$ $= \left(\frac{-2}{3}\right)+\frac{1}{20}$

$= \frac{5+(-12)}{60}$ $= \frac{(-40)+33}{60}$

$= \frac{5-12}{60}$ $= \frac{-40 \; +33}{60}$

$= \frac{-7}{60}$ $= \frac{-7}{60}$

[illegible]

[illegible] :

[illegible]

(i) $\left[\left(\frac{-4}{7}\right)+\frac{1}{4}\right]+\left(\frac{1}{-2}\right)$ **(ii)** $\left(\frac{-4}{7}\right)+\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{-2}\right)\right]$

[illegible] :

[illegible]

[illegible] :

[illegible] $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{s}$ [illegible] $\frac{t}{u}$ [illegible], [illegible]

$\left(\frac{p}{q}+\frac{r}{s}\right)+\frac{t}{u}=\frac{p}{q}+\left(\frac{r}{s}+\frac{t}{u}\right)$

[illegible]: [illegible] '[illegible]' [illegible]

□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□

□□□□□□□ 2: □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □ $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{17}{10}+\left(\frac{7}{-12}\right)$

□□ : $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{17}{10}+\left(\frac{7}{-12}\right)$ $=$ $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{17}{10}+\left(\frac{-7}{12}\right)$

$= \frac{(-50)+102+(-35)}{60}$ [6, 10, 12 □□ □0□0 = 60]

$= \frac{-50 \; +102-35}{60}$

$= \frac{17}{60}$

□□□□□□□ 1(b)

1. □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□/□□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\left(\frac{-4}{5}\right)+\left(\frac{-4}{5}\right)=\left(\frac{-8}{5}\right)$

(ii) $\left[\frac{-6}{7}+6\right]$ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□

(iii) □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□

(iv) □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□

2. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□:

(i) $\left(\frac{-3}{4}\right)$ □□ 3 (ii) (-1) □□ $\left(\frac{-2}{3}\right)$

3. □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\left(\frac{-5}{8}\right)+\left(\frac{-9}{13}\right)=\left(\frac{-9}{13}\right)+\left(\frac{-5}{8}\right)$

(ii) $3+\left(\frac{-7}{12}\right)=\left(\frac{-7}{12}\right)+3$

(iii) $\left[\left(\frac{-4}{7}\right)+\frac{1}{4}\right]+\left(\frac{7}{-16}\right)=\left(\frac{-4}{7}\right)+\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{7}{-16}\right)\right]$

4. □□□□ A □□ B □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ A + B = $\frac{-15}{11}$ □□, □□ B + A □□□□□□ □□□□□□□

5. [illegible] :

(i) $(\;\ldots\;)+\left(\frac{-12}{7}\right)=\left(\frac{-12}{7}\right)+\left(\frac{5}{-11}\right)$

(ii) $[(-10)+\ldots]+\left(\frac{-7}{12}\right)=(-10)+\left[\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{12}\right)\right]$

6. [illegible] :

(i) $\frac{3}{4}+\left(\frac{-8}{9}\right)+\frac{5}{8}$ (ii) $\left(\frac{-9}{10}\right)+\frac{22}{15}+\left(\frac{13}{-20}\right)$

7. [illegible] :

(i) $\frac{3}{7}+\left(\frac{-5}{14}\right)+\left(\frac{-1}{14}\right)$ (ii) $\frac{2}{5}+\left(\frac{-8}{-3}\right)+\left(\frac{4}{-5}\right)+\left(\frac{-2}{3}\right)$

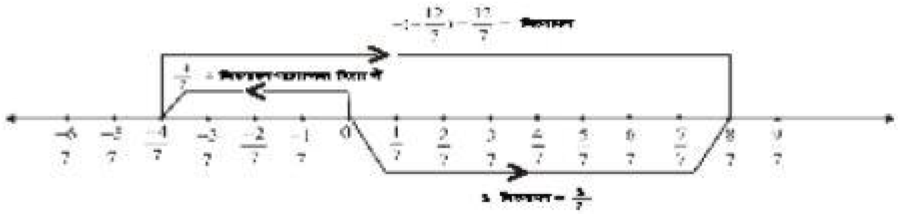
1.2.2 [illegible]

[illegible] **:**

[illegible] **1:** $\left(\frac{-4}{7}\right)$ [illegible] $\left(\frac{-12}{7}\right)$ [illegible]

[illegible] : [illegible]

[illegible] $\frac{1}{7}$ [illegible]



$\left(\frac{-4}{7}\right)-\left(\frac{-12}{7}\right)=\left(\frac{-4}{7}\right)+\frac{12}{7}$

= [illegible] 0 [illegible] 4[illegible] 12 [illegible]

= [illegible] 0 [illegible] 8 [illegible]

= $\frac{8}{7}$

[illegible] :

[illegible] : $\left(\frac{-4}{7}\right)-\left(\frac{-12}{7}\right)=\frac{(-4)-(-12)}{7}$

$= \frac{-4+12}{7}$

$= \frac{8}{7}$

[illegible] 2: $\left(\frac{3}{-4}\right) - \left(\frac{-5}{-4}\right)$ [illegible]

[illegible] : $\left(\frac{3}{-4}\right) - \left(\frac{-5}{-4}\right) = \frac{(-1)\times 3}{(-1)\times(-4)} - \frac{(-1)\times(-5)}{(-1)\times(-4)}$

$= \left(\frac{-3}{4}\right) - \frac{5}{4}$

$= \frac{(-3)-5}{4}$

$= \frac{-3-5}{4}$

$= \frac{-8}{4}$

$= \frac{-2\times 4}{4}$

$= -2$ ([illegible])

[illegible] :

(i) $\left(\frac{7}{-1}\right) - \left(\frac{-3}{1}\right)$ (ii) $\left(\frac{-9}{-3}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)$

[illegible] :

[illegible] = $\frac{\text{परिमेय संख्याओं के अंशों का अन्तर}}{\text{समान हर}}$ [illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ **[illegible]** $\frac{r}{q}$ **[illegible], [illegible]** $\frac{p}{q} - \frac{r}{q} = \frac{p-r}{q}$

[illegible] :

[illegible] 1 $\left(\frac{-5}{4}\right)$ [illegible] $\left(\frac{5}{-6}\right)$ [illegible]

[illegible] : [illegible]

[illegible] : $\frac{5}{-6} = \frac{5\times(-1)}{(-6)\times(-1)}$

$= \frac{-5}{6}$

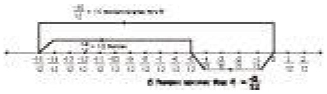
$\frac{-5}{4} = \frac{-5\times 3}{4\times 3} = \frac{-15}{12}$

□□□ $\frac{-5}{6}=\frac{-5\times2}{6\times2}$ = $\frac{-10}{12}$ (□□□□ □□)

∴ $\left(\frac{-5}{4}\right)-\left(\frac{5}{-6}\right)=\left(\frac{-5}{4}\right)-\left(\frac{-5}{6}\right)$

= $\left(\frac{-15}{12}\right)-\left(\frac{-10}{12}\right)$ (4□□□ 6 □□ □0□0= 12)

= $\left(\frac{-15}{12}\right)+\frac{10}{12}$



□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ $\frac{1}{12}$ □□ □□□□□□□□ □□□

∴ $\frac{-5}{4}-\left(\frac{5}{-6}\right)$ = □□□□□□ □□□□ □□ 0 □□ □□□□□□□ □□□□ □□□ 15 □□□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ 10 □□□□□□□□□

= □□□□□□ □□□□ □□ 0 □□ □□□□□□□ □□□□ □□□ 5 □□□□□□□□□

= $\left(\frac{-5}{12}\right)$

□□□□□□□□ □□□□ : □□□□ □□ □□□ □□

□□: $\left(\frac{-5}{4}\right)-\left(\frac{5}{-6}\right)=\frac{-5}{4}-\left(\frac{-5}{6}\right)$

= $\frac{-5}{4}+\frac{5}{6}$

= $\frac{-15}{12}+\frac{10}{12}$ (4 □□□ 6 □□ □0□0= 12)

= $\frac{-15+10}{12}$

= $\frac{-5}{12}$

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□ □□□□□□ :

(i) $\left(\frac{-5}{12}\right)-\left(\frac{7}{-18}\right)$ (ii) $\left(\frac{-5}{16}\right)-\left(\frac{-1}{-12}\right)$

(iii) $\frac{4}{15}-\left(\frac{-9}{10}\right)$

□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ :

[illegible] $\frac{a}{b}$ [illegible] $\frac{c}{d}$ [illegible] **:** $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{q}$ [illegible], [illegible] **b** [illegible] **d** [illegible] **0 0 q** [illegible]

[illegible] 2: [illegible] $\left(\frac{-1}{2}\right)$ [illegible] $\left(\frac{-8}{19}\right)$ [illegible], [illegible]

[illegible]: [illegible], [illegible] $\left(\frac{-1}{2}\right)$ [illegible] $\left(\frac{-8}{19}\right)$ [illegible]

[illegible] = $\left(\frac{-1}{2}\right) - \left(\frac{-8}{19}\right)$

= $\left(\frac{-1}{2}\right) + \frac{8}{19}$

= $\frac{-19}{38} + \frac{16}{38}$ ([illegible] 2 [illegible] 19 [illegible] 0 [illegible] 0 = 38)

= $\frac{-19 \; +16}{38}$

= $\frac{-3}{38}$

[illegible] 3: [illegible] :

$\left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{5}{9} - \left(\frac{-7}{6}\right)$

[illegible]: $\left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{5}{9} - \left(\frac{-7}{6}\right)$

= $\frac{-2}{3} + \frac{5}{9} + \frac{7}{6}$

= $\frac{-12}{18} + \frac{10}{18} + \frac{21}{18}$ ([illegible] 3, 9, 6 [illegible] 0 [illegible] 0 = 18)

= $\frac{-12 \; +10 \; +21}{18}$

= $\frac{19}{18}$ = $1\frac{1}{18}$

[illegible]

1. [illegible]

[illegible] 1: $\left(\frac{-5}{8}\right)$ [illegible] $\left(\frac{3}{-7}\right)$ [illegible] ?

[illegible]: $\left(\frac{-5}{8}\right)-\left(\frac{3}{-7}\right)$

$= \left(\frac{-5}{8}\right)-\left(\frac{-3}{7}\right)$

$= \frac{-5}{8}+\frac{3}{7}$

$= \frac{-35}{56}+\frac{24}{56}$

$= \frac{-35+24}{56}$

$= \frac{-11}{56}$

[illegible]

[illegible] :

[illegible] :

(i) $\left(\frac{-5}{27}\right)-\left(\frac{10}{-9}\right)$ (ii) $\frac{7}{10}-\left(\frac{-5}{8}\right)$

[illegible] :

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{s}$ [illegible] $\left(\frac{p}{q}-\frac{r}{s}\right)$ [illegible]**:** [illegible] ‘[illegible]’ [illegible]

2. [illegible]

[illegible] **1:** [illegible] **:**

(i) $\frac{11}{24}-\left(\frac{-8}{9}\right)$ (ii) $\left(\frac{-8}{9}\right)-\frac{1}{24}$

[illegible] ?

[illegible]:(i) $\frac{11}{24}-\left(\frac{-8}{9}\right)$ (ii) $\left(\frac{-8}{9}\right)-\frac{1}{24}$

$= \frac{1}{2}+\frac{8}{9}$ $= \frac{-6}{7}-\frac{3}{7}$

$= \frac{3}{7}+\frac{6}{7}$ $= \frac{-6-3}{7}$

$= \frac{3+6}{7}$ $= \frac{-9}{7}$

$= \frac{9}{7}$ · $-\frac{9}{7}$

[illegible]

[illegible] $\frac{1}{4} - \left(\frac{-8}{9}\right) \neq \left(\frac{-8}{9}\right) - \frac{1}{4}$

[illegible] :

[illegible]

(i) $\left(\frac{-6}{3}\right) - \left(\frac{5}{-1}\right)$ (ii) $\left(\frac{5}{-1}\right) - \left(\frac{-6}{3}\right)$

[illegible] :

[illegible]

[illegible]

[illegible]f[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{s}$ [illegible], [illegible] $\frac{p}{q} - \frac{r}{s} \neq \frac{r}{s} - \frac{p}{q}$

[illegible]: [illegible] '[illegible] (Commutative) [illegible]' [illegible]

3. [illegible] :

[illegible]: [illegible] :

(i) $\left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{-5}\right)\right] - \left(\frac{-2}{3}\right)$ (ii) $\frac{3}{4} - \left[\left(\frac{1}{-5}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)\right]$

[illegible] ?

[illegible]:(i) $\left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{-5}\right)\right] - \left(\frac{-2}{3}\right)$ (ii) $\frac{3}{4} - \left[\left(\frac{1}{-5}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)\right]$

= $\left[\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right] + \frac{2}{3}$ = $\frac{3}{4} - \left[\frac{-1}{5} + \frac{2}{3}\right]$

= $\left(\frac{15+4}{20}\right) + \frac{2}{3}$ = $\frac{3}{4} - \left[\frac{-3+10}{15}\right]$

= $\frac{19}{20} + \frac{2}{3}$ = $\frac{3}{4} - \frac{7}{15}$

$= \frac{5 + 4}{6} = \frac{5 - 2}{6}$

$= \frac{9}{6} = \frac{7}{6}$

[illegible]

[illegible] $\left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{-5}\right)\right] - \left(\frac{-2}{3}\right) \neq \frac{3}{4} - \left[\left(\frac{1}{-5}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)\right]$

[illegible] :

[illegible] :

(i) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right) - \left(\frac{-3}{2}\right)\right] - \frac{1}{6}$ (ii) $\left(\frac{-2}{3}\right) - \left[\left(\frac{-3}{2}\right) - \frac{1}{6}\right]$

[illegible] :

[illegible], [illegible], [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}$ [illegible] $\frac{t}{u}$ [illegible], [illegible]

$\left(\frac{p}{q} - \frac{r}{s}\right) - \frac{t}{u} \neq \frac{p}{q} - \left(\frac{r}{s} - \frac{t}{u}\right)$

[illegible]: [illegible] ‘[illegible] (A[illegible]a[illegible]) [illegible]’ [illegible]

[illegible] 1([illegible])

1. [illegible]

(i) $\frac{2}{3} - \frac{5}{3}$ (ii) $\frac{2}{3} - \left(\frac{-5}{3}\right)$

(iii) $\left(\frac{-2}{3}\right) - \left(\frac{-5}{3}\right)$ (iv) $\left(\frac{-2}{3}\right) - \frac{5}{3}$

2. [illegible] :

(i) $\frac{3}{7} - \frac{8}{7}$

(ii) $\left(\frac{-4}{6}\right) - \left(\frac{3}{4}\right)$

3. [illegible] :

(i) $\left(\frac{-5}{3}\right) - \left(\frac{-4}{6}\right) = \ldots$ (ii) $\left(\frac{-7}{9}\right) - \ldots = 3$

(iii) $2 - \ldots = \left(\frac{-3}{4}\right)$ (iv) $\ldots - \left(\frac{-2}{3}\right) = \left(\frac{5}{-6}\right)$

4. (i) $\frac{6}{7}$ [illegible] $\left(\frac{-2}{9}\right)$ [illegible]?

(ii) $\left(\frac{-7}{2}\right)$ [illegible] $\frac{5}{6}$ [illegible] ?

5. [illegible] –5 [illegible] $\left(\frac{-6}{7}\right)$ [illegible], [illegible]

6. [illegible] :

(i) $\frac{1}{6} + \left(\frac{-2}{5}\right) - \left(\frac{-2}{5}\right)$ (ii) $\frac{3}{8} - \left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{-5}{6}\right)$

7. [illegible] ?

(i) $\frac{2}{5}$ [illegible] $\left(\frac{-2}{5}\right)$ [illegible]

(ii) $\left(\frac{-2}{7}\right) - \frac{3}{7} = \frac{-3}{7} - \left(\frac{-2}{7}\right)$

(iii) $\left(\frac{-3}{4}\right) - \left(\frac{-7}{4}\right) > \frac{1}{4}$

(iv) $-5 < \left[\left(\frac{-2}{7}\right) - \frac{8}{7}\right]$

1.2.3 [illegible]

[illegible]

[illegible] **:** $\left(\frac{-3}{5}\right)$ [illegible] $\frac{4}{7}$ [illegible]

[illegible]: $\left(\frac{-3}{5}\right) \times \frac{4}{7} = \frac{(-3)\times 4}{5 \times 7} = \frac{-12}{35}$

= $-\frac{2}{3}$

□□□□□□□ 2: $\left(\frac{-4}{9}\right)\times(-27)$ □□ □□□□ □□□□□□□

□□: $\left(\frac{-14}{9}\right)\times(-27)=\left(\frac{-4}{9}\right)\times\left(\frac{-27}{1}\right)$

= $\frac{(-4)\times(-27)}{9\times1}$

= $\frac{4\times27}{9}$

= $\frac{4\times3\times9}{9}$

= $\frac{4\times3}{1}=\frac{12}{1}=12$

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ :

(i) $\left(\frac{5}{-7}\right)\times\left(\frac{-3}{6}\right)$ (ii) $\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-5}{-4}\right)$ (iii) $\frac{4}{9}\times\left(\frac{-2}{4}\right)$

□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ :

□□f□ $\frac{p}{q}$ □□□□ $\frac{r}{s}$ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□, □□ $\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{p\times r}{q\times s}$

□□□□□□□ 1(d)

1. □□ □□□□□□□ :

(i) $\left(\frac{-9}{8}\right)\times\left(\frac{-2}{-3}\right)$ (ii) $(-2)\times\left(\frac{-7}{8}\right)$

(iii) $\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{2}{-3}\right)$ (iv) $\frac{3}{5}\times\left(\frac{-2}{3}\right)$

2. □□□□□ □□□□□□□ :

(i) $\frac{7}{6}$ keâes (-2) mes (ii) $\left(\frac{-9}{8}\right)$ keâes $\left(\frac{-6}{-3}\right)$ mes

(iii) $\left(\frac{6}{-2}\right)$ keâes $\left(\frac{-4}{5}\right)$ mes (iv) $\left(\frac{-3}{5}\right)$ keâes $\left(\frac{-1}{9}\right)$ □□

□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ :

1. □□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□ □: □□□□□□□ □□□□□□□□□ $\left(\frac{-8}{7}\right)$ □□ $\left(\frac{-4}{-5}\right)$ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ ?

[illegible]: $\left(\frac{-8}{7}\right) \times \frac{-14}{-15} = \frac{-8 \times (-14)}{7 \times (-15)}$

- $\frac{112}{-105}$

- $\frac{16}{-15}$ • $-\frac{16}{15}$

[illegible]

[illegible] **:**

[illegible] :

(i) $\left(\frac{15}{-2}\right) \times \left(\frac{-4}{1}\right)$ **(ii)** $\left(\frac{-3}{-8}\right) \times \left(\frac{20}{-9}\right)$

[illegible],

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{s}$ [illegible], [illegible] $\left(\frac{p}{q} \times \frac{r}{s}\right)$ [illegible]

[illegible]**:** [illegible] ‘[illegible]’ [illegible]

2. [illegible] **:**

[illegible] 1 [illegible] :

$\left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{7}{-1}\right)$ [illegible] $\left(\frac{7}{-1}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right)$

[illegible] ?

[illegible]: (i) $\left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{7}{-1}\right)$ (ii) $\left(\frac{7}{-1}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right)$

$= \frac{(-3) \times 7}{4 \times (-1)}$ $= \frac{7 \times (-3)}{(-1) \times 4}$

$= \frac{-21}{-4}$ $= \frac{-21}{-4}$

$= \frac{21}{4}$ $= \frac{21}{4}$

[illegible]

[illegible] :

[illegible] :

1. $\left(\frac{-2}{-5}\right)\times\left(\frac{7}{-4}\right)$ [illegible] $\left(\frac{7}{-4}\right)\times\left(\frac{-2}{-5}\right)$

2. $\left(\frac{-3}{2}\right)\times\left(\frac{5}{-6}\right)$ [illegible] $\left(\frac{5}{-6}\right)\times\left(\frac{-3}{2}\right)$

[illegible] :

[illegible]

[illegible]**f**[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{r}{s}$ [illegible], [illegible] $\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{r}{s}\times\frac{p}{q}$

[illegible]: [illegible] '[illegible] (Commutative) [illegible]' [illegible]

3. [illegible] **:**

[illegible] 1: [illegible] :

(i) $\left[\left(\frac{-4}{5}\right)\times\left(\frac{3}{-7}\right)\right]\times\frac{2}{9}$ (ii) $\left(\frac{-4}{5}\right)\times\left[\left(\frac{3}{-7}\right)\times\frac{2}{9}\right]$

[illegible] ?

[illegible]:(i) $\left[\left(\frac{-4}{5}\right)\times\left(\frac{3}{-7}\right)\right]\times\frac{2}{9}$ (ii) $\left(\frac{-4}{5}\right)\times\left[\left(\frac{3}{-7}\right)\times\frac{2}{9}\right]$

$= \left[\frac{(-4)\times 3}{5\times(-7)}\right]\times\frac{2}{9}$ $= \left(\frac{-4}{5}\right)\times\frac{3\times 2}{(-7)\times 9}$

$= \left(\frac{-12}{-35}\right)\times\frac{2}{9}$ $= \left(\frac{-4}{5}\right)\times\left(\frac{6}{-63}\right)$

$= \frac{-24}{-315}$ $= \frac{(-4)\times 6}{5\times(-63)}$

$= \frac{(-3)\times 8}{(-3)\times 105}$ $= \frac{-24}{-315}$

$= \frac{8}{105}$ $= \frac{(-3)\times 8}{(-3)\times 105}$

$= \frac{8}{105}$

[illegible]

[illegible] :

[illegible]

[illegible]

1. $\left[\left(\frac{-7}{9}\right)\times\left(\frac{3}{-2}\right)\right]\times\left(\frac{-4}{-5}\right)$ [illegible] $\left(\frac{-7}{9}\right)\times\left[\left(\frac{3}{-2}\right)\times\left(\frac{-4}{-5}\right)\right]$
2. $\left[\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left(\frac{-3}{-4}\right)\right]\times\left(\frac{-1}{2}\right)$ [illegible] $\left(\frac{2}{-3}\right)\times\left[\left(\frac{-3}{-4}\right)\times\left(\frac{-1}{2}\right)\right]$

[illegible] :

[illegible] $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}$ [illegible] $\frac{t}{u}$ [illegible], [illegible] $\left(\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}\right)\times\frac{t}{u} = \frac{p}{q}\times\left(\frac{r}{s}\times\frac{t}{u}\right)$

[illegible]: [illegible] ‘[illegible] (Associative) [illegible]’ [illegible]

[illegible]

[illegible] : [illegible] :
$\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{-10}{-9}\right)\times\left(\frac{21}{-4}\right)\times(-6)$

[illegible]: $\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{-10}{-9}\right)\times\left(\frac{21}{-4}\right)\times(-6)$

$= \frac{(-3)\times(-10)\times 21\times(-6)}{5\times(-9)\times(-4)\times 1}$

$= \frac{-3\times 10\times 21\times 6}{5\times 9\times 4\times 1}$

= –21

1.2.4 [illegible]

[illegible] :

$4 \times (5 + 6) = 4 \times 5 + 4 \times 6$

$(-5) \times (6 + 7) = (-5) \times 6 + (-5) \times 7$

$6 \times [(-7) + (-8)] = 6 \times (-7) + 6 \times (-8)$

[illegible] ?

[illegible] : [illegible] :

(i) $\left(\frac{-4}{3}\right) \times \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{-7}{5}\right)\right]$ (ii) $\left(\frac{-4}{3}\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left(\frac{-7}{5}\right)$

[illegible]: (i) $\left(\frac{-4}{3}\right) \times \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{-7}{5}\right)\right]$ (ii) $\left(\frac{-4}{3}\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left(\frac{-7}{5}\right)$

$= \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left[\frac{5}{10} + \frac{(-14)}{10}\right]$ $= \frac{(-4) \times 1}{3 \times 2} + \frac{(-4) \times (-7)}{3 \times 5}$

$= \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left[\frac{5 + (-14)}{10}\right]$ $= \frac{-4}{6} + \frac{28}{15}$

$= \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left[\frac{5 - 14}{10}\right]$ $= \frac{-20}{30} + \frac{56}{30}$

$= \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left(\frac{-9}{10}\right)$ $= \frac{(-20) + 56}{30}$

$= \frac{(-4) \times (-9)}{3 \times 10}$ $= \frac{36}{30}$

$= \frac{36}{30}$

$= \frac{6}{5}$

[illegible]

$\therefore \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{-7}{5}\right)\right] = \left(\frac{-4}{3}\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{-4}{3}\right) \times \left(\frac{-7}{5}\right)$

[illegible] :

[illegible]

$\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left[\left(\frac{4}{-5}\right) + \left(\frac{-6}{-7}\right)\right]$ [illegible] $\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{4}{-5}\right) + \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-6}{-7}\right)$

[illegible] :

[illegible], [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible]f[illegible] $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}$ [illegible] $\frac{t}{u}$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] $\frac{p}{q} \times \left(\frac{r}{s} + \frac{t}{u}\right) = \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} + \frac{p}{q} \times \frac{t}{u}$

[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (Distributive) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] 1(e)

1.[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

(i) $\left(\frac{2}{-5}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{2}{-5}\right)$

(ii) $\left[\left(\frac{-2}{-3}\right) \times \frac{1}{5}\right] \times \left(\frac{-2}{7}\right) = \left(\frac{-2}{-3}\right) \times \left[\frac{1}{5} \times \left(\frac{-2}{7}\right)\right]$

(iii) $\frac{3}{4}$ [illegible] $\left(\frac{-5}{7}\right)$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(iv) $\left[\left(\frac{7}{-8}\right) + \left(\frac{-5}{6}\right)\right] \times \frac{3}{4} = \left(\frac{7}{-8}\right) \times \frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6}\right) \times \frac{3}{4}$

2.[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

(i) $\frac{2}{7} \times \left(\frac{-1}{8}\right) = \left(\frac{-1}{8}\right) \times \frac{2}{7}$

(ii) $\left(\frac{-8}{9}\right) \times \frac{5}{7} = \frac{5}{7} \times \left(\frac{-8}{9}\right)$

(iii) $\left(\frac{-8}{7}\right) \times \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{-4}{3}\right)\right] = \left[\left(\frac{-8}{7}\right) \times \frac{1}{2}\right] \times \left(\frac{-4}{3}\right)$

3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

(i) $\frac{2}{1} \times \left(\frac{-3}{7}\right) = \left(\frac{-3}{7}\right) \times \ldots$

(ii) $\ldots \times \left[\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{-2}\right)\right] = \left[\left(\frac{-1}{3}\right) \times \ldots\right] \times \left(\frac{3}{-2}\right)$

(iii) $\left(\frac{-5}{7}\right)\times\left[\ldots+\left(\frac{-4}{7}\right)\right]=\left(\frac{-5}{7}\right)\times\frac{2}{5}+\ldots\times\left(\frac{-4}{7}\right)$

4. [illegible] :

(i) $(-3)\times\left(\frac{-10}{9}\right)\times\left(\frac{18}{-5}\right)\times\left(\frac{-1}{-6}\right)$ (ii) $\left(\frac{-1}{-9}\right)\times\frac{3}{20}\times(-4)\times\left(\frac{6}{-5}\right)$

1.2.5 ‘[illegible]’ [illegible] ‘[illegible]’ [illegible]

‘[illegible]’ [illegible]

[illegible] 0 [illegible] $\frac{0}{1},\frac{0}{2},\frac{0}{3},\ldots$, $\frac{0}{-1},\frac{0}{-2},\frac{0}{-3},\ldots$ [illegible]

[illegible] :

1. $\frac{0}{5},\frac{0}{-1},\frac{0}{10},\frac{0}{-3}$ [illegible]

2. 0 [illegible] $\frac{p}{q}, q\neq 0$ [illegible]

[illegible] : $\mathbf{0}=\frac{\mathbf{p}}{\mathbf{q}}$ [illegible] $p = 0$, q [illegible] $q \neq 0$

[illegible]

1. [illegible]

[illegible]

[illegible] $(-9) + 0 = (-9)$

[illegible], [illegible] ?

[illegible] : [illegible] :

(i) $\left(\frac{-2}{3}\right)+0$ (ii) $0+\left(\frac{-2}{3}\right)$

[illegible]: (i) $\left(\frac{-2}{3}\right)+0=\left(\frac{-2}{3}\right)+\frac{0}{3}=\frac{(-2)+0}{3}=\frac{-2}{3}$

(ii) $0+\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{0}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{0+(-2)}{3}=\frac{-2}{3}$

∴ $\left(\frac{-2}{3}\right)+0=\left(\frac{-2}{3}\right)=0+\left(\frac{-2}{3}\right)$

[illegible] :

[illegible] :

$\left(\frac{-3}{5}\right)+0=\left(\frac{-3}{5}\right)=0+\left(\frac{-3}{5}\right)$

[illegible] :

[illegible], [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible],[illegible] $\frac{p}{q}+0=\frac{p}{q}=0+\frac{p}{q}$

[illegible] '[illegible] ([illegible])' [illegible]

2. [illegible]

[illegible]

[illegible], (– 4) x 0 = 0

[illegible] ?

[illegible] : [illegible] :

(i) $\left(-\frac{6}{5}\right)\times 0$ (ii) $\left(\frac{7}{-1}\right)\times 0$

[illegible]: (i) $\left(-\frac{6}{5}\right)\times 0=\left(\frac{-6}{5}\right)\times\frac{0}{1}=\frac{(-6)\times 0}{5\times 1}=\frac{0}{5}=0$

(ii) $\left(\frac{7}{-1}\right)\times 0=\left(\frac{7}{-1}\right)\times\frac{0}{1}=\frac{7\times 0}{(-1)\times 1}=\frac{0}{-1}=0$

[illegible] :

[illegible] :

(i) $(-5)\times 0$ (ii) $\left(\frac{2}{-5}\right)\times 0$

(iii) $\left(\frac{-8}{9}\right)\times 0$ (iv) $0\times\left(\frac{-3}{-4}\right)$

[illegible] :

[illegible]

□□f□ $\frac{p}{q}$ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□, □□ $\frac{p}{q}\times 0 = 0\times\frac{p}{q} = 0$

1 (□□) □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □ □□ $\frac{1}{1},\frac{2}{2},\frac{3}{3},\ldots,\frac{0}{0},\ldots,\frac{101}{101},\ldots,\frac{-1}{-1},\frac{-5}{-5},\frac{-2}{-2},\ldots$ (□□) □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □ □□

1. $\frac{-100}{-100},\frac{501}{501},\frac{-8}{-8},\frac{-2537}{-2537}$ □□ □□□ □□□□□□

□. □ □□ □□□□□□ □□□□□□ $\frac{p}{q}, q \neq 0$ □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□

□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□ :

$1 = \frac{p}{q}$**, □□□□ □□** p = q = □□□□□□□□ □□□ p = q ≠ 0

1 □□ □□ □□□□□□ :

□□□□ □□ □□□□□□ □□□□

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□

□□□□, (-9) × 1 = (-9) = 1 × (-9)

□□□□□□ : □□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□

(i) $\left(\frac{5}{-7}\right)\times 1$ (ii) $\left(\frac{-6}{-1}\right)\times 1$ (iii) $1\times(-5)$ (iv) 1×0

□□: (i) $\left(\frac{5}{-7}\right)\times 1 = \left(\frac{5}{-7}\right)\times\frac{1}{1} = \frac{5\times 1}{(-7)\times 1} = \left(\frac{5}{-7}\right)$

(ii) $\left(\frac{-6}{-1}\right)\times 1 = \left(\frac{-6}{-1}\right)\times\frac{1}{1} = \frac{(-6)\times 1}{(-1)\times 1} = \left(\frac{-6}{-1}\right)$

(iii) $1\times(-5) = \frac{1}{1}\times\left(\frac{-5}{1}\right) = \frac{1\times(-5)}{1\times 1} = \left(\frac{-5}{1}\right) = (-5)$

(iv) $1\times 0 = \frac{1}{1}\times\frac{0}{1} = \frac{1\times 0}{1\times 1} = \frac{0}{1} = 0$

□□□□□□ □□□□□ :

□□□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ :

(i) $\left(\frac{-3}{4}\right)\times 1$ (ii) $1\times\left(\frac{-8}{-9}\right)$

(iii) $(-6)\times 1$ (iv) $\left(\frac{1}{-2}\right)\times 1$

[illegible] :

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible], [illegible] $\frac{p}{q}\times \mathbf{1}=\frac{p}{q}=\mathbf{1}\times\frac{p}{q}$

[illegible] ([illegible])’ [illegible]

[illegible] :

[illegible]. [illegible]

[illegible]

[illegible], (–[illegible]) [illegible] (–12) ± 12 = 0

[illegible] ?

[illegible] : [illegible] :

(i) $\frac{3}{5}$ [illegible] $\left(\frac{-3}{5}\right)$ (ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)$ [illegible] $\frac{4}{7}$

[illegible]: (i) $\frac{3}{5}+\left(\frac{-3}{5}\right)=\frac{3+(-3)}{5}=\frac{3-3}{5}=\frac{0}{5}=0$

(ii) $\left(\frac{-4}{7}\right)+\frac{4}{7}=\frac{(-4)+4}{7}=\frac{-4+4}{7}=\frac{0}{7}=0$

[illegible] :

[illegible] :

(i) $\left(\frac{-6}{1}\right)+\frac{6}{1}$ (ii) $\frac{8}{5}+\left(\frac{-8}{5}\right)$

$\frac{3}{5}$ [illegible] $=\left(\frac{-3}{5}\right)$, [illegible] $\frac{3}{5}+\left(\frac{-3}{5}\right)=0$

[illegible] $\left(\frac{-4}{7}\right)$ [illegible] $=-\left(\frac{-4}{7}\right)=\frac{4}{7}$, [illegible] $\left(\frac{-4}{7}\right)+\frac{4}{7}=0$

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\left(\frac{-6}{1}\right)$ (ii) $\frac{8}{5}$

□□□□□□□ □□□□□□□□□ x □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□=-x□□□□□□□□□□ x + (-x) =0, □□□□□□□□□

□□fo $\frac{p}{q}$ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□, □□ $\frac{p}{q}$ keâe □□sieelcekeâ Øeefleueeesce $= -\frac{p}{q}$, □□□ $\left(-\frac{p}{q}\right)$ keâe □□sieelcekeâ Øeefleueeesce $= -\left(-\frac{p}{q}\right) = \frac{p}{q}$

heeefjcesÙe mebK□□ kesâ **□□sieelcekeâ Øeefleueeesce** (Additive Inverse) **□□heeefjcesÙe mebK□□ keâe $e+Ceelcekeâ** (Negative) □□ **efJehejerle** (Opposite) Yeer keâneles nQ~

2. heeefjcesÙe mebK□□ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce :

□□fo oes heeefjcesÙe mebK□□DeeW keâe iegCeveheâue 1 nes, □□ Gve□□□ mes ØelÙeskeâ otmejs keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce keâneueelee nw~

□□□□□□□ : mejue keâerefpeS :

(i) $(-5)\times\left(\frac{1}{-5}\right)$ (ii) $\left(\frac{-5}{8}\right)\times\left(\frac{8}{-5}\right)$

□□: (i) $(-5)\times\left(\frac{1}{-5}\right)=\left(\frac{-5}{1}\right)\times\left(\frac{1}{-5}\right)=\frac{(-5)\times 1}{1\times(-5)}=\left(\frac{-5}{-5}\right)=1$

(ii) $\left(\frac{-5}{8}\right)\times\left(\frac{8}{-5}\right)=\frac{(-5)\times 8}{8\times(-5)}=\left(\frac{-40}{-40}\right)=1$

□ Øe□□me keâerefpeS :

efvecveebefkeâle □□mejue keâerefpeS :

(i) $\left(\frac{-4}{9}\right)\times\left(\frac{9}{-4}\right)$ (ii) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$ (iii) $\left(\frac{-1}{-5}\right)\times\left(\frac{-5}{-1}\right)$

(−5) keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $=\left(\frac{1}{-5}\right)$, keäWefkeâ $(-5)\times\left(\frac{1}{-5}\right)=1$

$\left(\frac{-5}{8}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $=\left(\frac{8}{-5}\right)$, keäWefkeâ $\left(\frac{-5}{8}\right)\times\left(\frac{8}{-5}\right)=1$

$\left(\frac{-2}{-7}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $=\left(\frac{-7}{-2}\right)$, keäWefkeâ $\left(\frac{-2}{-7}\right)\times\left(\frac{-7}{-2}\right)=1$

Øeme keâerefpeS :

efvecveebefkeâle heeefjcesÙe mebKDeeW kesâ iegCeelcekeâ Øeefleueeesce yeleeFS :

(i) $\left(\frac{-4}{9}\right)$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\left(\frac{-1}{-5}\right)$

Fme Øekeâej nce osKeles nQ efkeâ, heeefjcesÙe mebK x keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $\frac{1}{x}, x\neq 0$ keäWefkeâ $x\times\frac{1}{x}=1$; Ove oW, MetvÙe '0' keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce veneR neslee nw keäWefkeâ keâesF& heeefjcesÙe mebK x mebYeJe veneR nw efpemekesâ efueS 0 × x = 1 DeLee&led

fo $\frac{p}{q}$ keâesF& heeefjcesÙe mebK nw, $\frac{p}{q}$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $\frac{q}{p}$ nw, keäWefkeâ $\frac{p}{q}\times\frac{q}{p}=1$ $p\neq 0$ $q\neq 0$

heeefjcesÙe mebK kesâ **iegCeelcekeâ Øeefleueeesce** (Multiplicative Inverse) **heeefjcesÙe mebK keâe JÙegl›eâce** (Reciprocal) Yeer keânles nQ~

heefjcesÙe mebK□□ x kesâ iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $\frac{1}{x}$ keâes x^{-1} Yeer efueKeles nQ~

□□Š 5 keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $5^{-1} = \frac{1}{5}$,

$\frac{2}{7}$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $= \left(\frac{2}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{2}$

□□□ $\left(\frac{-5}{8}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $\left(\frac{-5}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{8}{-5}\right) = \left(\frac{-8}{5}\right)$

□ Øe□□me keâerefpeS :

efvecveebefkeâle kesâ iegCeelcekeâ Øeefleueeesce yeleeeFS :

(i) (–4) (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\left(\frac{8}{-9}\right)$

□□□□□ □□□□□ □□ :

□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □ □□ □□□□□□□ □ × □ □ □ □□□ (–□) □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ (–□) □□

□□□□□□□ (–□) × (–□) □□

□□ □□□□□□

kesâJeue 1 □□ –1 □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□

□□□□□□ □ **(f)**

□. □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□ :

(i) $\left[\left(\frac{-6}{7}\right) + \frac{6}{7}\right]$□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□

(ii)□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□

(□□□□□□) □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ ‘□’ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□

(□□□□) □□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□

(□□) □□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□

(□□□□) □□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □ □□□

(□□□□□□□) □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□

(□□□□□□□□□) □□f□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □ □□ □□□□□ □ □ □

□. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\left(\frac{-5}{2}\right)+\ldots=\left(\frac{-5}{2}\right)$ (ii) $\left(\frac{-4}{5}\right)-\ldots=0$

(iii) $\left(\frac{1}{-2}\right)^{-1}=\ldots$ (iv) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)\times\frac{3}{4}\right]^{-1}=\ldots$

3. ØelÙeskeâ efmLeefle □□□ x keâe ceeve yeleeFS :

(i) $\frac{2}{3}\times x=1$ (ii) $\left(\frac{-3}{4}\right)+x=0$ (iii) $x\times\left(\frac{-5}{4}\right)=1$

(iv) $x\times\left(\frac{-6}{-7}\right)=1$ (v) $\left(\frac{-5}{4}\right)\times\left(\frac{4}{-5}\right)=x$ (vi) $\left(\frac{-7}{6}\right)+\frac{7}{6}=x$

4. efvecveebefkeâle heeefjcesÙe mebK□□DeeW kesâ □□sieelcekeâ Øeefleueeesce yeleeFS :

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\left(\frac{-3}{8}\right)$ (iii) 0 (iv) $\left(\frac{-4}{-7}\right)$

5. efvecveebefkeâle heeefjcesÙe mebK□□DeeW kesâ iegCeelcekeâ Øeefleueeesce %eele keâerefpeS :

(i) $\frac{8}{3}$ (ii) $\left(\frac{-6}{9}\right)$ (iii) $\left(\frac{7}{-6}\right)$

(iv) –9 (v) 17 (vi) $\frac{2}{5}\times\frac{9}{4}$

6. mejue keâerefpeS :

$\frac{3}{5}+\left(\frac{-3}{5}\right)=\frac{3+(-3)}{5}=\frac{3-3}{5}=\frac{0}{5}=0$

1.2.6 heeefjcesÙe mebK□□DeeW keâe Yeeie

efvecveebefkeâle □□□□□□eW □□meceeefPeS :

□□□□□□□ 1: $\frac{3}{5}$ □□□ $\left(\frac{-2}{7}\right)$ mes Yeeie oerefpeS ~

□□: $\frac{3}{5} \div \left(\frac{-2}{7}\right)$ = $\frac{3}{5} \times \left(\frac{7}{-2}\right)$ { Yeepekeâ $\left(\frac{-2}{7}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce = $\left(\frac{7}{-2}\right)$ }

= $\frac{3 \times 7}{5 \times (-2)}$

= $\frac{21}{-10}$

= $\frac{-21}{10}$

□□□□□□ 2: mejue keâerefpeS :

(i) $\left(\frac{-4}{9}\right) \div \left(\frac{-4}{9}\right)$ (ii) $\left(\frac{1}{-6}\right) \div (-1)$

□□: (i) $\left(\frac{-4}{9}\right) \div \left(\frac{-4}{9}\right)$

. $\left(\frac{-4}{9}\right) \times \left(\frac{9}{-4}\right)$ (Yeepekeâ $\left(\frac{-4}{9}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $= \left(\frac{9}{-4}\right)$)

= $\frac{(-4) \times 9}{9 \times (-4)} = \frac{-36}{-36} = 1$

(ii) $\left(\frac{1}{-6}\right) \div (-1)$

= $\left(\frac{1}{-6}\right) \div \left(\frac{-1}{1}\right)$

= $\left(\frac{1}{-6}\right) \times \left(\frac{1}{-1}\right)$ (Yeepekeâ $\left(\frac{-1}{1}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $\left(\frac{1}{-1}\right)$)

= $\frac{1 \times 1}{(-6) \times (-1)} = \frac{1}{6}$

□ Øe□□me keâerefpeS :

efvecveebefkeâle □□mejue keâerefpeS :

(i) $\left(\frac{-7}{12}\right) \div \left(\frac{-2}{3}\right)$ (ii) $\left(\frac{-6}{15}\right) \div \frac{6}{15}$ (iii) $\left(\frac{8}{-35}\right) \div 1$

Fme Øekeâej nce osKeles nQ efkeâ :

Skeâ heeefjcesÙe mebK□□ □□otmejer MetvÙeslej heeefjcesÙe mebK□□ mes Yeeie keâjves □□□ henueer heeefjcesÙe mebK□□ □□□ otmejer heeefjcesÙe mebK□□

(Yeepekeâ) kesâ iegCeelcekeâ Øeefleueeesce mes iegCee keâj efo□□ peelee □□□ □DeLee&led

□□fo $\frac{p}{q}$ □□□ $\frac{r}{s}$, oes heefjcesÙe mebK□□SB neW, □□

$$\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r} = \frac{p}{q}$$

□□□□□ **:** oes heefjcesÙe mebK□□DeeW keâe iegCeveheâue $\left(\frac{-8}{5}\right)$ nw, □□fo Fve□□□ mes Skeâ mebK□□ $\left(\frac{-6}{7}\right)$ nw, □□ otmejer mebK□□ %eele keâerefpeS~

□□**:** otmejer mebK□□ Øeehle keâjves kesâ efueS $\left(\frac{-8}{5}\right)$ keâes $\left(\frac{-6}{7}\right)$ mes Yeeie osvee nesiee~

otmejer mebK□□ $= \left(\frac{-8}{5}\right) \div \left(\frac{-6}{7}\right)$

$= \left(\frac{-8}{5}\right) \times \left(\frac{7}{-6}\right)$ (Yeepekeâ $\left(\frac{-6}{7}\right)$ keâe iegCeelcekeâ Øeefleueeesce $= \left(\frac{7}{-6}\right)$)

$= \frac{-56}{-30}$

$= \frac{28}{15}$

GheÙeg&òeâ □□□□□eW mes efvecveebefkeâle leLÙe O□□ve osves □□siÙe nQ :

1. **□□fo x □□ y oes heefjcesÙe mebK□□SB nQ, $y \neq 0$, □□ $x \div y$ Skeâ heefjcesÙe mebK□□ nesleer nw~**
2. **□□fo x keâesF& heefjcesÙe mebK□□ nw, □□ $x \div 1 = x$, $x \div (-1) = -x$**
3. **ØelÙeskeâ MetvÙeslej heefjcesÙe mebK□□ x kesâ efueS, $x \div x = 1$, $x \div (-x) = -1$, $(-x) \div x = -1$**

□□□□□ 1 (g)

1. efvecveebefkeâle Ùegiceew □□□ mes ØeLece mebK□□ □□□ otmejer mebK□□ mes Yeeie oerefpeS~

(i) $\left(\frac{-8}{5}\right),\left(\frac{1}{-10}\right)$ (ii) $8,\left(\frac{-2}{7}\right)$ (iii) $(-8)\left(\frac{5}{-6}\right)$

(iv) $\left(\frac{6}{-4}\right),\left(\frac{-3}{7}\right)$ (v) $\frac{5}{2},\left(\frac{-4}{9}\right)$ (vi) $\frac{3}{4},(-9)$

2. Yeeie keâer ef›eâ□□ keâjkesâ yeleeFS efkeâ efvecveebefkeâle keâLeve □□□□ nw □□ □□□□□ :

(i) $\left(\frac{-1}{8}\right)\div\frac{3}{4}$ Skeâ heeefjcesÙe mebK□□ nw~ (ii) $\left(\frac{8}{-9}\right)\div\left(\frac{-4}{3}\right)=\left(\frac{-4}{3}\right)\div\left(\frac{8}{-9}\right)$

(iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)\div 1=1\div\left(\frac{-5}{6}\right)$ (iv) $\left(\frac{-9}{0}\right)\div\left(\frac{-9}{0}\right)=1$

3. mejue keâerefpeS :

(i) $\frac{2}{3}\div\left(\frac{-4}{5}\right)$ (ii) $(-4)\div\left(\frac{-3}{5}\right)$ (iii) $\left(\frac{-6}{7}\right)\div(-5)$

(iv) $\left(\frac{-1}{8}\right)\div\frac{3}{4}$ (v) $\frac{5}{7}\div\left(\frac{-5}{7}\right)$ (vi) $\left(\frac{-7}{2}\right)\div\left(\frac{-2}{3}\right)$

4. □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ $\left(\frac{-6}{7}\right)$ □□, □□f□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ $\left(\frac{-8}{5}\right)$ □□, □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□

5. □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ $\left(\frac{-5}{6}\right)$ □□, □□f□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ $\left(\frac{-7}{2}\right)$ □□, □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□

6. $\left(\frac{-4}{9}\right)$ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□(–1) □□□□□□□ □□ ?

7. $\frac{8}{9}$ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ $\left(\frac{-6}{8}\right)$ □□□□□□□ □□ ?

□□□□□□ □□□□□□ - □(A)

□. □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ :

(i) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)-\frac{6}{7}$ (ii) $\left[\left(\frac{2}{-3}\right)+\frac{1}{4}\right]\div 2$

(iii) $\left[\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{5}{-2}\right)\right]\div\frac{1}{4}$ (iv) $\left[\left(\frac{-5}{9}\right)-\left(\frac{1}{-3}\right)\right]\times\frac{5}{2}$

2. $\left(\frac{-2}{7}\right)$ □□ $\frac{3}{5}$ □□ □□□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □

3. $\left(\frac{1}{-2}\right)$ □□ $\left(\frac{-3}{7}\right)$ □□ □□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□

4. [illegible]/[illegible] :

(i) $\frac{1}{a}$ [illegible] a [illegible], [illegible]f[illegible] $a \neq 0$ ~

(ii) [illegible], [illegible]

([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible] (±) [illegible] (–) [illegible],

+5 [illegible] = | + 5 | = 5

–5 [illegible] = | –5 | = –(–5) = 5

0 [illegible] = | 0 | = 0

[illegible] x [illegible], [illegible] x [illegible] | x | [illegible]

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \\ -x, & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

[illegible] (+) [illegible] (–) [illegible]

$\frac{5}{7}$ [illegible] = $\left|\frac{5}{7}\right| = \frac{5}{7}$

$\frac{-5}{7}$ [illegible] = $\left|\frac{-5}{7}\right| = -\left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{5}{7}$

[illegible] :

([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

[illegible] 1:[illegible] :

(i) $\left|\frac{3}{7}\right|$ (ii) $\left|\frac{-5}{12}\right|$

(iii) $\left|\frac{-12}{-7}\right|$ (iv) | 0 |

[illegible]: [illegible]

(i) $\left|\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$ (ii) $\left|\frac{-5}{12}\right| = \frac{5}{12}$ (iii) $\left|\frac{-12}{-7}\right| = \left|\frac{12}{7}\right| = \frac{12}{7}$ (iv) | 0 | = 0

[illegible] :

(i) $\left|\frac{13}{-8}\right|$ (ii) $\left|-\left(\frac{-7}{13}\right)\right|$

[illegible] 2: [illegible] $x = \frac{-4}{5}$ [illegible] $y = \frac{3}{7}$ [illegible]

(i) $|x + y| \le |x| + |y|$

(ii) $|x \times y| = |x| \times |y|$

(iii) $|x \div y| = |x| \div |y|$

[illegible]: (i) $x + y = \frac{-4}{5} + \frac{3}{7} = \frac{-28 + 15}{35} = \frac{-13}{35}$

∴ $|x + y| = \left|\frac{-13}{35}\right| = \frac{13}{35}$

[illegible] $|x| = \left|\frac{-4}{5}\right| = \frac{4}{5}$

$|y| = \left|\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$

∴ $|x| + |y| = \frac{4}{5} + \frac{3}{7} = \frac{28 + 15}{35} = \frac{43}{35}$

... $\frac{13}{35} < \frac{43}{35}$

∴ $|x + y| < |x| + |y|$

(ii) $x \times y = \frac{-4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{-4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{-12}{35}$

∴ $|x \times y| = \left|\frac{-12}{35}\right| = \frac{12}{35}$ ... (i)

[illegible] $|x| = \left|\frac{-4}{5}\right| = \frac{4}{5}, |y| = \left|\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$

∴ $|x| \times |y| = \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$ ... (ii)

[illegible] (i) [illegible] (ii) [illegible] :

$|x \times y| = |x| \times |y|$

(iii) $x = \frac{-4}{5}, y = \frac{3}{7}$

$|x| = \left|\frac{-4}{5}\right| = -\left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{4}{5}$

$|y| = \left|\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7}$

$|x| \div |y| = \frac{4}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{28}{15}$ ... (i)

$|x \div y| = \left|\frac{-4}{5} \div \frac{3}{7}\right|$

$= \left|\frac{-4}{5} \times \frac{7}{3}\right| = \left|\frac{-28}{15}\right| = -\left(\frac{-28}{15}\right) = \frac{28}{15}$ ... (ii)

[illegible] (i) [illegible] (ii) [illegible] :

$|x \div y| = |x| \div |y|$

[illegible] [illegible]: [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible]

[illegible]: [illegible] : [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] A [illegible] B [illegible] 0 [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible]

[illegible] 0 [illegible] R [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] A [illegible] 0 [illegible] R [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] B [illegible] $\frac{+3}{4}$ [illegible] A [illegible] $\frac{-3}{4}$ [illegible] B [illegible]

$\frac{3}{4}$ [illegible] $= \left|+\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$

$-\frac{3}{4}$ [illegible] $= \left|-\frac{3}{4}\right| = -\left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{3}{4}$

[illegible]: $+\frac{3}{4}$ [illegible] $-\frac{3}{4}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] : [illegible]

[illegible]: [illegible] x [illegible] :

$|x| = \frac{3}{4}$

x □□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□,

□□fo x > 0, □□ $x = \frac{3}{4}$

□□fo x < 0, $-x = \frac{3}{4}$

□□□□□□□□ $x = -\frac{3}{4}$

□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ $\frac{3}{4}$ □□ $-\frac{3}{4}$ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□, □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ $\frac{3}{4}$ □□□ :

□. □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ r □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□, □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ r □□□□□ □□□□

□. □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□

□. □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□

□□□□□□□ □ (h)

□. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{-1}{8}$ (iii) $\frac{-9}{-2}$ (iv) $\frac{-8}{9}$

2. □□□□ □□□□□□ :

(i) $\left|\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right|$ (ii) $\left|\frac{-9}{7} + \frac{1}{3}\right|$ (iii) $\left|\frac{-3}{5} \times \frac{-7}{1}\right|$

□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ **:**

3. □□fo $x = -\frac{1}{2}$ □□ $y = \frac{3}{4}$ □□ | x | + | y | □□ □□□ □□ :

(i) $\frac{7}{4}$ (ii) $-\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $\frac{7}{8}$

4. $\left|-\left(\frac{3}{-7}\right)\right|$ □□ □□□ □□ :

(i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{-3}{7}$ (iii) $\frac{3}{-7}$ (iv) $\frac{-3}{-7}$

5. □□fo $x = \frac{-5}{7}$ □□ $y = \frac{3}{4}$ □□ $|x| \times |y|$ □□ □□□ □□ :

(i) $\frac{7}{8}$ (ii) $-\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $\frac{5}{8}$

6. [illegible] $\frac{-5}{7}$ [illegible] $\frac{-5}{-7}$ [illegible] :

(i) $\frac{-5}{7}$ (ii) $\frac{5}{-7}$ (iii) $\frac{5}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

7. [illegible] >, =, < } [illegible] :

(i) $\left|-\frac{3}{4}\right|$ ☐ $\left|-\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\right|$ (ii) $\left|-\frac{3}{8}+\frac{2}{3}\right|$ ☐ $\left|\frac{-3}{4}+\frac{2}{4}\right|$

(iii) $\left|-\left(-\frac{2}{5}\right)\right|$ ☐ $\left|-\frac{2}{5}\right|\times\left|-\left(\frac{-6}{5}\right)\right|$ (iv) $\left|-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\right|$ ☐ $\left|-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right|$

8. [illegible]fo $x=\frac{5}{9}$, $y=\frac{2}{3}$ [illegible] :

(i) $|x+y|=|x|+|y|$ (ii) $|x\times y|=|x|\times|y|$

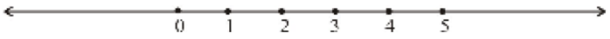
9. [illegible]fo $x=\frac{5}{3}$, $y=\frac{-2}{1}$ [illegible] :

(i) $|x+y|<|x|+|y|$ (ii) $|x\times y|=|x|\times|y|$

10. [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible]

[illegible].4 [illegible]

[illegible] :



[illegible] 4 [illegible]

[illegible]

[illegible] 4 [illegible] -[illegible]

[illegible] -[illegible] [illegible] -[illegible], -[illegible], -[illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible]

[illegible] -[illegible] [illegible] -[illegible] [illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{-2}{3}$ [illegible] $\frac{-1}{5}$ [illegible]

$\frac{-2}{3}=\frac{-10}{15}$ [illegible] $\frac{-1}{5}=\frac{-3}{15}$

[illegible] $\frac{-10}{15}$ [illegible] $\frac{-3}{15}$ [illegible] :

$\frac{-10}{15} \quad \frac{-9}{15}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-5}{15}<\frac{-4}{15} \quad \frac{-3}{15}$

[illegible] $\frac{-2}{3} \quad \frac{-3}{5}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-2}{5}<\frac{-1}{3}<\frac{-4}{15} \quad \frac{-1}{5}$

[illegible]Š $\frac{-2}{3}$ [illegible] $\frac{-1}{5}$ [illegible] $\frac{-3}{5}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-2}{5}<\frac{-1}{3}<\frac{-4}{15}$ [illegible]

[illegible],

[illegible] $\frac{-2}{3}$ [illegible] $\frac{-1}{5}$ [illegible]?

[illegible] $\frac{-2}{3}$ [illegible] $\frac{-3}{5}$ [illegible]

$\frac{-2}{3}$ [illegible] $\frac{-3}{5}$ [illegible] :

$\frac{-20}{30}$ [illegible] $\frac{-18}{30}$

[illegible] $\frac{-20}{30}<\frac{-19}{30}<\frac{-18}{30}$

[illegible] $\frac{-2}{3}<\frac{-19}{30}<\frac{-3}{5}$

□□ □□□□□□ $\frac{-2}{3}$ □□ $\frac{-1}{5}$ □□ □□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□

□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□, □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□

□□□□□ □□□□ $\frac{-2}{3}$ □□ $\frac{-3}{5}$

$\frac{-3}{5} = \frac{-3\times 30}{5\times 30} = \frac{-90}{150}$

□□ $\frac{-2}{3} = \frac{-2\times 50}{3\times 50} = \frac{-100}{150}$

□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ $\frac{-90}{150}$ □□ $\frac{-100}{150}$ □□ □□□ □□□ (□□□□□□ $\frac{-3}{5}$ □□ $\frac{-2}{3}$ □□â □□□ □□□) □ □□□□□□ □□□□□□□□ $\frac{-91}{150}, \frac{-92}{150}, \frac{-93}{150}, \ldots \frac{-99}{150}$ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□

□□□□□□□□ :

□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□

□□ □□ □□□r □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ :

□□□□□□ □: □□□□□□ □□ $\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)$ □□□□□□ □□□□□□□□ $\frac{-1}{3}$ □□ $\frac{1}{2}$ □□ □□□□ □□□□□ □□□

□□: $\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{-2+3}{6}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

□□ □□ $\frac{-1}{3},\frac{1}{2}$ □□ $\frac{1}{12}$ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□

3, 2 □□ 12 □□ □0□0 = 12

$\frac{-1}{3}=\frac{-1\times 4}{3\times 4}=\frac{-4}{12}$

$\frac{1}{2}=\frac{1\times 6}{2\times 6}=\frac{6}{12}$

$\frac{1}{12}=\frac{1\times 1}{12\times 1}=\frac{1}{12}$

□□ □□□□□□ □□ □□ $\frac{-4}{12}<\frac{1}{12}<\frac{6}{12}$

□□, $\frac{-1}{3}<\frac{1}{12}<\frac{1}{2}$

[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}\right)\right\}$ [illegible] $\frac{-1}{3}$ [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible]

[illegible]: [illegible]f[illegible] $x \neq y$ [illegible] $\frac{x+y}{2}$ [illegible] x [illegible] y [illegible]

[illegible]: [illegible] x [illegible] y [illegible]

[illegible] $x > y$

[illegible] x [illegible]

$x + x > x + y$

[illegible], $2x > x + y$

[illegible], $x > \frac{x+y}{2}$ .... (i)

[illegible]: $x > y$

[illegible] y [illegible]

$x + y > y + y$

[illegible], $x + y > 2y$

[illegible], $\frac{x+y}{2} > y$ .... (ii)

[illegible] (i) [illegible] (ii) [illegible]

$$x > \frac{x+y}{2} > y$$

[illegible]: [illegible] x [illegible] y [illegible] $\frac{x+y}{2}$ [illegible]

[illegible]: $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible]

[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] :

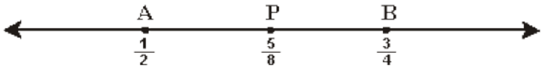
$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{2+3}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}\times\frac{5}{4}$

$= \frac{5}{8}$

[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] A [illegible] B [illegible]



[illegible]r [illegible] $\frac{5}{8}$ [illegible]

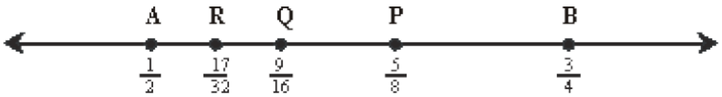
[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{5}{8}$ [illegible]

[illegible], $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{5}{8}$ [illegible] $= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \right)$

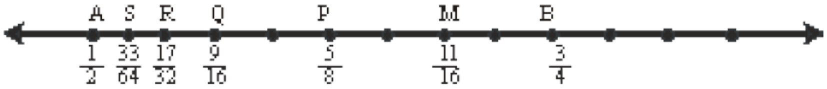
$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{4+5}{8} \right)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{9}{8} = \frac{9}{16}$

$\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{5}{8}$ [illegible] $\frac{9}{16}$ [illegible], [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{9}{16}$ [illegible] $\frac{17}{32}$ [illegible] R [illegible]



[illegible] $\frac{17}{32}$ [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{9}{16}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{17}{32}$ [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible]



[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible]

[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{5}{8}$ [illegible] $\frac{9}{16}$ [illegible]r, [illegible] $\frac{5}{8}$ [illegible] $\frac{3}{4}$ [illegible] $\frac{1}{2}\left(\frac{5}{8} + \frac{3}{4} \right) = \frac{11}{16}$ [illegible]

□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□,

□□f□□□ x □□ y □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□, □□

$q_1 = \frac{1}{2}(x+y)$; $q_2 = \frac{1}{2}(q_1+y)$; $q_3 = \frac{1}{2}(q_2+y)$... □□□□□□ **x** □□ **y** □□ □□□□□ □□□□□□□ □□**:** □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□

□□□□□□□ **4:** $\frac{1}{6}$ □□ $\frac{1}{3}$ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

□□: □□□□ □□□□□ □□ $\frac{1}{6}$ □□ $\frac{1}{3}$ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□: q1, q2, q3 □□ q4 □□□□□

$$q_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1+2}{6}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{3}{6} = \frac{3}{12}$$

$$q_2 = \frac{1}{2}\left(q_1+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{12}+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3+4}{12}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{7}{12} = \frac{7}{24}$$

$$q_3 = \frac{1}{2}\left(q_2+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{24}+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{7+8}{24}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{15}{24} = \frac{15}{48}$$

$$q_4 = \frac{1}{2}\left(q_3+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15}{48}+\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{15+16}{48}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{31}{48} = \frac{31}{96}$$

□□: $\frac{1}{6}$ □□ $\frac{1}{3}$ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□

$\frac{3}{12}, \frac{7}{24}, \frac{15}{48}$ □□ $\frac{31}{96}$ □□□□□

□□, $\frac{1}{4}, \frac{7}{24}, \frac{5}{16}$ □□ $\frac{31}{96}$ □□□□□

□□□□□□□ □□□□□□ :

$\frac{1}{5}$ □□ $\frac{7}{10}$ □□ □□□□ □□□□ $\frac{1}{5}$ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□ 1 (i)

□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □ □□ □ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□ :

1. –1 □□ $-\frac{1}{2}$ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ :

(i) $-\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $-\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{3}{4}$

2. – 3 □□ 4 □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ :

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{-7}{2}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $-\frac{1}{2}$

3. –1 □□ □ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

4. $\frac{1}{3}$ □□ $\frac{1}{2}$ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

5. $\frac{-7}{8}$ □□ $\frac{7}{8}$ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

6. $-\frac{3}{5}$ □□ $\frac{8}{3}$ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

7. $\frac{-5}{4}$ □□ $-\frac{1}{6}$ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

8. $1\frac{3}{4}$ □□ $4\frac{3}{8}$ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

9. $-1\frac{2}{7}$ □□ $\frac{9}{2}$ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

10. $\frac{1}{2}\left(\frac{-2}{3}+\frac{1}{4}\right)$ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ $\frac{p}{q}$ □□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ $\frac{-2}{3}$ □□□ $\frac{1}{4}$ □□ □□□ □□□□□□ □□□

□.□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□

□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□

□□□□□□□ □: □□□□□□ $\frac{5}{8}$ □□ $\frac{7}{1}$ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□ (□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□)

□□: $\frac{5}{8} = 5 \div 8$ $\frac{7}{1} = 7 \div 1$

0.625 0.6363...

8) 5.0 11) 7.0

48 66

20 40

16 33

40 70

40 66

0 40

33

7 [illegible]:

$\therefore\ \frac{5}{8} = 0.625 \quad \therefore\ \frac{7}{1} = 0.6363...$

[illegible]

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]:

[illegible] [illegible]: [illegible] $\frac{3}{4}, \frac{7}{5}$ [illegible] $\frac{3}{20}$ [illegible]

[illegible]: $\frac{3}{4} = 3 \div 4 \quad \frac{7}{5} = 7 \div 5 \quad \frac{3}{20} = 3 \div 20$

$$
\begin{array}{l}
0.75 \\
4)\ \overline{3.0} \\
\underline{28} \\
20 \\
\underline{20} \\
0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
1.4 \\
5)\ \overline{7.0} \\
\underline{5} \\
20 \\
\underline{20} \\
0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
0.15 \\
20)\ \overline{3.0} \\
\underline{20} \\
100 \\
\underline{100} \\
0
\end{array}
$$

$\frac{3}{4} = 0.75 \quad \frac{7}{5} = 1.4 \quad \frac{3}{20} = 0.15$

[illegible] $\frac{3}{4}, \frac{7}{5}$ [illegible] $\frac{3}{20}$ [illegible]

[illegible] :

[illegible] : $\frac{3}{8}, \frac{7}{20}$ [illegible] $\frac{1}{5}$

[illegible] :

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] :

[illegible] $\frac{1}{4}, \frac{13}{20}, \frac{5}{6}, \frac{5}{16}, \frac{2}{7}, \frac{13}{50}$

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]:

[illegible]

[illegible] :

[illegible]. [illegible] : [illegible] $\frac{1}{3}$ [illegible] $\frac{2}{11}$ [illegible]

[illegible]: $\frac{1}{3} = 1 \div 3$ $\frac{2}{11} = 2 \div 11$

```
   0.333              0.1818
3)1.0            11) 2.0
   9                 11
   10                 90
    9                 88
    10                 20
     9                 11
     1  क्रमशः          90
                       88
                        2  क्रमशः
```

$\therefore \frac{1}{3} = 0.333...$ $\therefore \frac{2}{11} = 0.1818...$

[illegible] :

[illegible] :

$\frac{4}{9}, \frac{1}{7}, \frac{5}{13}$

[illegible]

[illegible]:

[illegible]

[illegible] (–) [illegible]

[illegible], $\frac{1}{3} = 0.333...$ [illegible] $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ [illegible] $0.\dot{3}$

$\frac{2}{11} = 0.1818...$ [illegible] $\frac{2}{11} = 0.\overline{18}$ [illegible] $0.\dot{1}\dot{8}$

$\frac{1}{7} = 0.142857...$ [illegible] $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ [illegible] $0.\dot{1}4285\dot{7}$

[illegible]. 4 : $\frac{5}{21}$ [illegible]

[illegible]: $\frac{5}{21} = 5 \div 21$

```
      0.238095...
21) 5.0
    42
     80
     63
     170
     168
       200
       189
        110
        105
          5
```

क्रमशः $\therefore \frac{5}{21} = 0.\overline{238095}$ [illegible] $0.\dot{2}3809\dot{5}$

[illegible]?

[illegible]:

[illegible],

[illegible]

([illegible]) [illegible] :

[illegible]

([illegible]) [illegible] :

[illegible] :

[illegible]. [illegible] : [illegible] $\frac{1}{6}$ [illegible]

```
      0.166
6) 1.0
    6
    40
    36
     40
     36
      4   क्रमशः
```

[illegible]: $\frac{1}{6} = 0.166\ldots$ [illegible] $0.1\dot{6}$

[illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]. [illegible]: $-\frac{2}{5}$ [illegible]

[illegible]: $\frac{2}{5}$ [illegible] $= \frac{2\times 2}{5\times 2} = \frac{4}{10} = 0.4$

$\therefore$ $-\frac{2}{5}$ [illegible] $= -0.4$

[illegible] 7: $-\frac{4}{7}$ [illegible]

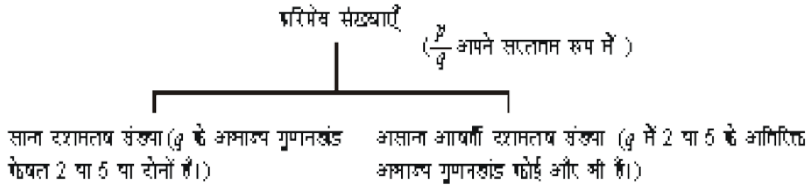
[illegible]: $\frac{4}{7}$ [illegible]

```
   3.428571
7) 24
   21
    30
    28
     20
     14
      60
      56
      40
      35
      50
      49
       10
        7
        3
```

क्रमश: ∴ $\frac{24}{7} = 3.\overline{428571}$ $\frac{-24}{7} = -3.\overline{428571}$

[illegible] f[illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] q [illegible]: [illegible]

[illegible] :



[illegible] 1 (j)

1. [illegible] :

$\frac{1}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{6}, \frac{3}{8}$

2. [illegible] :

$\frac{-5}{4}, \frac{-5}{2}, \frac{-6}{5}, \frac{-5}{9}$

3. [illegible]-[illegible]?

$\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{-2}{4}, \frac{-3}{0}, \frac{2}{7}, \frac{6}{5}$

4. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ [illegible] f[illegible] ?

□. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□-□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ ?

$\frac{2}{7}, \frac{5}{6}, \frac{7}{5}, \frac{3}{7}, 5\frac{3}{4}$

6. □□ □□□□□□ □□□□□f□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ ?

□. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□-□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ ?

(a) $\frac{1}{3}$ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ (b) $\frac{1}{9}$ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ (c) □.□ □□ □.□□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ (d) $\frac{3}{7}$ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □.□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□

□. □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ :

□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □.□□, □.□, □.□□□, □□.□□ □□ □.□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□

दशमलव संख्या	सैंकड़ा	दहाई	इकाई	दशमलव बिन्दु	दशांश	शतांश	सहस्रांश
	100	10	1	.	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
		पूर्णांक			दशमलव या भिन्नात्मक भाग		
0.15			0	.	1	5	
1.5			1	.	5		
0.625			0	.	6	2	5
12.05		1	2	.	0	5	
2.125			2	.	1	2	5

□□: (1) 0.15 = 1 □□□□□□ ± □ □□□□□□

$= \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$

$= \frac{10}{100} + \frac{5}{100} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

(2) 1.5 = 1 □□□□ ± □ □□□□□

$= 1 + \frac{5}{10}$

= $1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(3) 0.625 = 6 □□□□ ± □ □□□□□ ± □ □□□□□□□□

= $\frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$

= $\frac{600}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000}$

= $\frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$

(4) 12.05 = 1 □□□□ ± □ □□□□ ± □ □□□□□ ± □ □□□□□

= $12 + \frac{0}{10} + \frac{5}{100}$

= $12 + \frac{0}{100} + \frac{5}{100}$

= $12 + \frac{0+5}{100} = 12 + \frac{5}{100} = \frac{1205}{100} = \frac{241}{20}$

(5) 2.125 = 2 □□□□ ± □ □□□□□ ± □ □□□□□ ± □ □□□□□□□□

= $2 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$

= $2 + \frac{100}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000}$

= $2 + \frac{125}{1000} = \frac{2125}{1000} = \frac{17}{8}$

□□□□□□ □□□□□ :

□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ $\frac{p}{q}$ □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ **0.3, 0.016, 1.45**

□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ :

□□f□ 0. r □□ 0.r s □□□□□ □□□□□□□□ □□□, □□□□ **r** □□ **s** □□□ □□□, □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ $\frac{p}{q}$ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□: $\frac{r}{10}$ □□ $\frac{rs}{100}$ □□□□ □□□

□□□□□□ □ (k)

□.□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ $\frac{p}{q}$ □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ :

0.35, 0.750, 2.15, 7.010,10.10, 0.015, 1.05, 2.25

2. [illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] :

2.25, 10.5, 8.625, 16.375

[illegible] - 1 (B)

1. [illegible]fo $x = -\frac{3}{5}, y = -\frac{4}{7}$ [illegible] :

(i) $|x \times y| = |x| \times |y|$ (ii) $|x \div y| = |x| \div |y|$

2. [illegible] $\frac{5}{6}$ [illegible]

[illegible]. [illegible]

4. [illegible]-[illegible], [illegible] ?

$\frac{1}{8}, 4\frac{3}{5}, \frac{-3}{8}, \frac{4}{7}, \frac{5}{6}$

5. [illegible]-[illegible] ?

$\frac{5}{7}, \frac{1}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{6}, \frac{-5}{8}, \frac{-413}{605}$

6. [illegible] :

$\frac{-9}{0}, \frac{-5}{9}, \frac{3}{6}, -2\frac{4}{1}, \frac{-8}{7}$

7. [illegible]

(i) 0.015 (ii) 0.84 (iii) 12.625

[illegible] ?

[illegible]. [illegible], [illegible] [illegible], [illegible] $\frac{p}{q} + \frac{r}{q} = \frac{p+r}{q}$

2. [illegible], [illegible]

[illegible]

[illegible]

4. [illegible] r [illegible]

[illegible]

[illegible] $\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{p\times r}{q\times s}=\frac{p}{q}$

7. [illegible]

[illegible]

[illegible] ‘[illegible]’ [illegible]

[illegible] ‘[illegible]’ [illegible]

11. [illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $-\frac{p}{q}$ [illegible]

12. [illegible] $\frac{p}{q}$ [illegible] $\frac{1}{\left(\frac{p}{q}\right)}=\left(\frac{p}{q}\right)^{-1}=\frac{q}{p}$ [illegible]

13. [illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]4. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

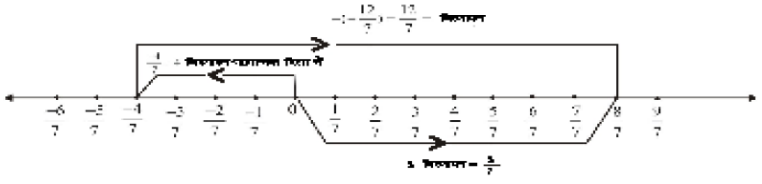
[illegible] [illegible] :

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(i) $\left(\frac{-5}{2}\right)+\frac{5}{8}$

(ii) $\frac{7}{2}+\left(\frac{8}{-5}\right)$

(iii) $\left(\frac{-9}{-10}\right)+\left(\frac{2}{-5}\right)$



[illegible]

$$x+y=\frac{-4}{5}+\frac{3}{7}=\frac{-8+5}{5}=\frac{-3}{5}$$

$$|x+y|=\left|\frac{-3}{5}\right|=\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{2+3}{4}\right)$$

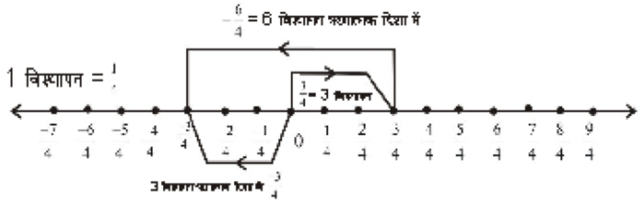
$\frac{1}{2} \times \frac{5}{4}$

$\frac{5}{8}$

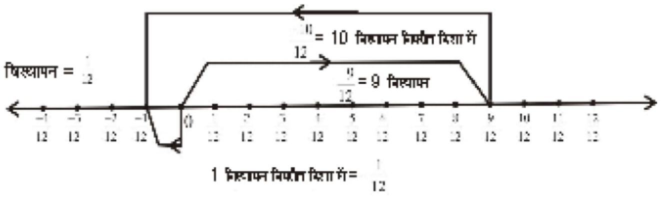
□□□□□□ □□□□□

□□□□□□□ 1 (a)

1. (i) $\frac{2}{5}$, (ii) $\frac{2}{5}$;



2. (i)



(ii)

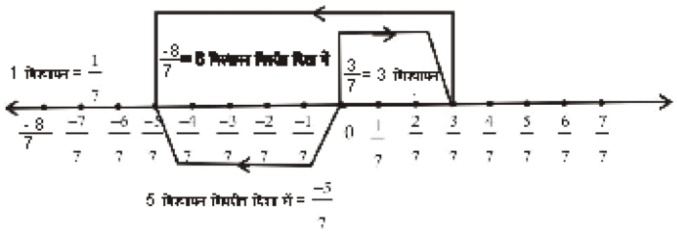
3. (i) $\left(\frac{-1}{8}\right)$, (ii) $\frac{5}{3}$, **4.** (i) $\frac{7}{9}$, (ii) $\left(\frac{-7}{3}\right)$

□□□□□□□ 1 (b)

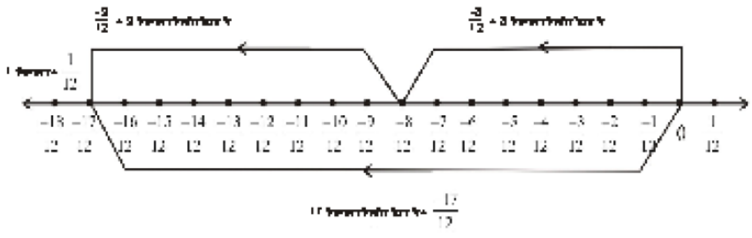
1. (i) □□□□□, (ii) □□□□□□, (iii) □□□□□, (iv) □□□□□□,; **4.** $\left(\frac{-5}{1}\right)$; **5.** (i) $\left(\frac{5}{-1}\right)$, (ii) $\frac{5}{6}$, **6.** (i) $\frac{3}{2}$, (ii) $\frac{-1}{2}$, **7.** (i) $\left(\frac{-5}{7}\right)$, (ii) $\left(\frac{8}{5}\right)$

□□□□□□□ 1 (c)

1. (i) (–1), (ii) $\frac{7}{3}$, (iii) 1, (iv) $\left(\frac{-7}{3}\right)$



2. (i)



(ii)

3. (i) –1 (ii) $\frac{-3}{9}$; (iii) $\frac{1}{4}$; (iv) $\frac{-3}{2}$; **4.**(i) $\left(\frac{-6}{6}\right)$, (ii) $\frac{2}{8}$; **5.** $\left(\frac{-9}{7}\right)$, **6.** (i) $\left(\frac{-1}{0}\right)$, (ii) $\frac{6}{2}$; **7.** (i) □□□□□, (ii) □□□□□, (iii) □□□□, (iv) □□□□~

□□□□□□ 1 (d)

1. (i) (–12), (ii) $\frac{5}{9}$, (iii) 48, (iv) $\left(\frac{-5}{6}\right)$; **2.** (i) (–28), (ii) (–6), (iii) $\frac{2}{5}$, (iv) $\frac{1}{5}$;

□□□□□□ 1 (e)

1. (i) □□□□, (ii) □□□□, (iii) □□□□□, (iv) □□□□; **3.** (i) $\frac{2}{1}$, □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□, (ii) $\left(-\frac{1}{3}\right)$, $\frac{2}{3}$, □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□, (iii) $\frac{2}{5}$, $\left(-\frac{5}{7}\right)$, □□□□ □□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□, **4.** (i) (–2), (ii) $\frac{2}{2}$

□□□□□□ 1 (f)

1. (i) □□□□□, (ii) □□□□, (iii) □□□□□, (iv) □□□□, (v) □□□□□, (vi) □□□□, (vii) □□□□, (viii) □□□□; **2.** (i) 0, (ii) $\left(\frac{-4}{5}\right)$, (iii) (–2), (iv) –2; **3.** (i) $\frac{3}{2}$, (ii) $\frac{3}{4}$, (iii) $\left(\frac{4}{-5}\right)$, (iv) $\left(\frac{7}{6}\right)$ □□ $\left(\frac{-7}{-6}\right)$, (v) 1, (vi) 0; **4.** (i) $\left(\frac{-1}{2}\right)$, (ii) $\frac{3}{8}$, (iii) 0, (iv) $\left(\frac{-4}{7}\right)$, **5.** (i) $\frac{3}{8}$, (ii) $\left(\frac{-9}{6}\right)$, (iii) $\left(\frac{-6}{7}\right)$, (iv) $\left(\frac{-1}{9}\right)$, (v) $\frac{1}{7}$, (vi) $\frac{0}{9}$, **6.** 0

□□□□□□ 1 (g)

1. (i) 16, (ii) $\left(\frac{-2}{2}\right)$, (iii) $\frac{128}{5}$, (iv) $\frac{5}{2}$, (v) $\frac{-5}{6}$, (vi) $\left(\frac{-1}{2}\right)$; **2.** (i) □□□□, (ii) □□□□□, (iii) □□□□□, (iv) □□□□, **3.** (i) $\left(\frac{-5}{6}\right)$, (ii) $\frac{2}{3}$, (iii) $\frac{2}{3}$, (iv) $\left(\frac{-1}{6}\right)$, (v) (–3), (vi) $\frac{7}{8}$; **4.** $\frac{5}{8}$; **5.** $\frac{0}{7}$; **6.** $\frac{9}{4}$; **7.** $\left(\frac{-9}{4}\right)$;

□□□□□□ □□□□□□ 1 (A)

1. (i) $\left(\frac{-244}{105}\right)$ (ii) $\left(\frac{-5}{9}\right)$ (iii) $\frac{9}{2}$ (iv) $\frac{5}{9}$ **2.** (i) $\left(\frac{-4681}{1224}\right)$ **3.** $\left(\frac{-1}{3}\right)$ **4.** (i) □□□□ (ii) □□□□□, (iii) □□□□, (iv) □□□□,

□□□□□□ 1 (h)

1. (i) $\frac{5}{7}$, (ii) $\frac{1}{8}$, (iii) $\frac{9}{2}$, (iv) $\frac{8}{9}$; **2.** (i) $\frac{1}{5}$, (ii) $\frac{0}{1}$, (iii) $\frac{2}{5}$, **3.** (iii) $\frac{5}{4}$; **4.** (i) $\frac{3}{7}$; **5.** (iv) $\frac{5}{8}$; **6.** (iii) $\frac{5}{7}$; **7.** (i) >; (ii) =' (iii) =' (iv) < ; **10.** $\frac{1}{2}$, $\frac{-1}{2}$

□□□□□□□ 1 (i)

1. (iii) $-\frac{3}{4}$; **2.** (iv) $\frac{1}{2}$; **3.** 0; **4.** $\frac{5}{2}$; **5.** 0; $\frac{3}{0}$; **6.** $\frac{-7}{4}$; **7.** $\frac{9}{6}$; **8.** $\frac{5}{8}$; **9.** $\frac{-5}{2}$; **10.** $3.\overline{6}, 3.4, 3.1\overline{6}, 0.375$;

□□□□□□□ 1 (j)

1. $-0.\overline{5}$; **2.** –1.25, –7.5, –3.2, $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{-7}{4}, \frac{-3}{0}, \frac{6}{5}$; **3.** $\frac{2}{7}, \frac{5}{6}, \frac{7}{5}, \frac{3}{7}$; **4.** □□□□□□; **5.** $\frac{7}{0}, \frac{3}{4}, \frac{3}{0}, \frac{701}{100}, \frac{101}{0}, \frac{3}{200}, \frac{1}{0}, \frac{9}{4}$; **6.** (a) √ (b) x (c) √ (d) x

□□□□□□□ 1 (k)

1. $\frac{9}{4}, \frac{1}{2}, \frac{0}{8}, \frac{131}{8}$ **2.** $\frac{-5}{6}$

□□□□□□□ □□□□□□□ 1 (B)

1. $\frac{5}{6}$ □□ $\frac{1}{8}$; **3.** 0, 4, $\frac{-3}{0}$, $\frac{5}{7}, \frac{1}{9}, \frac{7}{0}, \frac{-5}{2}, -\frac{413}{605}$ **5.** $-0.\overline{5}, 2.1875, -2.\overline{3}, -1.\overline{571428}$; **6.** – 0.0025, – 0, $\frac{3}{200}$, **7.** (i) $\frac{2}{5}$; (ii) $\frac{101}{8}$; (iii)

[illegible] - 2 [illegible]

B3GCQF

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

2.1 [illegible]

[illegible] 22 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 22 [illegible] 2× 2 [illegible]-[illegible], [illegible]

[illegible]

2.2 [illegible] :

[illegible] -

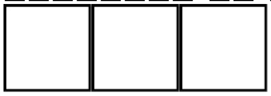
$5 \times 5 = 25 = 5^2$

$6 \times 6 = 36 = 6^2$

$7 \times 7 = 49 = 7^2$

[illegible] 5 [illegible] 25 [illegible], 6 [illegible] 36 [illegible] 7 [illegible] 49 [illegible] ''[illegible] 2'' [illegible]

[illegible]



1 [illegible]

1[illegible] 1 [illegible] 1 [illegible]

([illegible]) [illegible] ?

([illegible]) [illegible] ?

([illegible]) [illegible] ?

([illegible]) [illegible] ?

[illegible]

([illegible]) [illegible]

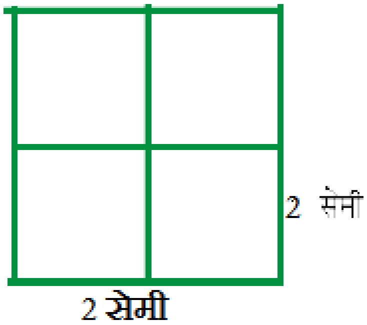
([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

[illegible] 2 [illegible] 1 [illegible]^2 [illegible]

[illegible]



$2 \times 2 = 2^2 = 4$ [illegible]

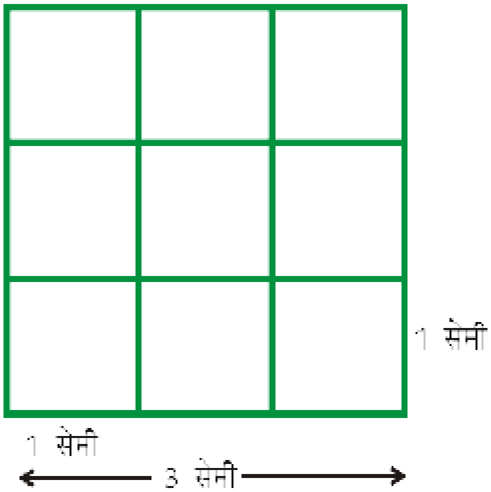
[illegible] 4, 2 [illegible]

[illegible] **1** :3 [illegible] 1 [illegible]^2 [illegible]

[illegible] : [illegible] 3 [illegible]-[illegible]

[illegible] 9 [illegible]

[illegible] 9, [illegible] 3 [illegible]



[illegible] **2** : [illegible] 4[illegible] 1 [illegible]^2 [illegible]

[illegible] : 4[illegible] 1 [illegible]^2 [illegible] $4 \times 4 = 16$ [illegible]

[illegible] **3** : [illegible] 25 [illegible]?

[illegible] : [illegible] $5 \times 5 = 5^2 = 25$

[illegible]: [illegible] 5 [illegible]

[illegible] :

$6 \times 6 = 6^2 = 36$

$7 \times 7 = 7^2 = 49$

[illegible], [illegible]

5 [illegible] 25 [illegible] 25[illegible] 5 [illegible]

6 [illegible] 36 [illegible] 36 [illegible] 6 [illegible]

7 [illegible] 49 [illegible] 49 [illegible] 7 [illegible]

0 [illegible] 0 [illegible] 0 [illegible] 0 [illegible]

[illegible] = [illegible] × [illegible] = ([illegible])^2

[illegible]

[illegible] √ [illegible]

$\sqrt{25}$ [illegible]

$\sqrt{36}$ [illegible], 36 [illegible]

[illegible] $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$ [illegible]

[illegible] **4**: -1, -2, -3 [illegible] -4 [illegible]

[illegible] : $(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

$(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$

[illegible] :

1. (-1) [illegible] 1 [illegible] 1[illegible]: 1 [illegible] $\pm\sqrt{1} = \pm 1$ [illegible]

2. (-2) [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] 4 [illegible] [illegible]: 4 [illegible] [illegible] ± $\sqrt{4}$ = ± 2 [illegible] [illegible]

3. (-3) [illegible] 3 [illegible] [illegible] [illegible] 9 [illegible] [illegible]: 9 [illegible] [illegible] ± $\sqrt{9}$ = ± 3 [illegible] [illegible]

4. (-4) [illegible] 4 [illegible] [illegible] [illegible]16 [illegible] [illegible]: 16 [illegible] [illegible] ± $\sqrt{16}$ = ± 4 [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] : $\sqrt{25}$ [illegible] [illegible] 5 [illegible] [illegible] -$\sqrt{25}$ [illegible] [illegible] -5 [illegible] [illegible] 5 [illegible] -5 [illegible] [illegible] 25 [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] **:**

1. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
2. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] x^2 [illegible] [illegible] ± x [illegible]
3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
4. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] 5 : $\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\frac{5}{6}$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] : $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$

$\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$

$\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(i) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9},\ \left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16},\ \left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25},\ \left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$

(ii) [illegible] [illegible] $\frac{4}{9}$ [illegible] [illegible] $\pm\frac{2}{3}$, $\frac{9}{16}$ [illegible] [illegible] $\pm\frac{3}{4}$ [illegible] [illegible]

[illegible] **:**

1 . [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible]

2 . [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

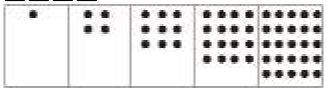
□□□□□□□ □□□□□□
1 □□ 9 □□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □ □□□□□□ □□□□, (1) □□□□ x □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ x □□□□□□□ x^2□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □
(2) □□□□ x^2 □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ x^2 □□ □□□□□□□□ ± x □□□□□ □□□□ □□□□□□□ -x □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□

2.3 □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□

□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ :

□□□□□□□ 6 : □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ 1, 4, 9, 16 □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□: □□□□ □□□□□□□□□: □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□□□□□□□□ 1, 4, 9, 16, 25 □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□



$1 = 1 \times 1 = 1^2$ $4 = 2 \times 2 = 2^2$ $9 = 3 \times 3 = 3^2$ $16 = 4 \times 4 = 4^2$ $25 = 5 \times 5 = 5^2$

□□ : 1, 4, 9, 16, 25 □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□
□□□□□□□ 7 : □□□□□□□□□□ □□□□□□□ 1 □□ 9 □□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□
□□□□□□ □
□□ :

a	a^2	□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□	a	a^2	□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□
1	1^2	1	6	6^2	36
2	2^2	4	7	7^2	49
3	3^2	9	8	8^2	64
4	4^2	16	9	9^2	81

5 5^{225}

□□□□□□□ □□□□□□ : 10 □□ 20 □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□ □□□□□□ : 36, 49,81, 100 □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□

2.3.1 □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□

□□□□□□□ 8 : □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ 225 □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □

□□ : □□□□□□□□□□ □□ 225 □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □

5 225

5 45

3 9

3

□□□□□□ 225 = 3 × 3 × 5 × 5

□□: 225 = (3 × 5) × (3 × 5) = $(3 \times 5)^2$

□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □ □□: 225 □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □

□□□□□□□ 9 : □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ 360 □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □

□□ : □□□□□ □□□□□□ 360 □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □

2 360

2 180

2 90

3 45

3 15

5

360 = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5

□□ 360 = $(2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 2 \times 5$

ÙeneB nce keâe Skeâ peesÌ[e □□ keâe otmeje peesÌ[e yeveeles nQ □□ DeYeepÙe iegCeveKeb[2 □□

5 Mes<e jnles nQ efpevekesâ peesÌ[s veneR [illegible]

[illegible] : 360 [illegible]

[illegible] :

[illegible]-[illegible]

[illegible] :

64, 144, 81, 810

[illegible] :

[illegible]

2.3.2 [illegible]

[illegible] 10: [illegible] 2, 4, 6 [illegible] 8 [illegible]

[illegible]

[illegible] : 2 [illegible] = 2^2 = 4 [illegible]

4 [illegible] = 4^2 = 16 [illegible]

6 [illegible] =6^2 = 36 [illegible]

8 [illegible] = 8^2 = 64[illegible]

[illegible] :

[illegible]

[illegible] 11 : [illegible] 1, 3, 5 [illegible] 7 [illegible]

[illegible]

[illegible] : 1 [illegible] = 1^2 = 1[illegible]

3 [illegible] = 3^2 = 9[illegible]

5 [illegible] = 5^2 = 25[illegible]

7 [illegible] = 7^2 = 49 [illegible]

[illegible]

(1) [illegible]

(2) [illegible]

[illegible] :

1. [illegible] ?

64, 121, 144, 110, 81, 36

2. [illegible] ?

121, 256, 1296, 225, 676

3. [illegible] ?

169, 144, 289, 256, 361

[illegible] 2 (a)

1. 1 [illegible] 15 [illegible]

2. [illegible]

(i) 56^2 (iii) 82^2

(ii) 65^2 (iv) 75^2

3. [illegible] :

(i) -5 (ii) $\frac{3}{7}$ (iii) $-\frac{6}{7}$

(iv) $\frac{(-40)+33}{60}$ (v) -125 (vi) $\frac{5-12}{60}$

2.4 [illegible] **:** $(-x)^2$ [illegible], [illegible] $y = (x)^2$ [illegible] $y = (-x)^2$

[illegible]: y [illegible] $\frac{-40+33}{60}$ [illegible] $-\frac{7}{60}$ [illegible]

[illegible] **:**

[illegible] $y = x^2$ *[illegible]* [illegible]**,** [illegible] 2069.[illegible]

[illegible]

[illegible] :

(1) [illegible]

(2) [illegible] [illegible]=[illegible]

2.4.1. [illegible]

[illegible] 12 : [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

([illegible]) 36 ([illegible]) 144

[illegible] ([illegible]) 36 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

[illegible] 36 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

2 36

2 18

3 9

3

36 = 2 [illegible] 2 × 3 × 3

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

36 = $\overline{2 \times 2}$ [illegible] $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{17}{10}+\left(\frac{7}{-12}\right)$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]:

[illegible] [illegible] 2 [illegible] 3 = 6

[illegible] $\left(\frac{-5}{6}\right)+\frac{17}{10}+\left(\frac{-7}{12}\right)$, [illegible] [illegible] 36 [illegible] [illegible] ± 6, – 6 [illegible]

([illegible]) 144[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

[illegible] 144[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

2 144

2 72

2 36

2 18

3 9

3

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ।

144 = $\frac{(-50)+102+(-35)}{60}$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]:

[illegible] [illegible] 2 × 2 × 3 = 12

[illegible], $\frac{-50 \quad +102 - 35}{60}$

[illegible] [illegible] 144[illegible] [illegible] ±12, –12 [illegible]

[illegible] 13 : [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(i) 576 **(ii)** 2025

[illegible] : ([illegible]) 576 [illegible] [illegible] **=** $\frac{17}{60}$

2 576
2 288
2 144
2 72
2 36
2 18
3 9
3

5 2025
5 405
3 81
3 27
3 9
3

$\because 576 = 2 \times 2 \times 2\ (-1)\ 2\ (\frac{-2}{3})\ 2$ [illegible] 2 [illegible] 3 [illegible] 3

$= \frac{-15}{11}$ [illegible] $\overline{2 \times 2} \times \overline{2 \times 2} \times$ [illegible]

$(\frac{-4}{7}) = 2$ [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 3

$= 24$

[illegible]: $\frac{8}{7}$ 24

(ii) 2025 [illegible] [illegible] $= \sqrt{2025}$

$\because 2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

[illegible], $2025 = \overline{3 \times 3} \times \overline{3 \times 3} \times \overline{5 \times 5}$

$\therefore \sqrt{2025} = 3 \times 3 \times 5$

$= 45$

[illegible]: $\sqrt{2025} = 45$

[illegible] :

(1) [illegible] ।

(2) [illegible] ।

(3) [illegible] ।

(4) [illegible] ।

(5) [illegible] ।

2.4.2 [illegible]

[illegible]

[illegible]

(□) $\sqrt{9\times100}$ · $\sqrt{(3\times3)\times(2\times2)\times(5\times5)}$

= 3 × 2 × 5 = 3 × 10 = $\sqrt{9}\times\sqrt{100}$

[illegible]: $\sqrt{9\times100}=\sqrt{9}\times\sqrt{100}$

(Ke) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2\times2}{3\times3}} = \sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}}$

$= \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

[illegible]: $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

[illegible] :

[illegible]f[illegible] a [illegible] b [illegible], [illegible] ([illegible]) [illegible], $b\neq0$

$\sqrt{a\times b}$ = $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ [illegible] $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

[illegible] 14: [illegible] $\frac{256}{441}$ [illegible] ।

2 256
2 128
2 64
2 32
2 16
2 8
2 4
2

3 441
3 147
7 49
7

nue : $\frac{256}{441}$ [illegible] · $\sqrt{\frac{256}{441}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{441}}$

$\sqrt{256} = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

[illegible] $\sqrt{441} = 3 \times 7$

$\therefore \sqrt{\frac{256}{441}} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 7}$

[illegible]: $\frac{256}{441}$ [illegible] $\pm\frac{16}{21}$ [illegible]

[illegible] 15 : [illegible] $2\frac{14}{25}$

[illegible] : $2\frac{14}{25} \cdot \frac{64}{25}$, ([illegible]) $2\frac{14}{25}$ [illegible]

$= \sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}}$

$\cdot \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}}$

$\because \sqrt{64} = 2 \times 2 \times 2$

[illegible] $\sqrt{25} = 5$

$\therefore \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{2 \times 2 \times 2}{5}$

$= \frac{8}{5}$, [illegible]: $\sqrt{\frac{64}{25}} = \pm\frac{8}{5}$

[illegible] :

[illegible] ।

(i) $\frac{121}{625}$ (ii)

[illegible] :

(1) [illegible]f[illegible], [illegible]

(2) [illegible]-[illegible] ।

(3) [illegible] ।

[illegible] 16: [illegible] 3600 [illegible], [illegible], [illegible] ।

[illegible]: [illegible] $=\sqrt{3600}$

[illegible] 3600 [illegible] ।

2 3600

2 1800

2 900

2 450

5 225

5 45

3 9

3

3600 = $\overline{2\times 2}\times\overline{2\times 2}\times\overline{3\times 3}\times\overline{5\times 5}$

□□: $\sqrt{3600} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad = 6$

□□□□□ : □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□, □□: □□□□□ □□□ – 60 □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ 60 □□ □

□□□□□ □□ □□□□ 602490.□□□□60= 3600

□□: □□□□□ □□□ □□ □

□□□□□□ 17: □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ 6075 □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□

□□: □□□□ □□ 6075 □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□ □

5 6075

5 1215

3 243

3 81

3 27

3 9

3

6075 = 5 × 5 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3

□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□

$6075 = \overline{5 \times 5} \times \overline{3 \times 3} \times \overline{3 \times 3} \times 3$

□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ 3 □□□ □□ □□□□ □□, □□□□□ □□□□ □□□□ □□ □

□□: □□f□ 6075 □□ 3 □□ □□□□ □□ □□□ □□ □□ 3 □□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □

□□□□□□ 18: □□□□□□□□□ □□□□□□ 17 □□□ □□ □□□r □□□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□

□□ : 2500.□□□□

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ 3 □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ 3 □□□

□□□□□□ 2 (□)

1. □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □

(i) 7744 **(ii)** 11664 **(iii)** 4900 **(iv)** 47089

2. [illegible]

(i) $\frac{625}{1296}$ **(ii)** $\frac{529}{196}$ **(iii)** $4\frac{2}{9}$ **(iv)** $3\frac{3}{121}$ **(v)** $7\frac{4}{9}$

3. [illegible] 2304 [illegible], [illegible]

4. [illegible] f[illegible] 6561 [illegible]

5. [illegible] 60 [illegible] f[illegible] 8160 [illegible], [illegible]

6. [illegible] 1890 [illegible]

7. [illegible] 9408 [illegible]

2.5. [illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible] 19. 1849 [illegible]

[illegible]: 1849 [illegible] $= \sqrt{1849}$

[illegible]

2. 1 □□ 9 □□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□, □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ 18 □□ □□□□□ □□ 18 □□ □□ □□ □ □□□□ 42 =16

3. □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ 4□□□□□ □□□ □□ 4□□ □□□□ 16 □□ 18 □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □

4. □□□□□ 2 □□ □□□ □□□□□ □□□□ 49 □□ □□□□ □□□□ □□□, □□ □□□□□□ □□□ □□□□□ 249 □□□

5. □□□□ □□□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□□ 4□□ □□□□ 8 □□□□□ □□□ □□□□ 4□□□ 4□□□□□ 8 □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□

6. 249 □□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ 24□□□ □□□ □□□□ 8 □□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□□ 3 □□□ □□□ □3 □□ □□□□□ □□□ □□□□□□□ 8 □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ □

7. 83 □□□ 3 □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ 249 □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□ □

8. □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ 43 □□□□□□ □□□□□□□ □□ □

43

4 $\overline{8}$ $\overline{9}$

+4 16

(4×2=8) 83 249

249

0

□□ : $\sqrt{1849} = 43$

□□□□□□□ □□□□□□□ 43 □□ 43 □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □

$43 \times 43 = 1849$

□□ : □□□□□ □□□ □□ □

□□□□□□ 20. □□□□□□□□ □□ 11449 □□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□: 11449 □□ □□ □□□□□□□□ $= \sqrt{11449}$

1. □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ 1 □□ □□□□□ □□□□□ □□ □ 1 □□ □□□□□□□□ 1 □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ 1 □□□□□□ □□□ 1□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□R □□ □□□□□□ □□□□□ 14□□ □ 1 □□ □□□□□ 2 □□□ □□□ □□□□□□ 1 ± 1 =2 □□□ □□□

2. □□□□□ 14□□ □□□□□ 1 □□□ □□□ □□□□□ 2 □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□□ 2 □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ 0 □□□□□□ 20 □□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ 1 □□ □□□ □□ 0 □□□□□ □□□ □

3. 14□□ □□□ □□ □□□□□ 49 □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□ 1449 □□ 9 □□ □□□□□□ □□□ 144□□□ 20 □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ 7 □□□ □□ □

4. □□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □

□□□□□□□ 21 : □□□ □□□□□ □□ $2\frac{2797}{3364}$ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □

] : $2\frac{2797}{3364} = \frac{2 \times 3364 + 2797}{3364} = \frac{70644 + 2797}{3364} = \frac{73441}{3364}$

271 58

2 $\overline{7}\,\overline{3}\,\overline{4}$ (□□□□□□ □□□, 33 □□□ 4 5 $\overline{3}\,\overline{6}$

+2 4 □□ □□□ □□ □□□□□□ + 5 25

47 3 34 8 □□□ □□ □□ 48 108 864

+7 3 29 □□□ 8 □□ □□□□□ □□□□□ 864

541 541 □□ 334□□ □□□□□ 0

541 □ □□□□□ □□ □)

0

□□ □□□□□□□ $\sqrt{2\frac{2797}{3364}} = \sqrt{\frac{73441}{3364}}$

□□□□□□□ 22 : □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ 194491 □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □

441

4 $\overline{9}\,\overline{4}\,\overline{9}$ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□

+4 16□□ □□□□□□ 10 □□□□□ □□□ □□□□f□ □□□□□□□ □□□ □□ 10

84 344 [illegible]
+4 336 [illegible]: [illegible] 10 [illegible]
881 891
881
10

[illegible] 23 : [illegible] f[illegible] 306452 [illegible], [illegible]

[illegible]:553 554

5 $\overline{30}\,\overline{64}\,\overline{52}$ 5 $\overline{30}\,\overline{64}\,\overline{52}$

+ 5 25 +5 25

105 564 105 564

+ 5 525 +5 525

1103 3952 1104 3952

3309 4416

643 – 464

[illegible] (553)2 [illegible] (554)2 [illegible] f[illegible] (4416 -3952) [illegible] 464[illegible], [illegible]

[illegible] 464 [illegible]
306452 + 464 = 306916
306916 [illegible]
[illegible] 24: [illegible]: [illegible]
[illegible] : [illegible]: [illegible] 100000
100000 [illegible] $= \sqrt{100000}$

316 317

3 $\overline{10}\,\overline{00}\,\overline{00}$ 3 $\overline{10}\,\overline{00}\,\overline{00}$

+3 9 +3 9

61 100 61 100

+1 61 +1 61

626 3900 627 3900

3756 4389

144 – 489

□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ □□ □: □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ 489 □□ □□□

□□□ □: □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ =100000 ± 489 =100489

□□□□□□ 25 : □: □□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□ : □: □□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□□ 999999

999999 □□ □□□□□□□ $\sqrt{999999}$

999

9 $\overline{9}\ \overline{9}\ \overline{9}$

+9 81

189 1899

+9 1701

1989 19899

17901

1998

999999 □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ (999)2, 999999 □□ 1998 □□ □□ □

□□: □□ □□□□□ □□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ = 999999 - 1998 = 998001

□□□□□□ 2 (c)

1. □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ :

(i) 4489 **(ii)** 27225 **(iii)** 49284

(iv) 1234321 **(v)** 4937284

2. □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ :

(i) $\frac{361}{625}$ **(ii)** $3\frac{5}{9}$ **(iii)** $2\frac{5}{169}$

(iv) $0\frac{151}{225}$ **(v)** $3\frac{394}{729}$

3.. [illegible] 4931[illegible]

4. [illegible] 18265 [illegible]

5. [illegible]

6. 62500 [illegible]

2.6 [illegible]

[illegible]

1 [illegible] 9 [illegible], [illegible] a [illegible]

a	a^2	$\sqrt{a^2}$	$\pm a$	a	a^2	$\sqrt{a^2}$	$\pm a$
1	1	$\sqrt{1}$	± 1	6	36	$\sqrt{36}$	± 6
2	4	$\sqrt{4}$	± 2	7	49	$\sqrt{49}$	± 7
3	9	$\sqrt{9}$	± 3	8	64	$\sqrt{64}$	± 8
4	16	$\sqrt{16}$	± 4	9	81	$\sqrt{81}$	± 9
5	25	$\sqrt{25}$	± 5				

l[illegible] 1 [illegible] 9 [illegible]

[illegible] :

10 [illegible] 99 [illegible] 10, 25, 31, 32, 50, 65, 85, 99 [illegible], [illegible] a [illegible]

a	a^2	$\sqrt{a^2}$	$\pm a$	a	a^2	$\sqrt{a^2}$	$\pm a$
10	....	....	....	50	....	....	....
25	625	$\sqrt{625}$	± 25	65	....	....	....
31	....	....	....	85	....	.....	....
32	1024	$\sqrt{1024}$	± 32	99	9801	$\sqrt{9801}$	± 9

[illegible] 10 [illegible] 99 [illegible] 3 [illegible] 4[illegible] 100 [illegible] 999 [illegible] ([illegible]) [illegible] :

[illegible] :

[illegible]

1 [illegible] 2 [illegible] 1

3 [illegible] 4 [illegible] ...

5 [illegible] 6 [illegible] ...

7 [illegible] 8 [illegible] 4

9 [illegible] 10 [illegible] ...

2.6.1 [illegible]

[illegible], [illegible] R [illegible] R [illegible] f [illegible], [illegible]

[illegible]

1. [illegible] f [illegible], [illegible]

2. [illegible] f [illegible], [illegible]

[illegible] 26 : [illegible] ।
256, 1225, 14641, 783225

nue: (i) $\overline{2}\,\overline{56}$ [illegible] ।

[illegible]: 256 [illegible] 2 [illegible] ।

(ii) $\overline{12}\,\overline{25}$ [illegible] 2 [illegible] ।

(iii) $\overline{1}\,\overline{46}\,\overline{41}$ [illegible] 3 [illegible]: [illegible] 3 [illegible]

(iv) $\overline{78}\,\overline{32}\,\overline{25}$ [illegible] 3 [illegible] । [illegible] 3 [illegible] ।

[illegible]

1. [illegible] ?
2. [illegible] ?
3. 289 [illegible] ?
4. 15625 [illegible] ?
5. [illegible] ।

[illegible] 2([illegible])

[illegible] :

1. [illegible] 1809025 [illegible] :

(i) 2 **(ii)** 5 **(iii)** 4 **(iv)** 3

2. 100 [illegible] 999 [illegible]:

(i) 2 **(ii)** 4

(iii) 5 **(iv)** 3

3. [illegible] :

(i) 2 **(ii)** 3

(iii) 4 **(iv)** 5

4. [illegible], [illegible] :

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

5. [illegible]q[illegible] ?

([illegible]) 2304 ([illegible]) 75625 ([illegible]) 166464

([illegible]) 32901696 ([illegible]) 64432729

2.7 [illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible] :

[illegible] 3054.[illegible]

$\left(\frac{-8}{7}\right)$ $\left(\frac{-4}{-5}\right)$ $\left(\frac{-8}{7}\right)\times\frac{-4}{-5}=\frac{-8\times(-4)}{7\times(-5)}$ $\frac{112}{-105}$

0.3 0.09 $\frac{6}{-5}$ $-\frac{6}{5}$

0.5 0.25 $\left(\frac{5}{-2}\right)\times\left(\frac{-4}{1}\right)$ ...

0.41 0.1681 $\left(\frac{-3}{-8}\right)\times\left(\frac{2}{-9}\right)$ ± 0.4

4.1 ... $\sqrt{6.8}$ ...

7.5 ... $\sqrt{5.3}$ ...

1.25 1.5625 $\sqrt{\ldots}$ ...

36 = $\overline{2\times 2}$ $\times \overline{3\times 3}$

X3X3

[illegible] :

1. [illegible]

[illegible]

2. [illegible]

[illegible] 28. 4.6225 [illegible]

[illegible] :2.15

2 $\overline{4}.\overline{62}\ \overline{25}$
+2 4

41 62
+1 41

425 2125
2125

0

1. [illegible]

2. [illegible] R [illegible] f [illegible] R [illegible]

3. [illegible] f [illegible], [illegible] R [illegible]

4. [illegible]

[illegible] 29. 0.00053361 [illegible]

[illegible] : 0.00053361 [illegible] $= \sqrt{0.00053361}$

0.0231

2 $0.\overline{0}\,\overline{5}\,\overline{3}\,\overline{6}$

+2 4

43 133

+3 129

461 461

461

0

[illegible]: $\sqrt{0.00053361} = 0.0231$ [illegible] [illegible] 0.00053361 [illegible] [illegible] ± 0.0231 [illegible]

2.8 [illegible]

[illegible]f[illegible] [illegible]r [illegible], [illegible] [illegible]f[illegible] [illegible], [illegible], [illegible] [illegible]

[illegible] 30 . 0.9 [illegible] [illegible]

[illegible] : [illegible] 9 [illegible], [illegible] (=2 ± 1)[illegible]â [illegible]

[illegible] :

0. 948

9 $0.\overline{9}\,\overline{0}\,\overline{0}$

+9 81

184 900

+ 4 736

1888 16400

15104

1296

□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ 8 □□ □□ □□ 5 □□ □□□ □□□ □□□: □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□ 1 □□□ □□□□□ □□□ □

□□: $\sqrt{0.9} = 0.9$

□□□□□□□ 31 . 1521.□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □

□□: □□□□□ 2 □□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□, □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ (·3±1)□□□□□ □□ □□□□□â□

1.4142

1 $\overline{2}.\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}\,\overline{00}$
+ 1 1
24 100
+ 4 96
281 400
+ 1 281
2824 11900
+ 4 11296
28282 60400
56564
3836

∵ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ 2 □□ □□□□□ 5 □□ □□ □□□ □□: □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□1.414□□□□□ □

$\therefore \sqrt{2} = 1.414$

□□□□□□□ 32 . $0\frac{2}{3}$ □□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □

□□: $0\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = 0.66666666....$

□□: $\sqrt{0\,\tfrac{2}{3}} = \sqrt{0.66666666}$

3.2659

$3\ \overline{0}.\overline{6}\ \overline{6}\ \overline{6}\ \overline{6}$

+3 9

62 166

+2 124

646 4266

+ 6 3876

6525 39066

+5 32625

65309 644166

587781

56385

[illegible] 9 [illegible], [illegible] 5 [illegible]

[illegible]: $\sqrt{0\ \frac{2}{3}} = 3.266$

[illegible] 30, 31 [illegible] 32 [illegible]

$\sqrt{.9} = 0.948.......$

$\sqrt{2} = 1.4142........$

$\sqrt{0\ \frac{2}{3}} = 3.2659....$

[illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible]

1. 0.16 [illegible] ?

2. 0.3 [illegible] ?

3. 0.5 [illegible] ?

[illegible] 2(e)

1. [illegible] :

(i) 84.8241 (ii) 150.0625 (iii) 477.4225

(iv) 225.6004 (v) 0.00008281

2. [illegible] :

(i) 1.7 (ii) 23.1 (iii) 5

(iv) 237.615 (v) 0.016

3. [illegible] :

(i) $\frac{5}{12}$ (ii) $2\frac{1}{12}$ (iii) $287\frac{5}{8}$ (iv) $367\frac{2}{7}$

4. [illegible], [illegible] 1227.8016 [illegible] ?

5. [illegible] 0.00037636 [illegible]2 [illegible] [illegible]

6. [illegible]fo $\sqrt{2} = 1.4142$ [illegible] $\sqrt{8}$ [illegible] [illegible]

[illegible] **- 2**

1. [illegible] 5400 [illegible]?

2. $\sqrt{4\,^2 - 0\,^2}$ [illegible] :

3. [illegible] :

(i) 15876 **(ii)** 148225 **(iii)** 69696

4. [illegible] :

(i) $5^2 + (-5)^2$ **(ii)** $\sqrt{(5^2 + 12^2)}$

(iii) $3\,^2 + \sqrt{900}$ **(iv)** $\sqrt{400} + \sqrt{0.04} + \sqrt{0.000004}$

5. [illegible] :

(i) 4225 **(ii)** 75625 **(iii)** 3915380329

6. [illegible] :

(i) $\frac{625}{121}$ **(ii)** $3\,\frac{139}{169}$ **(iii)** $2\,\frac{189}{289}$

7. [illegible] 9792 [illegible] [illegible]

8. [illegible] 3675 [illegible]

9. [illegible] [illegible]

10. □□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □

11. □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□, □□ 16, 18 □□ 45 □□ □□□□-□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□

12. □□ □□□□□□ □□□ 1250 □□â□ □□□ □ □□ □□□□f□□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□ □□â□ □□□□□ □□, □□□□□ □□ □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□ □ □□f□ □□□□ □□□ 8 □□□□□ □□â□ □□□□□ □□□, □□ □□□□□ □□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ ?

13. 15 □□□□□ □□ □□□□□ 6 □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□, □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□ □ □□f□ □□□ 1.6 □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□, □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □

14. □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ 16160 □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □

15. □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ 594□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□

16. □□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□, □□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□-□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□ ` 2.25 □□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□f□ □□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ ` 3600 □□ □□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□

17. □□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ 289 □=□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□ □=□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□ □=□□□ □□□□□ □□□?

□□□□ □□□□ □□□□□ □□ ?

1. □□□□ □□□□□□□□ □ □□ □□□□□□ □2 □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □ □□× □ □□□□ □□□

2. □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□

3. x^2 □□ □□□□□□□□ $= \pm x$ □□□□□□ x □□□□□□□□ □□□

4. [illegible]

5. [illegible]

6. [illegible] $y = x^2 \geq 0$ [illegible]

7. [illegible]

8. [illegible]

9. [illegible]

10. [illegible]

11. [illegible] 10 [illegible]

12. [illegible]

13. [illegible]

14. [illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible] 2 (a)

1. 9, 25, 49, 81, 121, 169; **2.** (i) 3136, (ii) 4225, (iii) 6724, (iv) 5625; **3.** (i) 25, (ii) $\frac{169}{289}$ (iii) $\frac{36}{49}$, (iv) $\frac{225}{361}$, (v) 15625, (vi) $\frac{81}{529}$.

[illegible] 2 (b) 1. (i) ± 18, (ii) ± 108, (iii) ± 70, (iv) ± 217; **2.** (i) $\frac{23}{36}$, (ii) $1\frac{9}{14}$, (iii) $2\frac{1}{7}$, (iv) $4\frac{9}{11}$, (v) $\pm 8\frac{5}{7}$; **3.** 48; **4.** 81; **5.** 90; **6.** 210; **7.** 3.

[illegible] 2(c) 1. (i) ± 76, (ii) ± 165, (iii) ± 222, (iv) ± 1111, (v) ± 2222, **2.** (i) $\pm\frac{19}{23}$, (ii) $\pm 5\frac{6}{7}$, (iii) $\pm 4\frac{8}{13}$, (iv) $\pm 3\frac{4}{15}$, (v) $\pm 4\frac{23}{47}$; **3.** 110; **4.** 40; **5.** 99856; **6.** 250.

[illegible] 2 (d) 1. (iii) 4; **2.** (iv) 3; **3.** (iii) 4; **4.** (iii) [illegible]; **5.** (i) 2, (ii) 3, (iii) 3, (iv) 4, (v) 4.

[illegible] 2 (e) 1. (i) 9.21, (ii) 12.25, (iii) 21.85, (iv) 15.02, (v) 0.0091; **2.** (i) 1.304, (ii) 4.806, (iii) 2.236, (iv) 15.415, (v) 0.126; **3.** (i) 0.645, (ii) 1.443, (iii) 16.960, (iv) 19.165; **4.** 35.04, **5.** 2 [illegible],
6. 2.828.

[illegible] [illegible] 2

1. [illegible] **; 2.** 9 **; 3.** (i) ± 126, (ii) ± 385, (iii) ± 264; **4.** (i) 50, (ii) 13, (iii) 930,
(iv) 20.202; **5.** (i) 65, (ii) 275, (iii) 62573; **6.** (i) $2\frac{3}{11}$, (ii) $6\frac{3}{13}$, (iii) $5\frac{6}{17}$; **7.** 17; **8.** 3,
9. 1024; **10.** 9801; **11.** 3600; **12.** 100; **13.** 40 [illegible], 4[illegible]; **14.** 31; **15.** 31. **16.** 40 [illegible] **17.** 17.

[illegible] - 3 [illegible]

- [illegible]
- [illegible] ([illegible])
- [illegible]
- [illegible], [illegible]
- [illegible], [illegible], [illegible] ([illegible])
- [illegible], [illegible], [illegible]
- [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

$2^{2}\ 2^{2}\ 2 \cdot 2^{3} \cdot 8$

$3^{2}\ 3^{2}\ 3 \cdot 3^{3} \cdot 27$

$5\ {}^{2}\ 5\ {}^{2}\ 5 \cdot 5^{3} \cdot 125$

[illegible] 2 [illegible] 8 [illegible], 3 [illegible] 27 [illegible], 5 [illegible] 125 [illegible] ‘‘[illegible] 3’’ [illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible], [illegible]

3.2 [illegible]

[illegible] - [illegible]

(1) $3\ {}^{2}\ 3\ {}^{2}\ 3 \cdot 3^{3} \cdot 27$

(2) $(-5)\ {}^{2}\ (-5)\ {}^{2}\ (-5) \cdot (-5)^{3} \cdot -125$

(3) $\left(\frac{2}{7}\right)\ 2\ \left(\frac{2}{7}\right)\ 2\ \left(\frac{2}{7}\right)^{3}\ .\ \frac{8}{343}\ .\ \left(-\frac{9}{8}\right)$

(4) $\left(-\frac{9}{8}\right)2\left(-\frac{9}{8}\right)2\left(-\frac{9}{8}\right)^{3}\ .\ -\frac{729}{512}\ .\ \left(x^{3}\right)$

(5) $m \times m \times m = m^{3} = n$

[illegible], [illegible]

$n = m \times m \times m$

$= m^{3}$ [illegible]

3.3 [illegible] :

[illegible]-

[illegible] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

[illegible] 1 8 27 … … … … … … 1000

[illegible] 1139. [illegible]

[illegible] 1 [illegible] 1000 [illegible] ([illegible])

[illegible] :

[illegible] 11 [illegible] 20 [illegible]

[illegible]

[illegible] (x) 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

[illegible] 1331 1728 2197 2744 3375 4096 4913 5832 6889 8000

(x^3) [illegible]

[illegible]

[illegible]q[illegible] :

1. **1000 [illegible], [illegible]: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729 [illegible] 1000 [illegible] 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, …, 999 [illegible]**
2. **[illegible] 1 [illegible]**
3. **[illegible], [illegible]ä[illegible]**

4. □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□

5. □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □

□□□□□□□ □□□□□□ :

- 1 □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□, □□□□□□ ?
- 216 □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□ ?
- 21, 31□□, 27 □□ 46 □□ □□ □□□□□□□
- 233, 293 □□ 263 □□ □□□□ □□□□□□□
- 4096, 5832 □□ 6859 □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□
- □□□□□ 0 □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ ?
- 1144.□□□□□ □□ 1149.□□□□□□□ □□ □□□□□□□

3.3.1 □□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□

□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ :

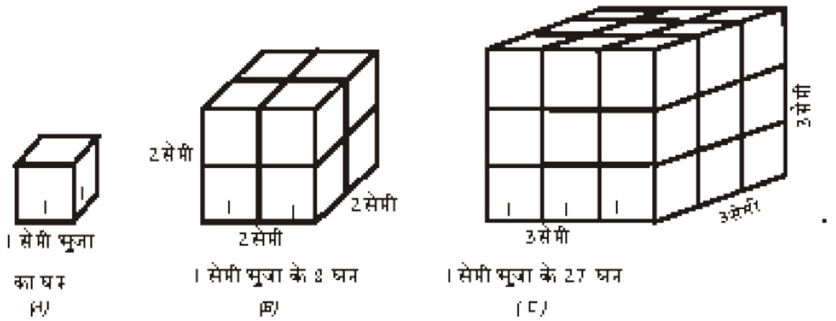
□□□□□□□ 2 3 $\frac{-5}{6}$ 0.1 0.5 8

□□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□ $\frac{4}{125}$ 27 [illegible] 0.001 0.125

□□□□□□□ □□□□□□

- □□□□□□□ □□ 10 □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□ 1000 □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ ?
- □□□□□□□ □□ 10 □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□ 1000 □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ ?
- 1 □□ 100 □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □
- 1 □□ 1000 □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ ?
- □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□ ?

3.3.2 □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□



□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□ □□ □□ □□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□, □□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ 1□□□□, 2□□□□ □□ 3 □□□□ □□□□

$\frac{1}{1000} = \frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}$

□□□□□ □□□□□ :

□□□□□ (A) □□□ □□ 1 □□□□ □□□□ □□ □□ □□□ □□□□□ (□) □□□ □□ 2 □□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□ □□□□ 8 □□□□3 □□ □□ □□□□□ 1 □□□□ □□□□ □□ 8 □□ □□, □□□□□ (□□) □□□ □□ 3 □□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□ □□□□ 27 □□□□3 □□ □□ □□□□□ 1 □□□□ □□□□ □□ 27 □□ □□□□

3.4 □□□□□

□□ □□□□□ □□□ □□

$8 = 2\ ^{2}\ 2\ ^{2}\ 2 = 2^{3}$

$-64 = (-4)\ ^{2}\ (-4)\ ^{2}\ (-4) = (-4)^{3}$

$\left(\frac{1}{10}\right)^{3} . -\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

□□ $0.001 = 0.1\ ^{2}\ 0.1\ ^{2}\ 0.1 = (0.1)^{3}$

$\left(-\frac{1}{2}\right)^{3} . \frac{1}{10}$

□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ 2 □□ □□ 8, (–4) □□ □□ (–64), $\frac{1}{1000}$ □□ □□ $\left(-\frac{1}{2}\right)$ □□ 0.1 □□ □□ (0.001) □□□ $\left(-\frac{1}{8}\right)$

□□ □□ $\frac{1}{1000}$ □□□

□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ 8 □□ □□□□□ 2, (–64) □□ □□□□□ (–4), $\frac{1}{0}$ □□ □□□□□ $\left(-\frac{1}{8}\right)$□□ 0.001 □□ □□□□□ 0.1 □□□ $\left(-\frac{1}{2}\right)$□□ □□□□□nw, $\sqrt[3]{8} = 2$□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□-

$\sqrt[3]{-64} = -4$

$\sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \frac{1}{0}$

$\sqrt[3]{0.001} = 0.1$

□□ $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$

□□□ $\sqrt{\ }$

□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ (1282.□□□□) □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ 3 □□□ □□□□ □□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□

□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ q, □□□□□□ □□□□□□ q □□ □□□□□ □□, □□

$p \cdot \frac{-125}{216}$ 3□□□□□

□□□□□□ □□□□□□ :

1. 27 □□□ □□□□□□ □□ □□ □□ ?

2. 125 □□ □□□□ 5 □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□â□□ □□□□□□□ ?

3. $\frac{-8}{2}$ □□□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□ ?

4. 0.001 □□□ □□□□□□ □□ 3 □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ ?

- □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□

- □□ □□□□□□ □□□□□□ □□, □□□□□□ □□□□□□ □ □□ □□□□□ □□, □□□ □□3= □

- □□□ □□, □ □□ □□□□□ □□ □□ □□ □□ □□ □ □□ □

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ :

(i) 8 (ii) $\frac{-64}{1331}$ (iii) $\underline{3\times3\times3}$

□□□□□□□ 1. □□□□□ 243 □□ □□□□□□ □□ □□ ?

□□ : 243 · $\underline{3\times3\times3}$ × 3 × 3

□□□□□ 3 □□ □q□□□□□ □□□□□□ □□ 3 ² 3 □□□ □□□□□ □□ □□□ 243 □□□□□□ □□ □□□□□ □□□

□□□□□□□ 2. □□□□□ 729 □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ ?

□□ : 729 · $\underline{3\times3\times3}$ 2 $\frac{1}{5}$

□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□

□□ : 729 □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□

□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

1. □□□ □□□□□□□ □□ □□ 64□□?

2. $\sqrt[3]{\frac{6}{3}}$ □□ □□ □□□□□□□□

3. 0.1 □□ □□ □□□□□□□□

4. □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) $=\frac{2}{5}\sqrt[3]{0\ ,0\ ,000}=100$

(ii) $\frac{-5}{9}$

(iii) 1 □□□□□□□□ □□□□□ □□□□

□□□□□□□ 3 (a)

1. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□ -

7, 12, 17, 19, 21, 100

2. $\frac{3}{8}$ □□ □□ □□ :

(i) $\frac{-3}{8}$ **(ii)** $\frac{125}{729}$ **(iii)** $\frac{-125}{729}$ **(iv)** $2\ =3\times3\times3=3^3,$

3. □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ :

64, 216, 243, 900, 1728, 106480, 363000

2 1728
2 864
2 432
2 216
2 108
2 54
3 27

3 9

3

3.4.1 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible]) [illegible],

(i) $\sqrt[3]{27} = 3$ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

(ii) 216 = $2^3 \times 3^3$

= $(2 \times 3)^3$

= $\sqrt[3]{216} = 2 \times 3$

[illegible]: $216 = \overline{2 \times 2 \times 2} \times \overline{3 \times 3 \times 3}$ = 6

[illegible], $\sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$

[illegible]: $1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

(iii) $= 2^3 \times 2^3 \times 3^3$

$= (2 \times 2 \times 3)^3$

$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3$

[illegible]: $= 12$

$157464 = \overline{2 \times 2 \times 2} \times \overline{3 \times 3 \times 3} \times \overline{3 \times 3 \times 3} \times \overline{3 \times 3 \times 3}$

[illegible] ।

[illegible] :

- [illegible] 2744, 4096, 8000 [illegible] 91125 [illegible] ।

[illegible]-[illegible] :

1. [illegible] ।
2. [illegible] 3-3 [illegible] ([illegible]) [illegible] ।
3. [illegible] ।
4. [illegible] ।
5. [illegible] ।

[illegible] : [illegible], [illegible]

[illegible] ([illegible]r[illegible]) [illegible] [illegible]

[illegible] 3. 157464[illegible]

2 157464
2 78732
2 39366
3 19683
3 6561
3 2187
3 729
3 243
3 81
3 27

3 9

3

nue : $\sqrt[3]{157464} = 2\times3\times3\times3$

[illegible]: $43200 = \overline{2\times2\times2}\times\overline{2\times2\times2}\times\overline{3\times3\times3}\times5\times5$

= 54

[illegible] 4. 43200 [illegible]? [illegible]

[illegible]

2 43200
2 21600
2 10800
2 5400
2 2700
2 1350
3 675
3 225
3 75

5 25

5

[illegible] 3-3 [illegible] ([illegible])
[illegible] 51465.[illegible]5 [illegible]: [illegible]f[illegible] 5 [illegible]
[illegible]
[illegible] =5
[illegible] =43200=
$\overline{2\times2\times2}\times\overline{2\times2\times2}\times\overline{3\times3\times3}\times\overline{5\times5\times5}$ 5=216000

[illegible] 216000 · $\sqrt[3]{216000} = 2\times2\times3\times5 = 60$

[illegible]: $13122 = 2\times3\times3\times\overline{3\times3\times3}\times\overline{3\times3\times3}$

[illegible] **5. 13122** [illegible] ? [illegible]

[illegible] $2\times3\times3$

[illegible] 3 – 3 [illegible] ([illegible]) [illegible] 2, 3, 3 [illegible] : [illegible] f[illegible] 1491.[illegible]1496.[illegible]

[illegible]

[illegible] 1506.[illegible]

3.4.2 [illegible] :

□□□□□,

□□:

$\sqrt[3]{-8} = -2$ □□: $(-3)^3 = (-3)\times(-3)\times(-3) = -27$,

$\sqrt[3]{-27} = -3$ □□: $(-4)^3 = (-4)\times(-4)\times(-4) = -64$,

$\sqrt[3]{-64} = -4$ □□: $(-x)^3 = (-x)\times(-x)\times(-x) = -x^3$

□□□ □□□□□□ □□f□ (-x) □□ □□ □□□□□□□□ □□, □□

$\sqrt{0\frac{2}{3}} = \sqrt{0.66666666}$

□□:

• □□□ □□□□□□ □□f□ (-x) □□ □□ □□□□□□□□ □□, □□ $\sqrt[3]{-x^3} = -x = -\sqrt[3]{x^3}$ □□ □ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□

□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□, □□□□□ □□□ □□□

$2197 = \overline{13 \times 13 \times 13}$

□□□□□□ 6. -2197 □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □

-2197 □□ □□□□□
□□□□□ □□□□□
□□ □□ □□□□□ □□□ □□

$\therefore \sqrt[3]{2197} = 13$

$\sqrt[3]{-2197} = -\sqrt[3]{2197}$

□□ : $= -13 \sqrt[3]{27 \times 64}$

3.4.3 □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ :

• □□□□□,

□□□□□□ 7. □□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□

(□) $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64}$

(□) $\sqrt{2} = 1.4142$

□□ (□) $\sqrt{8}$

$\sqrt{4^2 - 0^2}$

$\sqrt[3]{27 \times 64} = \sqrt[3]{\overline{3\times3\times3}\times\overline{4\times4\times4}}$

$\sqrt[3]{27} = 3$

· 3 × 4

= 12

(□) $\sqrt[3]{64} = 4$ □□ $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64}$

· 3 ² 4 =12

□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□

□□□□ □□□□□□□□,

$\sqrt[3]{8} = 2$, □□ : $27 = \overline{3\times3\times3} = 3^3$,

x^2 □□ : $= \pm x$

□□ ≥ 0

□□ : $\sqrt[3]{\overline{2\times2\times2}\times\overline{3\times3\times3}} = 2\times3 = 6$

$\sqrt[3]{8\times27} = 6 = 2\times3 = \sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{27}$

□□ : $\sqrt[3]{8\times27} = \sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{27}$

□□□□□□□□□$-64 = -(\overline{2\times2\times2}\times\overline{2\times2\times2})$

□□□: □□□□□□,

□□□□□□□ 8 $\sqrt[3]{-64} = -(\overline{2\times2}) = -4$ □□: $729 = \overline{3\times3\times3}\times\overline{3\times3\times3}$,

$\sqrt[3]{729} = 3\times3 = 9$ □□: $\sqrt[3]{-64\times729}$

□□

$\sqrt[3]{(-64)\times729} = -\sqrt[3]{\overline{2\times2\times2}\times\overline{2\times2\times2}\times\overline{3\times3\times3}\times\overline{3\times3\times3}} = -2\times2\times3\times3$

$= -$

$= -4\times9$

$\sqrt[3]{-64} \times \sqrt[3]{729}$

$\sqrt[3]{-64\times729} = \sqrt[3]{-64}\times\sqrt[3]{729}$

=– 4 ² 9

=– 36

□□: $\sqrt[3]{125\times216} = \sqrt[3]{125}\times\sqrt[3]{216}$

□□□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\sqrt[3]{343\times512} = \sqrt[3]{343}\times$

(ii) $\sqrt[3]{5}\ 2 \quad \sqrt{-4}$

□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ :

□□f□ a □□ b □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□, □□

1801.□□□□

□□□□□□□ 9. (-125) $\sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -\sqrt[3]{5\times5\times5} = -5$ (-2744) □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

□□ $\sqrt[3]{-2744} = -\sqrt[3]{2744} = -\sqrt[3]{2\times2\times2\times7\times7\times7}$

□□ $= -(2\times7) = -14$

$\sqrt[3]{(-125)\times(-2744)} = \sqrt[3]{-125}\times\sqrt[3]{-2744}$

□□ : $= (-5)\times(-14)$

$= 70$

$\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}$

□□□□□□□ 3 (b)

1. 8 □□□ – 8 □□ □□□□□□□□ □□□ □□□ □□□ □□ ?

2. 32 □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□ ?

3. □□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□□-□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ ?

(i) 432 **(ii)** 729 **(iii)** 13824 **(iv)** 42875

(v) 4608 **(vi)** 1125 **(vii)** 10976 **(viii)** 5832

4. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) 2744 **(ii)** 74088 **(iii)** 74088000 **(iv)** 134217728

(v) -2197 **(vi)** -10648 **(vii)** -64000 **(viii)** -17576

5. 2096 □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□?

6. 281216 □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□ ?

7. 9000 □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ ?

8. 83349 [illegible]? [illegible]r [illegible]

9. (-15625) $\times$512 [illegible]

10. 1331 $\sqrt[3]{125\times343}$ (-1728) [illegible]

11. $\frac{343}{512} = \frac{7\times7\times7}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}$ [illegible] :

(i) 35 **(ii)** 45 **(iii)** 75 **(iv)** 105

3.4.4 [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible],

$= \frac{7^3}{2^3\times2^3\times2^3}$

$= \frac{7^3}{8^3} = \left(\frac{7}{8}\right)^3$

[illegible] : $\frac{-125}{1728} = \frac{(-5)\times(-5)\times(-5)}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3}$

[illegible]:[illegible],

$= \frac{(-5)^3}{2^3\times2^3\times3^3}$

$= \frac{(-5)^3}{(2\times2\times3)^3}$

$= \frac{(-5)^3}{(12)^3} = \left(\frac{-5}{12}\right)^3$

$\sqrt[3]{\frac{-125}{1728}}$

[illegible] : $= \frac{-5}{12}$ $\frac{-125}{1331}$

[illegible], [illegible]

• [illegible], [illegible] :

(i) $\frac{64}{125}$ **(ii)** $\frac{216}{343}$ **(iii)** $\frac{27}{125} = \frac{3\times3\times3}{5\times5\times5} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$

[illegible],

$\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$

[illegible] : $= \frac{3}{5}$ $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

[illegible] : $\sqrt[3]{27} = 3$

[illegible] : $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

[illegible] [illegible] $\sqrt[3]{125} = 5$

[illegible] : $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$

[illegible] : $= \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{3}{5}$ $\sqrt[3]{\frac{512}{1000}}$

[illegible] [illegible] :

[illegible] [illegible]

(i) $= \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[3]{1000}}$ $\sqrt[3]{\frac{-729}{1331}}$ **(ii)** $= \frac{\sqrt[3]{-729}}{\sqrt[3]{1331}}$ $\frac{a}{b}$

[illegible] :

[illegible]f[illegible] **a** [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] $b \neq 0,$ [illegible] [illegible]-

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ [illegible] $= \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

$(0.6)^3 = \left(\frac{6}{10}\right)^3 = \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} =$

3.4.5 [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible])

[illegible],

- $\frac{6 \times 6 \times 6}{10 \times 10 \times 10} = \frac{216}{1000} = 0.216$ $(0.6)^3 = 0.216$

[illegible] $\sqrt[3]{0.216} = 0.6$

[illegible] : $(1.2)^3 = \left(\frac{12}{10}\right)^3 = \frac{12}{10} \times \frac{12}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{1728}{1000} = 1.728$

- [illegible] [illegible],

$\sqrt[3]{1.728} = 1.2$

[illegible] : $\sqrt[3]{0.216} =$

[illegible], [illegible]: [illegible]f[illegible] 0.216[illegible], [illegible]-

$$\sqrt[3]{\frac{216}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{1000}} \frac{\sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3}}{\sqrt[3]{10\times10\times10}} = \frac{2\times3}{10}$$

$$= \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\sqrt[3]{0.216} = 0.6$$

[illegible] : $\sqrt[3]{1.728} =$

[illegible],

$$\sqrt[3]{\frac{1728}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{1000}} \frac{\sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\times3}}{\sqrt[3]{10\times10\times10}}$$

$$= \frac{2\times2\times3}{10} = \frac{12}{10} = 1.2$$

$$\sqrt[3]{1.728} = 1.2$$

[illegible] : $\sqrt[3]{0.027} = 0.3$

[illegible] :

- [illegible] : 0.008
- $29\frac{791}{1000}$ [illegible]

[illegible] 10. $29\frac{791}{1000} = \frac{29791}{1000} = \frac{31\times31\times31}{10\times10\times10}$ [illegible]

[illegible] $\sqrt[3]{29\frac{791}{1000}}$

[illegible] : $= \frac{\sqrt[3]{31\times31\times31}}{\sqrt[3]{10\times10\times10}} = \frac{31}{10}$

3.1 [illegible] $\frac{15625}{1000}$

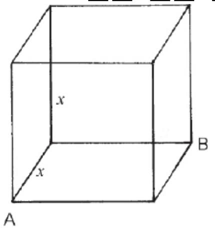
[illegible]

[illegible] 11. 15.625 [illegible]

[illegible] 15.625 · $\sqrt[3]{15.625} =$

[illegible] : $\sqrt[3]{\frac{15625}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{5\times5\times5\times5\times5\times5}}{\sqrt[3]{10\times10\times10}} = \frac{5\times5}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$

3.5 □□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□ :



□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□f□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □ □□ □□□□□ □□□□□ □□, □□ $V = x \times x \times x = x^3$

$V = x^3$

□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□, □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□

□□ □□□□□□□, $x = \sqrt[3]{V}$

□□, $\sqrt[3]{\ }$

□□□□□□□□

□□ □□ □□□□□= (□□ □□ □□□□□)3

□□ □□ □□□□□= 2199.□□□□□□□ □□ □□□□□

□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□

1. $\frac{6}{125}$ □□ □□□□□□ □□□□□□ □ 3. .001 □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□?

2. $\frac{729}{1331}$ □□ □□□□□□ □q□□□□□ □□□□□? 4. .027 □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ 3 (c)

1. □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) $\frac{512}{3375}$ **(ii)** $\frac{1728}{15625}$ **(iii)** $5\frac{3}{4}$ **(iv)** $1\frac{9}{125}$

(v) $2\frac{161}{216}$ **(vi)** $\frac{2}{4}$

2. □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) 1.331 **(ii)** 42.875 **(iii)** 54.872

(iv) 74.088 **(v)** 5.832 **(vi)** 0.000729

□□□□□□□ 3 □□ □□□□ 5 □□ □□□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□:

3. $\frac{2}{3}$ □□ □□□□□□ □□ :

(i) $\frac{3}{4}$ **(ii)** $\frac{3}{8}$

(iii) $\frac{9}{6}$ **(iv)** $3\frac{3}{8}$

4. $\frac{3}{8}$ □□ □□□□□□ □□ :

(i) 3 **(ii)** $1\frac{1}{2}$

(iii) $\frac{3}{4}$ **(iv)**

5. 0.000008 □□ □□□□□□ □□ :

(i) 0.2 **(ii)** 0.02

(iii) 0.002 **(iv)** 0.004

6. □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ 13.824□□3 □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

7. □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ 8000 □□□□3 □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□

3.6 □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ :

□□□-□□□□□□□□, □□□□□□□□ □□ □□□□□□â□, □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□, □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□ □□□ □

□□□□□□□ 12 : □□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ 10 □□□□□ ² 4□□□□ ² 1.6 □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□r □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□r □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□

□□ : □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ =□□□□□□□ ² □□□□□□ ² □□□□□□

· 10 ² 4 ² 1.6 · 64 □□□□3

□□f□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ = *x* × *x* × *x* □□□□3

[illegible] $x^3 = 64$

×

[illegible] r [illegible] 4 [illegible]

[illegible] 13. [illegible]-[illegible] â [illegible], [illegible] f [illegible] 3375 [illegible] ?

[illegible], [illegible], [illegible] f [illegible]

[illegible] · $x \times x$ $\sqrt{\frac{4}{9}}$ $x = x^3$

[illegible] 3375 [illegible],

[illegible] $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

[illegible]: $\sqrt[3]{3\times3\times3\times5\times5\times5}$

= $3\frac{920}{1331}$

= 3 × 5

= 15

[illegible]: [illegible] 15 [illegible]

[illegible] :[illegible] 1729 [illegible]

1729 · 1728±1 · 12^3 ± 1^3

1729 · 1000±729 · 10^3 ± 9^3

[illegible]

[illegible] 1729

[illegible] 1729 [illegible], [illegible] – [illegible] ([illegible]) [illegible] 1729 [illegible] '[illegible]' [illegible]

[illegible] 3 ([illegible])

1. [illegible] 1728 [illegible], [illegible] ?

2. [illegible] 216 [illegible] ?

3. [illegible] 2744[illegible], [illegible]

4. [illegible] 512 [illegible], [illegible]

5. [illegible] 15625 [illegible] ?

6. □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ 1331 □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□f□ 1000 □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ 1 □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□?

□□□□□□□ □□□□□□□ - 3

1.□□ □ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□f□ :

$10^3 \pm x^3 = 1^3 \pm 12^3$

2.□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) 250047 **(ii)** 110592

(iii) 1404928 **(iv)** 1771561

3. □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) $1\frac{13084}{29791}$ **(ii)** $3\frac{2042}{3375}$

(iii) $132\frac{651}{1000}$ **(iv)** $\times$

4. □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) 226.981 **(ii)** 0.373248

(iii) 0.000884736 **(iv)** 0.000001157625

5. □□ □□□□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ 3 □□□□□, 4□□□□□ □□ 6 □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□?

6. □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ 9 □□□□□ □□□□ 10 □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ 1 □□□□□3 □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□

7. □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ 963144□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□

8. 26244□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□?

9. □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ 2097152 □□□□□□ □□ □□ ?

10. 6028.568 □□□□3 □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □

11. □□ □□□□ □□ □□□ 98 □□□□ 2341.□□□□42 □□□□ $(-343\times 512)^{\frac{1}{3}}$ 18 □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □

12. □□ □□□□□ □□□ □□□□ □□ 42875 □□□□□□□ □□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□r □□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ ?

□□□□□□ 13 □□ □□□□ 19 □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□

13. □□ □□ □□ □□□□ 6859 □□□□3 □□□ □□□□ □□□ □□ :

(□□) 13 □□□□ (□□□□) 15 □□□□ (□□□□□□) 17 □□□□ (□□□□) 19 □□□□

14. $\sqrt{256} = 2\times 2\times 2\times 2$ □□ □□□ □□ :

(i) -56 **(ii)** -42 **(iii)** -84 **(iv)** 56

15. 12,18 □□ 25 □□ □□□□□□: □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ :

(i) 1200 **(ii)** 1800 **(iii)** 2700 **(iv)** 27000

16. □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ 10,000 □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□ □□, □□□□□□□□□□ □□□□ :

(i) 10 **(ii)** 25 **(iii)** 100 **(iv)** 800

17. □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ 8192 □□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□ □□, □□□□□□□□□□ □□□□:

(i) 2 **(ii)** 4 **(iii)** 16 **(iv)** 32

18. $\sqrt{441}=3\sqrt{7}$ □□ □□□ □□□□

(i) $2\sqrt{3}$ (ii) $3\sqrt{3}$ (iii) 0 (iv) $2^n - 2^{n-1} = 4$

19. □□f□ n^n □□ $\frac{3}{2}$ □□ □□□ □□□□

(i) 1 (ii) (iii) 2 (iv) 27

(□□.□□.□□. - 2006)

20. □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ 32.768 □□3 □□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□

21. [illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible] 27000 [illegible]

22. [illegible]-[illegible] r [illegible] 10^3 [illegible]-[illegible] 5 [illegible] f [illegible] 2.75 [illegible]0 ² 2 [illegible]0 ² 0.625 [illegible]0 [illegible]

[illegible] ?

1. [illegible]

2. [illegible], [illegible] 3-3 [illegible], [illegible]-[illegible]

3. [illegible]

$\sqrt[3]{8} = 2$

$\sqrt[3]{-64} = -4$

$= -\sqrt[3]{x^3}$

$\sqrt[3]{-x^3} = -x$

[illegible] · $x \times x \times x = x^3$

[illegible] 3375 [illegible],

$\therefore x^3 = 3375$

[illegible]

[illegible] 3 (a)

1. 243, 1728, 4913, 6859, 9261, 1000000, **2.** (iv) $-\frac{125}{729}$, **3.** 64, 216,1728,

□□□□□ 3 (b)

1. 8 □□ □□□□□ ; **2.** 2; **3.** (ii) 729, (iii) 13824, (iv) 42875, (viii) 5832; **4.** (i) 14, (ii) 42,
(iii) 420, (iv) 512, (v) -13, (vi) -22, (vii) -40, (viii) -26; **5.** 262; **6.** 2; **7.** 3; **8.** 3, 63; **9.** -200; **10.** -132; **11** (i) 35;

□□□□□ 3 (c)

1. (i) $\frac{9}{1}$, (ii) $\frac{8}{5}$, (iii) $\frac{a}{b}$, (iv) $\frac{c}{d}$, (v) $\frac{p}{q}$, (vi) $\frac{r}{q}$; **2.** (i) 1.1, (ii) 3.5, (iii) 3.8, (iv) 4.2, (v) 1.8, (vi) 0.09; **3.** (ii) $\left(\frac{-1}{2}\right)$; **4.** (iii) $\left(\frac{-8}{19}\right)$; **5.** (ii) 0.02; **6.** 2.4 □□; 7. 20 □□□□□~

□□□□□ 3 (d)

1. 144 □□□; 2. 6 □□□□; 3. 196 □□□□□□; 4. 8 □□; 5. 25 □□□□□□□□□□□□; 6. □□□□□□ □□□□ □□ □□□□ 1.1□□ □□□ □□□□□□□

□□□□□ 3

1. 9; **2.** (i) 63, (ii) 48, (iii) 112, (iv) 121; **3.** (i) $\left(\frac{-1}{2}\right)$, (ii) $\left(\frac{-8}{19}\right)$, (iii) $\left(\frac{-1}{2}\right)-\left(\frac{-8}{19}\right)$, (iv) $\left(\frac{-1}{2}\right)+\frac{8}{19}$; **4.** (i) 6.1, (ii) 0.72, (iii) 0.096, (iv) 0.0105; **5.** 6 □□□□□; **6.** 12 □□□□□; **7.** 13; **8.** 6; **9.** neB, 128□□ □□ □□; **10.** 18.2 □□□□□; **11.**42 □□□□□; **12.** 35 □□□□; **13.** (iv) 19 □□□□□; **14.** (i) -56; **15.** (iv) 27000; **16.** (iii) 100; **17.** (i) 2; **18.** (iii) 0; **19.** (iv) 27; **20.** 3.2□□;**21.** 30 □□□□□; **22.** 2.5 □□□□

[illegible] - 4 [illegible]

B3Z4TQ

[illegible]

- ***$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\ (a + b)$***
- ***$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\ (a - b)$***
- ***$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$***

[illegible]

4.1 [illegible]

[illegible] ü[illegible], [illegible] õ[illegible] $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$, [illegible]

4.2 [illegible] $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\ (a + b)$ [illegible]

$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2$

$= (a + b)\ (a^2 + 2ab + b^2) = a\ (a^2 + 2\ ab + b^2) + b\ (a^2 + 2\ ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$

$= a^3 + (2a^2b + a^2b) + (ab^2 + 2ab^2) + b^3$

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

$= a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$: $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$

  : a = 2, b = 3,

  : $(a+b)^3 = (2+3)^3 = 125$

  : $a^3 + b^3 + 3ab\,(a+b) = 2^3 + 3^3 + 3 \times 2 \times 3\,(2+3) = 8 + 27 + 3 \times 2 \times 3\,(2+3) = 8 + 27 + 90$

$= 125$

  =

eeme keerefpeS :

 , a = 1, b = 2 $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$

    ‡ ‹ a b   :

 1 : $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ $(y + 4)^3$

 : $(y + 4)^3$ $(a + b)^3$

$a = y$ $b = 4$

 $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ a b   ,

$(y + 4)^3 = y^3 + 4^3 + 3\ y\ 4\,(y + 4) = y^3 + 64 + 12\,y\,(y + 4) = y^3 + 64 + 12y^2 + 48\,y = y^3 + 12y^2 + 48\,y + 64$

 2 : $(x + 5y)^3$

 : $(x + 5y)^3$ $(a + b)^3$
a = x b = 5y

: $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$
 ,

$(x + 5y)^3 = x^3 + (5y)^3 + 3x\,(5y)\,(x + 5y) = x^3 + 125y^3$
$+ 15xy\,(x + 5y) = x^3 + 125y^3 + 15x^2y + 75xy^2$
$= x^3 + 15x^2y + 75xy^2 + 125\,y^3$

□□□□□□□ 3 : □□□ $x +\quad = \frac{5}{2}$, □□ 853.png □□ □□□ □□□□□ □□□□□□
□□ **:** $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a+b)$

∴ [redacted] =

= [redacted]

$x +$ [redacted] $= \frac{5}{2}$ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□, [redacted] = [redacted]

□□, $\frac{125}{8} = x^3 + \frac{1}{x^3} + \frac{15}{2}$

□□, $\frac{125}{8} - \frac{15}{2} =$

□□□□□□□á $= \frac{6}{8}$

□□□□□□□ 4 : $a + b = 5$ □□ ab = 6, □□ $a^3 + b^3$ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□

□□ : □□□□□□□□□□ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ □□□,
a + b = 5, ab = 6 □□□□□□□□□□□ □□□□ □□,

$5^3 = a^3 + b^3 + 3 \times 6 \times 5$

$125 = a^3 + b^3 + 90$

□□, $125 - 90 = a^3 + b^3$ [90 □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□]

□□:$a^3 + b^3 = 35$

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ : **(i)** $(1 + x)^3$ **(ii)** $(y + 2)^3$

(iii) □□□ $x + \frac{1}{x} = 2$ □□ $x^3 + \frac{1}{x^3}$ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□

4.2.1 □□□□□□□□□□ (a + b)^3 = a3 + b^3 + 3ab (a + b) □□ □□□□□□□□□□□

□□□□□□□ **5 : (401)^3** □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□

□□ **:** 400 + 1 = 401

$(401)^3 = (400 + 1)^3$

$= \{(4 \;\; 10^2) + 1\}^3$

$= (4 \;\; 10^2)^3 + (1)^3 + 3 \quad (4 \;\; 10^2) \;\; 1 \; \{(4 \;\; 10^2) + 1\}$

$= 64 \;\; 10^6 + 1 + 1200 \; (400 + 1) = 64 \;\; 10^6 + 1 + 480000 + 1200$

$= 64000000 + 1 + 480000 + 1200$

$= 64481201$

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□ ‡ ‹□ □□ □□ú□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ -

(i) $(101)^3$ (ii) $(201)^3$ (iii) $(302)^3$

4.2.2 □□□□□□□□□□ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ □□

□□□□□□ □□□□□□□ □□ $3\,ab\,(a + b)$ □□ □□□□□□ □□,

$(a + b)^3 - 3\,ab\,(a + b) = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b) - 3ab\,(a + b)$ □□□□□,$(a + b)^3 - 3\,ab\,(a + b) = a^3 + b^3$

□□, $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3\,ab\,(a + b) = (a + b)\,\{(a + b)^2 - 3\,ab\}$ (□□□□□□□□□□ □□□□□ □□)

$= (a + b)\,\{(a^2 + b^2 + 2ab - 3\,ab\}$

$= (a + b)\,(a^2 + b^2 - ab) = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$ □□ □□□□□□□

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3\,ab\,(a + b) = (a + b)\,(a^2 - ab + b^2)$ □□□□□□□ **6 :** □□□□□□ □□□□□□ □□ $x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2\,x + 4)$ □□ **:** □□□□□□□□□□ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ □□ □□□□□□□ □□

$(x + 2)^3 = x^3 + 2^3 + 3 \;\; x \;\; 2\,(x + 2)$ □□, $(x + 2)^3 = x^3 + 8 + 6x\,(x + 2)$ □□, $(x + 2)^3 - 6x\,(x + 2) = x^3 + 8$

[illegible], $x^3 + 8 = (x + 2)^3 - 6x(x + 2) = (x + 2)\{(x + 2)^2 - 6x\}$

$= (x + 2)(x^2 + 4x + 4 - 6x) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

[illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] : ([illegible]) $27 + y^3 = (3 + y)(9 - 3y + y^2)$ ([illegible]) $x^3 + 64 = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$

[illegible] 4 (a)

1. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] **:**

([illegible]) $(b + 1)^3$ **([illegible])** $(c + 3)^3$ **([illegible])** $(2x + 3)^3$

([illegible]) $(x^2 + y)^3$ **([illegible])** $(5 + 3y)^3$ **([illegible])** $(xy + 2a)^3$

2. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] : **([illegible])** $\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{5}\right)^3$ **([illegible])** $\left(3y + \frac{1}{4y}\right)^3$

3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

([illegible]) $(31)^3$ **([illegible])** $(102)^3$ **([illegible])** $(201)^3$

4. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] 1015.png[illegible] [illegible] $\frac{0}{3}$ Öõ -

5. [illegible] $2x + \frac{1}{2x} = \frac{5}{2}$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

6. [illegible] $a + b = 3$[illegible] $ab = 2$, [illegible] $a^3 + b^3$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

7. [illegible] $3x + 2y = 20$[illegible] $x = \frac{4}{9}$ [illegible] $27x^3 + 8y^3$[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

8. [illegible] [illegible]

(i) $125 + x^3 = (5 + x)^3 - 15x(5 + x)$ **(ii)** $8a^3 + 27b^3 = (2a + 3b)^3 - 18ab(2a + 3b)$ **4.3**[illegible] **$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$** [illegible] [illegible]

[illegible],

$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)^2$

$= (a - b)(a^2 + b^2 - 2ab) = a(a^2 + b^2 - 2ab) - b(a^2 +$

$b^2 - 2ab) = a^3 + ab^2 - 2a^2b - ba^2 - b^3 + 2ab^2$

$= a^3 - b^3 + (ab^2 + 2ab^2) - (2a^2b + a^2b) = a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ □□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□ -

$a - b = a + (-b) \quad (a - b)^3 = \{a + (-b)\}^3$

□□ $(a + b)^3$ □□ $\{a + (-b)\}^3$ □□ □□□□□ □□□□□□□

□□□ú $(a + (-b)\}^3$ □□□ b □□ □□□□□ □□ □□□□ b □□□

$\{a + (-b)\}^3 = (a)^3 + (-b)^3 + 3a\,(-b)\,\{a + (-b)\}$

$= a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ □□ □□□□□□□ $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ □□□□□ □□□□□□□□

□□□□ $a = 5$ $b = 3$, □□

□□□□□ □□□□ : $(a - b)^3 = (5 - 3)^3 = (2)^3 = 8$

□□□□□ □□□□ : $a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b) = 125 - 27 - 3 \times 5 \times 3\,(5 - 3) = 98 - 90$

$= 8$

∵ □□□□□ □□□□ = □□□□□ □□□□

□□□□□□ □□□□□ :

$a = 4$, $b = 1$ □□ □□□ □□□□□□ $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ □□ □□□□□□□□ □□□□□

□□ □□□□□ □□□ □□ **a** □□□ **b** □□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□ $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ □□□□ □□□

□□: □□ □□ □□□□□□□□□ □□□

□□□□□□‡‹□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ :

$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ □□□□□□á □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□ = (□□□□□ □□$)^3$ - (□□□□□□□ □□$)^3$- 3 □□□□□ □□× □□□□□□□ □□ (□□□□ □□ -□□□□□□□ □□)

□□□□□□ 7 : (a -1)3 □□ □□□□□□ □□□□□□□

□□ : (a - 1) □□ (a - b) □□ □□□□□ □□□□ □□,

$a = a$ □□ $b = 1$

$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ $(a - 1)^3 = a^3 - 1^3 - 3a.1\,(a - 1) = a^3 - 1 - 3a\,(a - 1) = a^3 - 1 - 3a^2 + 3a = a^3 - 3a^2 + 3a - 1$

□□□□□□ 8 : $(5x - 3y)^3$ □□ □□□□□□ □□□□□□□

□□ : $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ ½ãò $a = 5x,\ b = 3y$ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□, $(5x - 3y)^3 = (5x)^3 - (3y)^3 - 3\,(5x) \times (3y)(5x - 3y) = (5x)^3 - (3y)^3 - 45xy\,(5x - 3y) = 125x^3 - 27y^3 - 225x^2y + 135\,xy^2$

$= 125x^3 - 225x^2y + 135xy^2 - 27y^3$

□□□□□□ 9 : □□□ $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$, □□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□

□□ : $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 - 3\,x \times \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$\left(x - \frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2}$ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□, $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times \frac{3}{2}$

□□, $\frac{27}{8} = x^3 - \frac{1}{x^3} - \frac{9}{2}$

□□, $\frac{27}{8} + \frac{9}{2} =$

□□, $= \frac{63}{8}$

□□□□□□ 10 : □□□ $a - b = 4$□□□ $ab = 5$, □□ $a^3 - b^3$ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□

□□ : $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$

□□□□□ $a - b = 4$□□□ $ab = 5$ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□, $(4)^3 = a^3 - b^3 - 3 \quad 5 \ \ 4$

□□, $64 = a^3 - b^3 - 60$

□□, $a^3 - b^3 = 64 + 60 = 124$

□□□□□□ □□□□□ : □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ : (i) $(1 - x)^3$ (ii) $(y - 3)^3$

(iii) □□□ $x - \frac{1}{x} = \frac{8}{3}$ □□ □□ $|x+y| = \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5}$ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□

4.3.1 □□□□□□□□□ (a - b)3 = a^3 - b^3- 3ab (a - b) □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□

$(a – b)^3 = a^3 – b^3 – 3ab\,(a – b)$ □□□□□ □□□□□□ □□□ 3ab (a - b) □□ü□□□ □□

$(a – b)^3 + 3ab\,(a – b) = a^3 – b^3 – 3ab\,(a – b) + 3ab\,(a – b)$ $(a – b)^3 + 3ab\,(a – b) = a^3 – b^3$

$a^3 – b^3 = (a – b)^3 + 3ab\,(a – b)$ **Øe□□me keâerefpeS :** „¹ã¾ãìÃ‡ã‹¦ã □ãè ¼ããúãä¦ã ããÔã® □ãèãä•ã† ãä□

(□) $1 – 8y^3 = (1 – 2y)^3 + 6y\,(1 – 2y)$ (□) $27 – z^3 = (3 – z)^3 + 9z\,(3 – z)$ ¹ãì¶ã: $a^3 – b^3 = (a – b)^3 + 3ab\,(a – b) = (a – b)\{(a – b)^2 + 3ab\}$

$= (a – b)(a^2 + b^2 – 2ab + 3ab)\}$

$= (a – b)(a^2 + ab + b^2)$ **Øe□□me keâerefpeS :** „¹ã¾ãìÃ‡ã‹¦ã □ãè ¼ããúãä¦ã ããÔã® □ãèãä•ã† ãä□

(□) $64 – x^3 = (4 – x)(16 + 4x + x^2)$ (□) $1– 27y^3 = (1 – 3y)(1 + 3y + 9y^2)$ ƒÔã ¹ãÆ□ãÀ

$\boldsymbol{a^3 – b^3 = (a – b)^3 + 3ab\,(a – b) = (a – b)(a^2 + ab + b^2)}$ **4.3.2 $(a – b)^3 = a^3 – b^3 – 3ab\,(a – b)$ □ã ,ã¶ãì¹ãÆ□□ñ□**

□□□□□□ 11 : 99^3 □ã ½ãã¶ã ÔãÌãÃÔãããä½ã□ã □ãè ÔãÖã¾□□ã Ôãñ —ã□□ □ãèãä•ã†□

□□ : $99 = (100 – 1)$ $99^3 = (100 – 1)^3$

ÔãÌãÃÔãããä½ã□ã $(a – b)^3 = a^3 – b^3 – 3ab\,(a – b)$ ½ãò $a = 100$, $b = 1$ ¹ãÆãä¦ãÔ©ãããä¹□□ □À¶ãñ ¹ãÀ,

$(100 – 1)^3 = (100)^3 – 1^3 – 3 \times 100 \times 1 \times (100 – 1) = 1000000 – 1 – 300 \times 99$

$= 999999 – 29700$

$99^3 = 970299$

 Øeme keâerefpeS : „¹ã¾ãìÃ‡ã‹¦ã ãè ¼ããúãä¦ã ãä¶ã½¶ããäÊããä¦ã ‡ãñŠ ½ãã¶ã —ã ãèãä•ã† : (i) $(999)^3$ (ii) $(.98)^3$ (iii) $(499)^3$

12 : $\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{5}\right)^3-\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{5}\right)^3$ ãñ ÔãÀÊã ãèãä•ã†

: $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$ (1) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$ (2) meceerkeâjCe (1) ½ãò Ôãñ meceerkeâjCe (2) keâes ›ã¶ãñ ¹ãÀ, $(a+b)^3 - (a-b)^3 = 2b^3 + 6a^2b$ ¾ãÖãú $a = \frac{x}{3},\ b = \frac{y}{5}$

,: $\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{5}\right)^3-\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{5}\right)^3 = 2\left(\frac{y}{5}\right)^3 + 6\left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot \frac{y}{5}$

$= \frac{2y^3}{125} + \frac{2x^2y}{15}$

4 (*b*) 1. : **()** $(x-7)^3$ **()** $(2-y)^3$ **()** $\left(3p-\frac{1}{4q}\right)^3$ **()** $\left(4-\frac{1}{3y}\right)^3$ **()** $(7x-3y)^3$ **()** $(8-2a)^3$

2. $x^3 - \frac{1}{x^3}$, 1260png $\frac{4}{5}$ Öö

3. = $\frac{8}{9}$,

4.

(i) 98^3 **(ii)** $(9.9)^3$ **(iii)** $(598)^3$

5

(i) $(x+7)^3 - (x-7)^3$ **(ii)** $(3x+8y)^3 - (3x-8y)^3$

(iii) [illegible] **(iv)** $(7k-5l)^3 - (7k+5l)^3$

6. $x - y = 4$ $xy = 21$, $x^3 - y^3$

7. $7x - 5y = 6$,ããõÀ $xy = 9$, $343x^3 - 125y^3$

4.4 □□□□□□□□□□ (a + b + c)2 = $a^2 + b^2 + c^2$ + 2ab + 2bc + 2ca □□ □□□

$a + b + c = (a + b) + c$ ƒÔã ¹ãÆ□ãÀ $(a + b + c)^2 = \{(a + b) + c\}^2$

$= (a + b)^2 + 2\,(a + b).c + c^2$

$= a^2 + b^2 + 2ab + 2ac + 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$,ããâãä□□ Ôã¦□□¹ã¶ã : ½ãã¶ãã, $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$

ºãã□□□ ¹ãàã $= (a + b + c)^2 = (1 + 2 + 1)^2 = 4^2$

$= 16$

□□□□□□ □□□□□ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 1^2 + 2^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times 2 + 2 \times 2 \times 1 + 2 \times 1 \times 1$

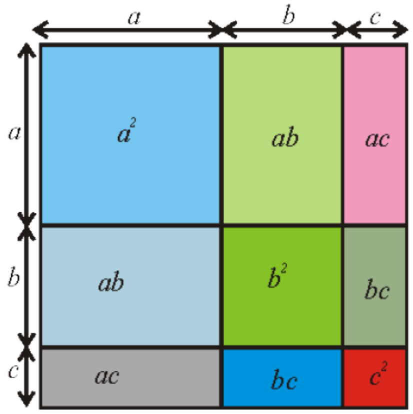
$= 1 + 4 + 1 + 4 + 4 + 2$

$= 16$

∴ □□□□□□ □□□□□ = □□□□□□ □□□□□

□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□

□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ (a + b + c) □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□



□□: □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□Š□ □□ □□□□□ = (□□□□□□ □□)2 + (□□□□□□□□□ □□)^2 + (□ð□□□□ □□)^2 + 2 (□□□□□□ □□ □= □□□□□□□□□ □□) +

2 (□□□□□□□ □□ □= □ð□□□ □□) + 2 (□ð□□□ □□ □= □□□□□ □□)

4.4.1 □□□□□□□□□□□ $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ □□□ □□□□□□□□

(i) $(a + b - c)^2 = [a + b + (-c)]^2$

$= a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2ab + 2b(-c) + 2(-c)a = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$ (ii) $(a - b + c)^2 = [a + (-b) + c]^2$

$= a^2 + (-b)^2 + c^2 + 2a(-b) + 2(-b)c + 2ca = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$ (iii) $(-a + b + c)^2 = [(-a) + b + c]^2$

$= (-a)^2 + b^2 + c^2 + 2(-a)b + 2bc + 2c(-a) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$ **□□□□□□ 13 :** □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ **:**

(i) $(2x + 3y + 4z)^2$ (ii) $(x - 2y + 3z)^2$

□□ **:** (i) $(2x + 3y + 4z)^2$

$= (2x)^2 + (3y)^2 + (4z)^2 + 2(2x)(3y) + 2(3y)(4z) + 2(2x)(4z) = 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 24yz + 16zx$ (ii) $(x - 2y + 3z)^2 = \{x + (-2y) + 3z\}^2$

$= x^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2x(-2y) + 2(-2y)(3z) + 2(3z)x = x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx$

□□□□□□ 14 : □□□ $x + y + z = 12$ □□ $x^2 + y^2 + z^2 = 64$, □□ $xy + yz + zx$ □□ □□□ □□□□□ □□□□□:

□□ : $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$ $(12)^2 = 64 + 2(xy + yz + zx)$ □□, $144 = 64 + 2(xy + yz + zx)$ □□, $144 - 64 = 2(xy + yz + zx)$ □□, $80 = 2(xy + yz + zx)$ □□, $40 = xy + yz + zx$ □□, $xy + yz + zx = 40$

□□□□□□ □□□□□ : (i) □□□ $a + b + c = 9$ □□ $ab + bc + ca = 23$, □□ $a^2 + b^2 + c^2$ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□

(ii) □□□ $a^2 + b^2 + c^2 = 70$ □□ $ab + bc + ca = 37$,□□ $a + b + c$ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□

□□□□□□□ **4 (c) 1.** □□□□□□□ □□□□□□ **:** (i) $(a + 2b + 3c)^2$ (ii) $(2p - q - 3r)^2$

(iii) $(-3x + 2y + z)^2$ (iv) $(2x - 3y + 4)^2$

(v) $(m + 3n - 4p)^2$ (vi) $(7 + 4a - 3b)^2$

(vii) $(2x - 9 + 5y)^2$ (viii) $(xy + yz + zx)^2$

2. □□□ □□□□□□ **:**

(i) $(x + y + z)^2 + (x - y + z)^2 + (x + y - z)^2$

(ii) $(3x - 2y + z)^2 - (3x + 2y - z)^2$

(iii) $(x^2 + y^2 - z^2)^2 - (x^2 - y^2 + z^2)^2$

□□□□□□□□ □□□□□□

1.□□□□□□□ □□□□□□ **:**

(i) $(x + 2y + 3z)^2$ (ii) $(x - 2y + z)^2$

(iii) $(a + 2b)^3$ (iv) $(2 - 3p)^3$

□□□□□□□ □□□□□□□ - 4

1.□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ **:**

(i) 997^3 (ii) $(10.5)^3$

(iii) 501^3 (iv) $(9.5)^3$

2. □□□ □□□□□□ □□□□□□

(i) $x^3 - y^3$ □□□ $x - y = 4$ □□ $xy = 21$

(ii) $p^3 + q^3$, □□□ $p + q = 5$ □□ $pq = 6$

(iii) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$, □□□ $x = 3$

(iv) $64x^3 - 125z^3$ □□□ $4x - 5z = 16$ □□ $xz = 12$

□□□□□□□ **3** □□ **9** □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□ú□□□ **: 3.** $(1 - y)^3$ □□ □□□ □□ : (i)

$(1 - y)\ (1 + y)^2$ (ii) $(1 - y)\ (1 + y^2 - y)$ (iii) $1 - y^3 - 3y\,(1 - y)$ (iv) $1 + y^3 + 3y\,(1 + y)$ **4.** $8 + x^3$ □□ □□□ □□ : (i) $(2 + x)\ (4 + x^2 + 2x)$ (ii) $(2 + x)\ (4 + x^2 - 2x)$ (iii) $(2 + x)\ (4 + x^2)$ (iv) $(2 - x)\ (4 + x^2 + 2x)$ **5.** $(1 - 27p^3)$ □□ □□□ □□ : (i) $(1 - 3p)\ (1 + 9p^2 + 3p)$ (ii) $(1 + 3p)\ (1 + 9p^2 + 3p)$ (iii) $(1 - 3p)\ (1 + 9p^2 - 3p)$ (iv) $(1 + 3p)\ (1 - 9p^2)$ **6.** $(2 + x)^3$ □□ □□□ □□ : (i) $8 + x^3 + 2x\,(2 + x)$ (ii) $8 + x^3 + 6x\,(2 - x)$ (iii) $8 + x^3 + 6x\,(2 + x)$ (iv) $(8 + x^3 + 6x)$ **7.** $(1 + 2x + y)^2$ □□ □□□ □□ : (i) $1 + 4x^2 + y^2 + 4x + 4\,xy + 2y$ (ii) $1 + 4x^2 - y^2 + 4x + 4\,xy + 2y$ (iii) $1 - 4x^2 + y^2 + 4x + 4\,xy + 2y$ (iv) $1 + 4x^2 + y^2 + 4x + 4\,xy - 2y$ **8.** □□□□□□□□□ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$ □□ □□ □□□ □□ : (i) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ (ii) $(a + b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab\,(a + b)$ (iii) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 - 3ab\,(a + b)$ (iv) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a - b)$ **9.** $(a - b)^3$ □□ □□□ □□

(i) $a^3 + b^3 - 3ab\,(a - b)$ (ii) $a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$ (iii) $a^3 - b^3 + 3ab\,(a - b)$ (iv) $a^3 - b^3 - 3ab\,(b - a)$ □□□□ ‡‹□□

□□□□□ □□ **: -**

□□□□□□□□□ $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$ □□ □□□□□□□□

□□□□□□□□□ $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab\,(a - b)$□□ □□□□□□□□

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ □□

□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□

$a^3 + b^3 = (a + b)\ (a^2 - ab + b^2)$□□ □□□□□□□□

$a^3 - b^3 = (a - b)\ (a^2 + ab + b^2)$□□ □□□□□□□□

□‡‹□ □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□

$$2x + \frac{1}{2x} = \frac{5}{2}$$

□□□□□ □□□□

□□□□□□ 4(a)

1. (□) $b^3 + 3b^2 + 3b + 1$ **(□)** $c^3 + 9c^2 + 27c + 27$ **(□)** $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$
(□) $x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3$ **(□)** $125 + 225y + 135y^2 + 27y^3$ **(□)** $x^3y^3 + 6ax^2y^2 + 12a^2xy + 8a^3$ **2. (□)** + $\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{5}\right)$ + = + + + **(□)** $27y^3 + \frac{9}{4}\left(3y+\frac{1}{4y}\right)$ + =$27y^3$ + + + **3. (□) 29791 (□) 1061208 (□)8120601 4.** $\frac{730}{27}$ **5.** $\frac{6}{8}$ **6. 9 7. 7440**

□□□□□□ 4(b) **1. (□)** $x^3 - 21x(x - 7) - 343 = x^3 - 21x^2 + 147x - 343$ **(□)** $8 - 6y(2 - y) - y^3 = 8 - 12y + 6y^2 - y^3$ **(□)** $27p^3 - \frac{9p}{4q}\left(3p-\frac{1}{4q}\right) - \frac{1}{64q^3} = 27p^3 - \frac{27p^2}{4q} + \frac{9p}{16q^2} - \frac{1}{64q^3}$ **(□)** $64 - \left(4-\frac{1}{3y}\right)$ - = 64 - **(□)** $343x^3 - 63xy(7x - 3y) - 27y^3 = 343x^3 - 441x^2y + 189xy^2 - 27y^3$ **(□)** $512 - 48a(8 - 2a) - 8a^3 = 512 - 384a + 96a^2 - 8a^3$ **2.** $\frac{15624}{125}$ **3.** $\frac{728}{27}$ **4. (i) 941192 (ii) 970.299(iii) 19847192 5. (i)** $42x^2 + 686$ **(ii)** $432x^2y + 1024y^3$ **(iii) (iv)** $-1470k^2l - 250l^3$ **6. 316 7. 5886**

□□□□□□ 4(c) **1. (i)** $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab + 12bc + 6ca$ **(ii)** $4p^2 + q^2 + 9r^2 - 4pq + 6qr - 12pr$
(iii) $9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy + 4yz - 6xz$ **(iv)** $4x^2 + 9y^2 + 16 - 12xy - 24y + 16x$
(v) $m^2 + 9n^2 + 16p^2 + 6mn - 24np - 8pm$ **(vi)** $49 + 16a^2 + 9b^2 + 56a - 24ab - 42b$
(vii) $4x^2 + 81 + 25y^2 - 36x - 90y + 20xy$ **(viii)** $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + 2xy^2z + 2xyz^2 + 2x^2yz$
2. (i) $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xy - 2yz + 2zx$ **(ii)** $-24xy +$

$12xz = 6x(2z - 4y) = 12x(z - 2y)$

(iii) $2x^2(2y^2 - 2z^2) = 4x^2(y^2 - z^2) = 4x^2(y + z)(y - z)$

□□□t□□□ □□□□□

1. **(**i**)** $x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6xz$ **(**ii**)** $x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xy - 4yz + 2xz$

(iii) $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$ (iv) $8 - 18p(2 - 3p) - 27p^3 = 8 - 36p + 54p^2 - 27p^3$

□□□□□□ □□□□□□ 4

1. **(**i**)** 991026973 (ii**)** 1157.625 **(**iii**)** 125751501 **(**iv**)** 857.375 **2.** **(**i**)** 316 **(**ii**)**35

(iii) 216 (iv) 15616 3. (iii) $1 - y^3 - 3y(1 - y)$ 4. (ii) $(2 + x)(4 + x^2 - 2x)$

5. (i) $(1 - 3p)(1 + 9p^2 + 3p)$ 6. (iii) $8 + x^3 + 6x(2 + x)$ 7. (i) $1 + 4x^2 + y^2 + 4x + 4xy + 2y$ 8. (i) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$ 9. (ii) $a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

इकाई 5 बीजीय व्यंजकों का भाग एवं गुणनखंड

B482VD

- बीजगणितीय व्यंजकों में एक पदीय तथा द्विपदीय व्यंजकों से भाग (बीजीय पद 5 घातांकों तक सीमित हों)
- भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल, का सत्यापन
- बहुपदीय व्यंजकों के गुणनखण्ड की संकल्पना (तीन पद से अधिक नहीं) $[a^2 + 2ab + b^2, a^2 - 2ab + b^2, a^2 - b^2]$
- $ax^2 + bx + c$ प्रकार के व्यंजकों का गुणनखण्ड

5.1 भूमिका

पिछली कक्षाओं में हम बीजीय व्यंजकों और सर्वसमिकाओं के बारे में पढ़ चुके हैं तथा बीजीय व्यंजकों का गुणन करना भी सीख चुके हैं। इस अध्याय में हम एक चर के बहुपदीय व्यंजकों के बारे में पढ़ेंगे और हम सीखेंगे कि एक बहुपद में एकपदीय या द्विपदीय बीजीय व्यंजकों से कैसे भाग दिया जाता है और अध्याय के अन्त में हम बहुपदों का गुणनखंड ज्ञात करना सीखेंगे।

5.2 एक चर में बहुपद

हम जानते हैं कि $12x^3y^2$ और $4xy^2$ दो चरों x तथा y में पद हैं। व्यंजक $y^2 + 5y + 6$ केवल एक चर y में बहुपदीय बीजीय व्यंजक है। इसी प्रकार, व्यंजक $a^2 + ab + b^2$ दो चर a तथा b में बहुपदीय बीजीय व्यंजक है।

ध्यान दें, बीजीय व्यंजक $2x^4 - 4x^2 + 12$ एक चर x में बहुपद है तथा इसके विभिन्न पदों में पद $2x^4$ की अधिकतम घातांक 4 है, पद $-4x^2$ की घात 2 और 12 में x की घात शून्य है (चूँकि $12 = 12x^0$)।

इसी प्रकार $(y^2 + 8y + 15)$ में चर y में दो घात का बहुपद है। बहुपद $5z^5 - 2z^3 + 7z^2 + 8$ में चर z की अधिकतम घात 5, $7y - 9 + y^3$ में चर y की अधिकतम घात 3 और $x^7 - x^5 + x^3 - \sqrt{3}x^2$ में चर x की अधिकतम घात 7 है।

टिप्पणी (*i*) बहुपद $3x^4 - 4x^3y^3 + 5x^2y^3 + y^6$ में चर x और y हैं। इसके विभिन्न पदों में x और y के घातांकों का योगफल निम्नांकित है –

$3x^4$ में x तथा y के घातांकों का योगफल = $4 + 0 = 4$

$-4x^3y^2$ में x तथा y के घातांकों का योगफल $= 3 + 2 = 5$

$5x^2y^2$ में x तथा y के घातांकों का योगफल $= 2 + 2 = 4$

तथा y^3 में x तथा y के घातांकों का योगफल $= 0 + 3 = 3$

इस प्रकार हम पाते हैं कि x तथा y में बहुपद $3x^4 - 4x^3y^2 + 5x^2y^2 + y^3$ के विभिन्न पदों में x तथा y के घातांकों के योगफल का अधिकतम मान 5 है, अतः इस बहुपद का घात 5 है।

(ii) चूँकि $x^0 = 1$ इसलिए $11x^0 = 11$, अतः पद 11 में चर की घात शून्य है।

5.3.1 एक पदीय व्यंजक में एक पदीय व्यंजक से भाग

अब हम एक पदीय व्यंजक $12x^3y^2$ में एक पदीय व्यंजक $-4xy$ से भाग देने की क्रिया पर विचार करते हैं।

प्रथम विधि

$$12x^3y^2 = (-4xy) \times (-x^2y) \quad \text{(गुणनखण्ड में लिखने पर)}$$

अतः $$12x^3y^2 \div (-4xy) = \frac{(-4xy)\times(-3x^2y)}{(-4xy)}$$

अर्थात् $$\frac{12x^3y^2}{-4xy} = -3x^2y$$

द्वितीय विधि

चर को चर से भाग तथा अचर को अचर से भाग देने पर

ध्यान दें $12x^3y^2$ में 12 अचर तथा x^3y^2 चर है।

इसी प्रकार $-4xy$ में -4 अचर तथा xy चर।

अतः $\frac{12}{-4} = -3$ और $\frac{x^3y^2}{xy} = x^2y$ (घातांक नियम से $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$)

दोनों को सम्मिलित करके लिखने पर,

$$\frac{12x^3y^2}{-4xy} = -3x^2y$$

टिप्पणी : भाजक के एकपदीय होने की दशा में भाज्य को अवरोही क्रम में रखे बिना भी प्रश्न 2 के अनुसार भागफल प्राप्त हो जाता है।

उदाहरण 1 : भागफल ज्ञात कीजिए :

$(18x + 12x^3 - 6x^2) \div (-3x)$

हल : भाज्य $= 18x + 12x^3 - 6x^2$, भाजक $= -3x$

$= 12x^3 - 6x^2 + 18x$

$\therefore (12x^3 - 6x^2 + 18x) \div (-3x)$

$= (12x^3 - 6x^2 + 18x) \div (-3x)$

$= \frac{12x^3}{(-3x)} - \frac{6x^2}{(-3x)} + \frac{18x}{(-3x)}$

$= -4x^2 + 2x - 6$

अभ्यास 5 (*a*)

1. भाग दीजिए :
   (क) $8x^2yz$ में $2xy$ से, (ख) $15x^3y^4$ में $3x^2y^2$ से,
   (ग) $a^2 - b^2$ में $(a + b)$ से,

2. सरल कीजिए :
   (क) $\frac{32m^3y^2}{4m^2y}$ (ख) $\frac{x^3+4x^2+4x}{x}$
   (ग) $\frac{16x^3-8x^2}{4x}$ (घ) $\frac{9a^2-24a+18a^3}{3a}$

5.3.3 एक बहुपद में द्विपद से भाग

प्रथम स्थिति - शून्य शेषफल

चूँकि $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 7x + 10$,
अतः संख्याओं के भाग के नियमानुसार, हम कहते हैं कि

$$\frac{x^2+7x+10}{x+5} = x+2$$

या

$$\frac{x^2+7x+10}{x+2}=x+5$$

उपर्युक्त में $x^2 + 7x + 10$ भाज्य, $(x + 5)$ भाजक और $(x + 2)$ भागफल है। अथवा $x^2 + 7x + 10$ भाज्य, $(x + 2)$ भाजक और $(x + 5)$ भागफल है।
ठीक इसी प्रकार,

$$\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x+a}=x+b$$

[चूँकि $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$]

अतः ऐसे बीजीय व्यंजक, जिनके अंश तथा हर के रूप में प्रयुक्त चरों के घात धनात्मक पूर्णांक हैं, परिमेय व्यंजक कहलाते हैं।

उदाहरणार्थ,

$$\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x+a},\quad \frac{x^2+7x+10}{x+5}$$ परिमेय व्यंजक हैं।

उदाहरणार्थ, अब हम बहुपद $(-12 - 6x^2 + 17x)$ में द्विपद $(2x - 3)$ से भाग करने पर विचार करेंगे।

(i) भाज्य तथा भाजक के पदों को अवरोही घात के क्रम में लिखते हैं। अतः भाज्य $(-12 - 6x^2 + 17x)$ को $(-6x^2 + 17x - 12)$ तथा भाजक $(2x - 3)$ को यथावत लिखेंगे। अर्थात्

$$2x-3\,\overline{)\,-6x^2+17x-12}$$

(ii) भाजक $(2x - 3)$ के प्रथम पद $2x$ से भाज्य $-6x^2 + 17x - 12$ के प्रथम पद $-6x^2$ में भाग देते हैं। इस प्रकार $-6x^2 + 2x = -3x$ भागफल का प्रथम पद है।

$$\begin{array}{r} -3x\qquad\qquad \\ 2x-3\,\overline{)\,-6x^2+17x-12} \end{array}$$

(iii) अब भाजक $(2x - 3)$ में भागफल के प्रथम पद $-3x$ से गुणा करके गुणनफल $(2x - 3) \times (-3x) = -6x^2 + 9x$ को भाज्य में से घटाते हैं। इस प्रकार

$$(-6x^2 + 17x - 12) - (-6x^2 + 9x) = -6x^2 + 17x - 12 + 6x^2 - 9x$$
$$= 8x - 12$$

अर्थात्

$$\begin{array}{r} -3x\qquad\qquad \\ 2x-3\,\overline{)\,-6x^2+17x-12} \\ \mp 6x^2 \pm 9x\qquad \\ \hline 8x-12 \end{array}$$

(iv) शेष $(8x - 12)$ को नवीन भाज्य के रूप में लेकर भाजक $(2x - 3)$ से भाग करते हैं। नवीन भाज्य का प्रथम पद $8x$, भाजक $(2x - 3)$ के प्रथम पद $2x$ का 4 गुना है। इस प्रकार +4 भागफल का द्वितीय पद है।

$$\begin{array}{r} +4\qquad \\ 2x-3\,\overline{)\,8x-12} \end{array}$$

(v) भाजक $(2x - 3)$ को भागफल के द्वितीय पद +4 से गुणा करके गुणनफल $(2x - 3) \times 4 = (8x - 12)$ को नवीन भाज्य $(8x - 12)$ से घटाते हैं, तो शेषफल शून्य प्राप्त हो जाता है। अर्थात्

$$\begin{array}{r} +4\qquad \\ 2x-3\,\overline{)\,8x-12} \\ {}_{-}8x \mathop{-}\limits_{+} 12 \\ \hline 0\qquad \end{array}$$

नोट

जब एक बीजीय व्यंजक को दूसरे बीजीय व्यंजक से घटाते हैं, तो दूसरे बीजीय व्यंजक के चिह्न (+ को – तथा – को +) बदल कर ही घटाने की क्रिया करते हैं।

उपर्युक्त क्रियापदों को समग्र रूप से निम्नांकित ढंग से प्रदर्शित करते हैं।

$$\begin{array}{r} -3x+4\qquad\qquad \\ 2x-3\,\overline{)\,-6x^2+17x-12} \\ \mp 6x^2 \pm 9x\qquad \\ \hline 8x-12 \\ {}_{-}8x \mathop{-}\limits_{+} 12 \\ \hline 0\qquad \end{array}$$

ध्यान दीजिए कि उपर्युक्त भाग के प्रश्न में शेषफल शून्य है। अतः
$(-12 - 6x^2 + 17x)$ का $(2x - 3)$ एक गुणनखंड है तथा प्राप्त भागफल $(-3x + 4)$ भी $(-12 - 6x^2 + 17x)$ का एक गुणनखण्ड होगा।

> यदि एक बहुपद (भाज्य) में दूसरे बहुपद (भाजक) से भाग करने पर शेषफल शून्य प्राप्त हो, तो इस प्रकार भाजक तथा प्राप्त भागफल, भाज्य के गुणनखंड होते हैं।
>
> अर्थात् भाज्य = भाजक × भागफल

ध्यान दें, भाज्य, भाजक तथा भागफल एक समान चर x में बहुपदीय, द्विपदीय या एक पदीय बीजीय व्यंजक हैं।

उदाहरण 2 : $(2y^4 + 7y^2 + 8y^3 + 4y + 3)$ में $(3 + y)$ से भाग दीजिए। बताइए कि क्या $(3 + y)$, $(2y^4 + 7y^2 + 8y^3 + 4y + 3)$ का एक गुणनखंड है ?

हल : घातों को अवरोही क्रम में रखने पर भाज्य $= (2y^4 + 8y^3 + 7y^2 + 4y + 3)$ तथा भाजक $= (y + 3)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2y^3 + 2y^2 + y + 1 \\
\hline
y + 3 & 2y^4 + 8y^3 + 7y^2 + 4y + 3 \\
 & \underline{\underset{-}{}2y^4 \underset{-}{+} 6y^3} \\
 & \quad 2y^3 + 7y^2 + 4y + 3 \\
 & \quad \underline{\underset{-}{}2y^3 \underset{-}{+} 6y^2} \\
 & \qquad y^2 + 4y + 3 \\
 & \qquad \underline{\underset{-}{}y^2 \underset{-}{+} 3y} \\
 & \qquad\quad y + 3 \\
 & \qquad\quad \underline{\underset{-}{}y \underset{-}{+} 3} \\
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

शेषफल = 0

अतः भाजक $(y + 3)$, भाज्य $(2y^4 + 8y^3 + 7y^2 + 4y + 3)$ का एक गुणनखंड है।

तथा भागफल $(2y^3 + 2y^2 + y + 1)$ भाज्य $(2y^4 + 8y^3 + 7y^2 + 4y + 3)$ का दूसरा गुणनखंड

अतः $(2y^4 + 8y^3 + 7y^2 + 4y + 3) = (y + 3)(2y^3 + 2y^2 + y + 1)$

स्पष्टीकरण

भाजक × भागफल $= (y+3)(2y^3+2y^2+y+1)$

$= 2y^4+2y^3+y^2+y+6y^3+6y^2+3y+3)$

$= 2y^4+8y^3+7y^2+4y+3)$

= भाज्य

अर्थात्

भाजक × भागफल = भाज्य

5.4 द्वितीय स्थिति : शून्येतर शेषफल

उपर्युक्त उदाहरणों में भाग की सभी क्रियाओं में शेषफल शून्य प्राप्त होता है। ऐसी स्थितियों में हम कहते हैं कि भाज्य, भाजक से पूर्णतः विभाज्य है। अब हम ऐसी स्थितियों पर विचार करेंगे जिनमें शेषफल शून्य न हो।

ध्यान दीजिए, कि संख्याओं की इस प्रकार की स्थिति में भाग की क्रिया हम तब तक चालू रखते हैं जब तक हम भाजक से छोटा शेषफल नहीं पा जाते हैं। इसी प्रकार बहुपदों की स्थिति में भी भाग की क्रिया तब तक जारी रखते हैं, जब तक शेषफल, भाजक से कम घातांक का बहुपद नहीं हो जाता है।

उदाहरण 3 $15z^3-20z^2+13z-12$ में $3z-6$ से भाग दीजिए।

हल

$$
\begin{array}{r|l}
 & 5z^2+\frac{10}{3}z+11 \\
\hline
3z-6 & 15z^3-20z^2+13z-12 \\
 & \underline{\underset{-}{}15z^3\underset{+}{-}30z^2} \\
 & 10z^2+13z-12 \\
 & \underline{\underset{-}{}10z^2\underset{+}{-}20z} \\
 & 33z-12 \\
 & \underline{\underset{-}{}33z\underset{+}{-}66} \\
 & 54
\end{array}
$$

भागफल $= 5z^2+\frac{10}{3}z+11$

शेषफल $= 54$

उदाहरण 4 $34x - 22x^3 - 12x^4 - 10x^2 - 75$ में $3x + 7$ से भाग दीजिए।

हल $34x - 22x^3 - 12x^4 - 10x^2 - 75$ को x के अवरोही घातांक के पदों में व्यवस्थित करने पर,

भाज्य $= -12x^4 - 22x^3 - 10x^2 + 34x - 75$

$$
\begin{array}{r|l}
 & -4x^3 + 2x^2 - 8x + 30 \\
\hline
3x + 7 & -12x^4 - 22x^3 - 10x^2 + 34x - 75 \\
 & -12x^4 - 28x^3 \\
 & \underline{+ \quad\quad +} \\
 & 6x^3 - 10x^2 + 34x - 75 \\
 & 6x^3 + 14x^2 \\
 & \underline{- \quad\quad -} \\
 & -24x^2 + 34x - 75 \\
 & -24x^2 - 56x \\
 & \underline{+ \quad\quad +} \\
 & 90x - 75 \\
 & 90x + 210 \\
 & \underline{- \quad\quad -} \\
 & -285
\end{array}
$$

नोट
भाग की क्रिया को सरलता से करने के लिए भाजक व भाज्य में आये बीजीय पदों को उनकी घातों के अवरोही क्रम में रखते हैं।

भागफल $= -4x^3 + 2x^2 - 8x + 30$

शेषफल $= -285$

3.4.1 (भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल) का सत्यापन

संख्याओं में भाग करना हम पिछली कक्षाओं में सीख चुके हैं। $35 \div 4$ पर विचार कीजिए। स्पष्टतः 8 भागफल और 3 शेषफल है।

इसमें 35 भाज्य और 4 भाजक है।

$35 = (4 \times 8) + 3$

अर्थात

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

अब हम देखेंगे कि क्या यह कथन बीजगणितीय व्यंजकों के भाग में भी सत्य है।

उदाहरण 5 : $x^2 + 7x + 14$ में $(x + 3)$ से भाग दीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r|l} x+3 & \overline{x^2 + 7x + 14} \quad (x + 4 \\ & \underline{x^2 + 3x} \\ & \quad 4x + 14 \\ & \quad \underline{4x + 12} \\ & \quad\quad + 2 \end{array}$$

उपर्युक्त भाग के प्रश्न में $(x^2 + 7x + 14)$ भाज्य, $(x + 3)$ भाजक, $(x + 4)$ भागफल तथा 2 शेषफल है।

भाजक × भागफल $= (x + 3)(x + 4)$

$= x(x + 4) + 3(x + 4)$

$= x^2 + 4x + 3x + 12$

$= x^2 + x(4 + 3) + 12$

$= x^2 + 7x + 12$

भाजक × भागफल + शेषफल

$= (x^2 + 7x + 12) + 2$

$= x^2 + 7x + 14$ = भाज्य

इस प्रकार, **भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल**

प्रयास कीजिए :

1. उदाहरणों 3 तथा 4 में उपर्युक्त तथ्य का सत्यापन कीजिए।
2. निम्नांकित भाग के प्रश्नों को कीजिए, और प्राप्त फलों के आधार पर उपर्युक्त तथ्य का सत्यापन कीजिए।
   (क) $8y^2 + 6y + 7$ में $(2y + 1)$ से भाग दीजिए।
   (ख) $3y^3 - 3y^2 - 4y - 17$ में $(y - 2)$ से भाग दीजिए।

उपर्युक्त से निष्कर्ष निकलता है कि प्रत्येक भाग की संक्रिया में,

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

अभ्यास 5 (b)

1. निम्नांकित बहुपदों के घातांक बताइए :

(क) $2x^3 + 5x^2 - 7$ (ख) $4x^2 - 5x + 2 + 3x^4$

(ग) 7 (घ) $3x + 4x^2 - 7$

(ङ) $2y^3 - 12y^4 + 48y^2 - 9$ (घ) $7x^2$

(च) $20x^3 + 12x^2y^2 - 10y^2 + 20$

2. भाग कीजिए :

(क) $(9z^5 + 12z^4 - 6z^3)$ में $3z^2$ से,

(ख) $(x^2 + 9x + 20)$ में $(x + 4)$ से,

(ग) $(8y^2 + 6y + 1)$ में $(2y + 1)$ से,

(घ) $(4z^3 + 6z^2 - z)$ में $\frac{1}{2}z$ से,

(ङ) $(3x^3 + 4x^2 + 5x + 18)$ में $(x + 2)$ से,

(च) $(x^3 + y^3)$ में $(x + y)$ से,

3. निम्नांकित प्रश्नों में भाग देकर भाज्य, भाजक, भागफल तथा शेषफल को सारणी में लिखिए :

(क) $(14x^2 + 13x - 15)$ में $(7x - 4)$ से,

(ख) $(6y^5 - 28y^3 + 3y^2 + 30y - 9)$ में $(2y^2 - 6)$ से,

(ग) $(34x - 22x^3 - 12x^4 - 10x^2 - 75)$ में $(3x + 7)$ से,

(घ) $(15y^4 - 16y^3 + 9y^2 - \frac{10y}{3} + 6)$ में $(3y - 2)$ से।

सारणी की सहायता से सत्यापन कीजिए कि

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

4. भाग संक्रिया से ज्ञात कीजिए कि क्या

(क) $(x + 6)$, $(x^2 - x - 42)$ का एक गुणनखंड है ?

(ख) $(4x - 3)$, $(4x^2 - 13x - 12)$ का एक गुणनखंड है ?

(ग) $(2x - 5)$, $(4x^4 - 10x^3 - 10x^2 + 30x - 15)$ का एक गुणनखंड है ?

(घ) $3z^2 + 5$, $(6z^5 + 15z^4 + 16z^3 + 4z^2 + 10z - 35)$ का एक गुणनखंड है ?

(ङ) $x^2 + 3$, $(x^3 - 9x)$ का एक गुणनखंड है ?

(च) $x^2 - 1$, $(x^4 - 1)$ का एक गुणनखंड है ?

5. बहुपद $(4z^3 + 7z^2 + 15)$ में से ऐसा क्या घटायें कि प्राप्त व्यंजक पूर्ण रूप से $4z^2 - 5$ से विभाजित

हो जाएँ।

5.5 बहुपदीय व्यंजकों के गुणनखंड की संकल्पना (तीन पद से अधिक नहीं)

पिछली कक्षाओं में हम निम्नांकित प्रकार के व्यंजकों का गुणनखंड करना सीख चुके हैं :

(*i*) $(ax + ay)$ (*ii*) $ax^2 + ay^2 + bx^2 + by^2$

अब हम कुछ त्रिपदीय व्यंजकों (सर्वसमिकाओं पर आधारित व्यंजक) का गुणनखंड करना सीखेंगे।

5.5.1 $a^2 + 2ab + b^2$ के रूप के व्यंजकों का गुणनखंड

प्रथम विधि- सर्वसमिका का प्रयोग करके :

हम पढ़ चुके हैं कि $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

इस सर्वसमिका को हम निम्नांकित रूप में भी समझ सकते हैं।

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$= (a + b)(a + b)$$

द्वितीय विधि- समूह बनाकर :

इसे हम निम्नांकित ढंग से भी प्राप्त कर सकते हैं।

$$a^2 + 2ab + b^2$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a(a + b) + b(a + b)$$
$$= (a + b)(a + b)$$
$$= (a + b)^2$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

अतः $a^2 + 2ab + b^2$ के गुणनखंड $(a + b)(a + b)$ हैं तथा बीजीय व्यंजक $a^2 + 2ab + b^2$ को गुणनखंडों के गुणन के रूप में निम्न प्रकार से लिखते हैं।

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

उदाहरण 6 : $x^2 + 8x + 16$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $x^2 + 8x + 16$ $= x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$

$= (x + 4)^2$ ... ($a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ के अनुसार)

$= (x + 4)(x + 4)$

अतः $x^2 + 8x + 16$ के गुणनखंड $(x + 4)$ तथा $(x + 4)$ है।

तथा $x^2 + 8x + 16$ को गुणनखंडों के गुणन के रूप में हम निम्न प्रकार से लिखते हैं।

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

समूह बनाकर

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4x + 16$$
$$= x(x + 4) + 4(x + 4)$$
$$= (x + 4)(x + 4) = (x + 4)^2$$

अतः $x^2 + 8x + 16$ के गुणनखंड $(x + 4)$ तथा $(x + 4)$ है।

उदाहरण 7 : $36x^2 + 12x + 1$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $36x^2 + 12x + 1$

$= (6x)^2 + 2 \cdot 6x \cdot 1 + 1^2$

$= (6x + 1)^2$

अतः $36x^2 + 12x + 1$ के गुणनखंड $(6x + 1)$ तथा $(6x + 1)$ है

तथा $36x^2 + 12x + 1 = (6x + 1)^2$ (गुणनखंडों के गुणन के रूप में)।

समूह विधि द्वारा,

$36x^2 + 12x + 1$

$= 36x^2 + 6x + 6x + 1$

$= 6x(6x + 1) + 1(6x + 1)$

$= (6x + 1)(6x + 1)$

$= (6x + 1)^2$

उदाहरण 8 : $p^2 + 3p + \frac{9}{4}$ का गुणनखंड कीजिए

हल : $p^2 + 3p + \frac{9}{4}$

$= p^2 + 2p\left(\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$= \left(p + \frac{3}{2}\right)^2$

समूह विधि द्वारा

$$p^2 + 3p + \frac{9}{4}$$

$$= p^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)p + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= p^2 + \frac{3}{2}p + \frac{3}{2}p + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= p\left(P+\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}\left(P+\frac{3}{2}\right)$$

$$= \left(P+\frac{3}{2}\right)\left(P+\frac{3}{2}\right)$$

$$= \left(P+\frac{3}{2}\right)^2$$

उपर्युक्त उदाहरणों की सहायता से स्पष्ट है कि

$a^2 + 2ab + b^2$ प्रकार के व्यंजकों का गुणनखंड $(a + b)(a + b)$ तथा $(a + b)^2$ (गुणनखंड के गुणन के रूप में) है।

अभ्यास 5 (c)

1. निम्नांकित व्यंजकों में $(a^2 + 2ab + b^2)$ प्रकार के व्यंजकों को छांटिए
   (i) $a^2 + 10a + 16$ (ii) $x^2 - 5x + 4$
   (iii) $x^2 + 10x + 25$ (iv) $49m^2 + 140\,mn + 100n^2$
2. निम्नांकित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए
   (i) $a^2 + 2a + 1$ (ii) $36 + 12x + x^2$
   (iii) $4c^2 + 4c + 1$ (iv) $36x^2 + 60x + 25$
   (v) $9x^2 + 6x + 1$
3. (i) $x^2 + x + \frac{1}{4}$ का गुणनखंड कीजिए।
   (ii) $p^2 + 5p + \frac{25}{4}$ का गुणनखंड कीजिए।

5.5.2 व्यंजक $(a^2 - 2ab + b^2)$ के रूप के व्यंजकों का गुणनखंड

प्रथम विधि- सर्वसमिका का प्रयोग करके :

हम जानते हैं कि

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

इस सर्वसमिका को हम निम्नांकित रूप में लिख सकते हैं :

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

द्वितीय विधि- समूह बनाकर :

इसे हम निम्नांकित ढंग से प्राप्त कर सकते हैं :

$a^2 - 2ab + b^2$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a(a - b) - b(a - b)$

$= (a - b)(a - b)$

$= (a - b)^2$

इस प्रकार हम देखते हैं कि

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

अतः $a^2 - 2ab + b^2$ के गुणनखंड $(a - b)$ तथा $(a - b)$ हैं, जिसे हम $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ गुणनखंड के गुणन के रूप में लिखते हैं।

उदाहरण 9 : $9x^2 - 30xy + 25y^2$ के गुणनखंड कीजिए।

हल : $9x^2 - 30xy + 25y^2$

$= (3x)^2 - 2(3x).(5x) + (5y)^2$

जो $a^2 - 2ab + b^2$ के रूप का है।

सूत्र $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ के अनुसार

$9x^2 - 30xy + 25y^2$

$= (3x)^2 - 2(3x)(5x) + (5y)^2$

$= (3x - 5y)^2$

उदाहरण 10: $36 - 12k + k^2$ के गुणनखंड ज्ञात कीजिए

हल : $36 - 12k + k^2$

$= (6)^2 - 2(6)k + k^2$

जो $a^2 - 2ab + b^2$ के रूप का है।

सर्वसमिका $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ के अनुसार

$$36 - 12k + k^2$$
$$= (6)^2 - 2(6)k + k^2$$
$$= (6 - k)^2$$

समूह विधि द्वारा

$$36 - 12k + k^2$$
$$= 36 - 6k - 6k + k^2$$
$$= 6(6 - k) - k(6 - k)$$
$$= (6 - k)(6 - k)$$
$$= (6 - k)^2$$

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि

$a^2 - 2ab + b^2$ प्रकार के व्यंजकों का गुणनखंड $(a - b)(a - b)$ या $(a - b)^2$ है।

अभ्यास 5(d)

1. निम्नांकित व्यंजकों में ($a^2 - 2ab + b^2$ प्रकार के व्यंजकों को छाँटिए
   - (i) $81a^2 - 72ab + 16b^2$
   - (ii) $16b^2 - 20by + 25y^2$
   - (iii) $25x^2 - 10xy + 9$
   - (iv) $5x^2 - 30xy + 9y^2$
2. निम्नांकित के गुणनखंड कीजिए।
   - (i) $4x^2 - 12xy + 9y^2$
   - (ii) $9x^2 - 6x + 1$
   - (iii) $25x^2 - 60x + 36$
   - (iv) $49x^2 - 56x + 16$
   - (v) $x^2 - 12xy + 36y^2$

5.5.3 दो वर्गों के अन्तर के रूप के व्यंजकों के गुणनखंड अर्थात $a^2 - b^2$ प्रकार के व्यंजकों के गुणनखंड

$$a^2 - b^2 = a^2 - ab + ba - b^2$$
$$a^2 - b^2 = a(a - b) + b(a - b)$$
$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

यदि हम उपर्युक्त में पाये पद $(a+b)(a-b)$ को आपस में गुणा करके सरल करें तो

$(a+b).(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2$

अर्थात् $(a+b)$ तथा $(a-b)$, व्यंजक $a^2 - b^2$ के दो गुणनखंड हैं।

उदाहरण 11: $a^2 - 1$ के गुणनखंड कीजिए।

हल : सर्वप्रथम व्यंजक को दो वर्गों के अन्तर के रूप में लिखते हैं।

$a^2 - 1 = (a)^2 - (1)^2$

अब वर्गों $(a)^2$ तथा $(1)^2$ के वर्गमूल क्रमशः a तथा 1 ज्ञात करते हैं। पुनः दो वर्गों के अन्तर के गुणनखंड के सूत्र का प्रयोग करके दिये गये व्यंजक के गुणनखंड प्राप्त करते हैं।

$a^2 - 1 = (a)^2 - (1)^2$

$= (a+1)(a-1)$

उदाहरण 12: $a^2 - 4b^2$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : इस व्यंजक का प्रथम पद a^2 को वर्ग के रूप में $(a)^2$ लिखते हैं, दूसरे पद $4b^2$ को वर्ग के रूप में $(2b)^2$ लिखते हैं। पुनः दो वर्गों के अन्तर के गुणनखण्ड के सूत्र का प्रयोग करके व्यंजक का गुणनखण्ड प्राप्त करते हैं।

$a^2 - 4b^2 = (a)^2 - (2b)^2$

$= (a+2b)(a-2b)$

सत्यापन : $(a+2b).(a-2b) = a^2 + 2ab - 2ab - 4b^2$

$= a^2 - 4b^2$

उदाहरण 13: $4a^2 - 81$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $4a^2 - 81 = (2a)^2 - (9)^2$

$= (2a+9)(2a-9)$

सत्यापन $(2a+9)(2a-9) = 4a^2 + 18a - 18a - 81$

$= 4a^2 - 81$

उदाहरण 14: $64a^2 - 225b^2$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $64a^2 - 225b^2 = (8a)^2 - (15b)^2$

$= (8a+15b)(8a-15b)$

दो वर्गों का अन्तर उन वर्गों के वर्गमूल के योग तथा उनके अन्तर के गुणनफल के बराबर होता है। अर्थात् $(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$

यदि हम उपर्युक्त में दाये पद $(a + b)(a - b)$ को आपस में गुणा करके सरल करें तो

$(a + b).(a - b) = a^2 + ab - ab - b^2$

अर्थात् $(a + b)$ तथा $(a - b)$, व्यंजक $a^2 - b^2$ के दो गुणनखंड हैं।

उदाहरण 11: $a^2 - 1$ के गुणनखंड कीजिए।

हल : सर्वप्रथम व्यंजक को दो वर्गों के अन्तर के रूप में लिखते हैं।

$a^2 - 1 = (a)^2 - (1)^2$

अब वर्गों $(a)^2$ तथा $(1)^2$ के वर्गमूल क्रमशः a तथा 1 ज्ञात करते हैं। पुनः दो वर्गों के अन्तर के गुणनखंड के सूत्र का प्रयोग करके दिये गये व्यंजक के गुणनखंड प्राप्त करते हैं।

$a^2 - 1 = (a)^2 - (1)^2$

$= (a + 1)(a - 1)$

उदाहरण 12: $a^2 - 4b^2$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : इस व्यंजक का प्रथम पद a^2 को वर्ग के रूप में $(a)^2$ लिखते हैं, दूसरे पद $4b^2$ को वर्ग के रूप में $(2b)^2$ लिखते हैं। पुनः दो वर्गों के अन्तर के गुणनखण्ड के सूत्र का प्रयोग करके व्यंजक का गुणनखण्ड प्राप्त करते हैं।

$a^2 - 4b^2 = (a)^2 - (2b)^2$

$= (a + 2b)(a - 2b)$

सत्यापन : $(a + 2b).(a - 2b) = a^2 + 2ab - 2ab - 4b^2$

$= a^2 - 4b^2$

उदाहरण 13: $4a^2 - 81$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $4a^2 - 81 = (2a)^2 - (9)^2$

$= (2a + 9)(2a - 9)$

सत्यापन $(2a + 9)(2a - 9) = 4a^2 + 18a - 18a - 81$

$= 4a^2 - 81$

उदाहरण 14: $64a^2 - 225b^2$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $64a^2 - 225b^2 = (8a)^2 - (15b)^2$

$= (8a + 15b)(8a - 15b)$

दो वर्गों का अन्तर उन वर्गों के वर्गमूल के योग तथा उनके अन्तर के गुणनफल के बराबर होता है। अर्थात् $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$

$$= \left(\frac{3}{x}+\frac{y}{5}\right)\left(\frac{3}{x}-\frac{y}{5}\right)$$

अभ्यास 5 (e)

निम्नांकित के गुणनखंड कीजिए :

1. $a^2 - 4$
2. $a^2 - 49b^2$
3. $x^3 - 121\,x$
4. $4a^2 - \dfrac{9}{4a^2}$
5. $\dfrac{18}{x^2} \quad \dfrac{2x^2}{9}$
6. $(a-b)^2 - c^2$
7. $(a-3b)^2 - 36b^2$
8. $(a+b)^2 - (a-b)^2$
9. $25\,(a-5b)^2 - 4\,(a-3b)^2$
10. $16a^4 - 81b^4$
11. $a^4 - 625$
12. $a^2b - b^3$ का गुणनखंड कीजिए तथा प्राप्त परिणाम का $101^2 \times 100 - 100^3$ का मान ज्ञात करने में अनुप्रयोग कीजिए।
13. ऐसी कौन सी दो छोटी पूर्ण वर्ग संख्यायें है, जिनका अन्तर एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो ?

5.5.4 $ax^2 + bx + c$ प्रकार के व्यंजकों का गुणनखंड

इस प्रकार के व्यंजकों में ऐसी दो संख्याएँ l और m लेते हैं कि $b = l + m$ तथा $ac = l \times m$ अर्थात् $c = \dfrac{l \times m}{a}$। अतः व्यंजक इस प्रकार हो जायेगा

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= ax^2 + (l+m)x + \frac{lm}{a} \\ &= ax^2 + lx + mx + \frac{lm}{a} \\ &= x(ax+l) + \frac{m}{a}(ax+l) \\ &= (ax+l)\left(x + \frac{m}{a}\right) \end{aligned}$$

उदाहरण के लिए $2x^2 + 7x + 3$ का गुणनखण्ड ज्ञात करने के लिए दो संख्याएँ l और m प्राप्त करते हैं, कि $l + m = 7$ तथा $lm = 2 \times 3 = 6$। अतः अब ऐसे दो अभाज्य गुणनखण्ड सोचिए कि जिनका गुणन 6 हो तथा योगफल 7 हो।

ध्यान दीजिए -

अब हम $l = 3, m = 2$ लेते हैं, तो इनका गुणनफल तो 6 है, परन्तु योगफल $b = l + m = 3 + 2 = 5$ है, जो कि ऊपर दी गयी गुणनफल की शर्तों को पूरा नहीं करता है। अब यदि $l = 1, m = 6$ लें, तो $l \times m = 6$ तथा $l + m = 7$। अतः 6 उपर्युक्त गुणनफल की शर्तों को पूरा करते हैं।

अतः $l = 6$ और $m = 1$ रखने पर

$$2x^2 + 7x + 3 = 2x^2 + (6+1)x + 3$$

यहाँ $b = l + m = 6 + 1 = 7$

$$c = \frac{l \times m}{a} = \frac{6 \times 1}{2} = 3$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 3 &= 2x^2 + 6x + x + 3 \\ &= 2x(x + 3) + 1(x + 3) \\ &= (2x + 1)(x + 3) \end{aligned}$$

(i) $ax^2 + bx + c$ प्रकार के व्यंजक का अन्य रूप $x^2 + bx + c$ के गुणनखण्ड

दोनों प्रकार के व्यंजकों में क्या अन्तर है ?

देखिए $ax^2 + bx + c$ में x^2 का गुणांक a है।

जबकि $x^2 + bx + c$ में x^2 का गुणांक मात्र 1 है।

अर्थात् यदि $ax^2 + bx + c$ में $a = 1$ रखें तो $x^2 + bx + c$ प्रकार का व्यंजक प्राप्त होगा।

$x^2 + bx + c$ प्रकार का व्यंजक $x^2 + (a + b)x + ab$ का ही रूप है।

अतः $x^2 + bx + c$ प्रकार के व्यंजक का गुणनखण्ड सर्वसमिका $(x+a)(x+b) = x^2 + (a + b)x + ab$ की सहायता से भी ज्ञात करते हैं।

उदाहरण 20: $x^2 + 8x + 12$ गुणनखंड कीजिए कीजिए।

हल : यहाँ सर्वसमिका से तुलना करने पर

$a + b = 8, ab = 12$

अर्थात् दो ऐसी संख्याएँ ज्ञात करनी है, जिनका योगफल 8 है तथा गुणनफल 12 है।

यदि $a = 6, b = 2$ तो

$x^2 + 8x + 12$ की सर्वसमिका $x^2 + (a + b)x + ab$ से तुलना करने पर

$$\begin{aligned} x^2 + 8x + 12 &= x^2 + (6 + 2)x + 6 \times 2 \\ &= (x + 6)(x + 2) \end{aligned}$$

द्वितीय विधि

$$
\begin{aligned}
x^2 + 8x + 12 &= x^2 + (6 + 2)x + 12 \\
&= x^2 + 6x + 2x + 12 \\
&= x(x + 6) + 2(x + 6) \\
&= (x + 6)(x + 2)
\end{aligned}
$$

उदाहरण 21 : $x^2 - x - 6$ गुणनखण्ड कीजिए

हल : व्यंजक $x^2 - x - 6$ की $[x^2 + (a + b)x + ab]$ से तुलना करने पर

$a + b = -1 = (-3) + 2$

और $ab = -6 = -3 \times 2$

$$
\begin{aligned}
\therefore\quad x^2 - x - 6 &= x^2 + (-3 + 2)x + (-3) \times 2 \\
&= (x - 3)(x + 2)
\end{aligned}
$$

$[\because (x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab]$

द्वितीय विधि

$$
\begin{aligned}
x^2 - x - 6 &= x^2 + (-3 + 2)x - 6 \\
&= x^2 - 3x + 2x - 6 \\
&= x(x - 3) + 2(x - 3) \\
&= (x - 3)(x + 2)
\end{aligned}
$$

उदाहरण 22 : $x^2 - 7x + 12$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल : व्यंजक $x^2 - 7x + 12$ की सर्वसमिका $(x^2 + (a + b)x + ab)$ से तुलना करने पर

$a + b = -7 = (-4) + (-3)$

$ab = 12 = (-4) \times (-3)$

$$
\begin{aligned}
\text{अतः}\quad x^2 - 7x + 12 &= x^2 + (-4 - 3)x + (-4)(-3) \\
&= (x - 4)(x - 3)
\end{aligned}
$$

$[\because (x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab]$

द्वितीय विधि

$$
\begin{aligned}
x^2 - 7x + 12 &= x^2 + (-4 - 3)x + 12 \\
&= x^2 - 4x - 3x + 12
\end{aligned}
$$

$= x(x-4) - 3(x-4)$

$= (x-4)(x-3)$

नोट $x^2 - 7x + 12 = x^2 - (4+3)x + 12$ द्वारा भी हल कर सकते हैं।

उदाहरण 23: $x^2 + 2x - 15$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल : $x^2 + 2x - 15$

$(\because a+b = 2 = (5-3);\ a \times b = 15 = 5 \times 3)$

$= x^2 + (5-3)x - 15$

$= x^2 + 5x - 3x - 15$

$= x(x+5) - 3(x+5)$

$= (x+5)(x-3)$

उदाहरण 24: $2x^2 + 9x - 5$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $2x^2 + 9x - 5$ का गुणनखंड करने के लिए दो संख्याएँ a तथा b ऐसी चाहिए कि

$a + b = 9$

और $ab = 2 \times (-5) = -10$

चूँकि $10 + (-1) = 9$ और $10 \times (-1) = -10$

अतः $a = 10$ और $b = -1$ उपयुक्त संख्याएँ हैं

इस प्रकार $2x^2 + 9x - 5 = 2x^2 + [10 + (-1)]x - 5$

$= 2x^2 + 10x - x - 5$

$= 2x(x+5) - 1(x+5)$

$= (x+5)(2x-1)$

उदाहरण 25: $12y^2 - y - 1$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : गुणनखंड के लिए दो संख्याएँ a तथा b ऐसी चाहिए कि

$a + b = -1$ और $ab = 12 \times (-1) = -12$

चूँकि $-4 + 3 = -1$ और $(-4) \times 3 = -12$

अतः $a = -4$ और $b = 3$ उपयुक्त संख्याएँ हैं।

इस प्रकार $12y^2 - y - 1 = 12y^2 + (-4+3)y - 1$

$= 12y^2 - 4y + 3y - 1$

$= 4y\,(3y - 1) + 1(3y - 1)$

$= (3y - 1)\,(4y + 1)$

उदाहरण 26 : $-5x^2 - x + 4$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $-5x^2 - x + 4$

$= -[5x^2 + x - 4]$ [सुविधा के लिए चिह्न परिवर्तन किया गया है

$= -[\,5x^2 + 5x - 4x - 4]$ [सोचिए $a + b = 1 = 5 + (-4)$ तथा $ab = 5 \times (-4)$, $a = 5$, $b = -4$]

$= -[\,5x(x + 1) - 4(x + 1)]$

$= -(x + 1)(5x - 4)$

$= (1 + x)(4 - 5x)$

उदाहरण 27 : $12x^3 - 14x^2 - 10\,x$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $12x^3 - 14x^2 - 10\,x = 2x\,(6x^2 - 7x - 5)$

$= 2x\,[6x^2 - 10x + 3x - 5]$

$= 2x\,[2x(3x - 5) + 1\,(3x - 5)]$

$= 2x\,(3x - 5)\,(\,2x + 1)$

[सोचिए $a + b = -7 = -10 + 3$,

$ab = 6 \times (-5)$

$= -30 = (-10) \times 3$

$a = -10,\ b = 3$]

उदाहरण 28 : $15x^4 + 3x^2 - 18$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : $15x^4 + 3x^2 - 18 = 3\,[5x^4 + x^2 - 6]$

$= 3\,[5y^2 + y - 6]$ [जहाँ $x^2 = y$]

$= 3\,[5y^2 + 6y - 5y - 6]$ [सोचिए $a + b = 1 = 6 + (-5)$

$= 3\,[y\,(5y + 6) - 1\,(\,5y + 6)]$ $ab = 5 \times (-6)$

$= 3\,(5y + 6)\,(y - 1)$ $a = 6,\ b = -5$]

$= 3\,(5x^2 + 6)\,(x^2 - 1)$ [$y = x^2$ प्रतिस्थापन करने पर]

$= 3(5x^2 + 6)(x + 1)\,(\,x - 1)$

अभ्यास 5 (f)

1. दो पूर्णांक a तथा b ऐसे ज्ञात कीजिए कि
   (i) $a+b=8$ और $ab=15$
   (ii) $a+b=13$ और $ab=12$
   (iii) $a+b=1$ और $ab=-20$
   (iv) $a+b=-5$ और $ab=4$
   (v) $a+b=-1$ और $ab=-12$
   (vi) $a+b=-11$ और $ab=10$
   (vii) $a+b=8$ और $ab=-20$

2. गुणनखंड कीजिए :

(i) x^2+5x+6	(ii) q^2+6q+8
(iii) $m^2+11m+24$	(iv) $y^2+9y-36$
(v) $a^2+3a-10$	(vi) $k^2-11k-102$
(vii) $p^2-5p-176$	(viii) $48+2x-x^2$
(ix) $-11p+p^2+24$	(x) $y^2-26y+69$
(xi) a^4-5a^2+36	(xii) y^4+4y^2-32
(xiii) $2x^3+10x^2-28x$	(xiv) $-2y^3+22y^2+24y$

(संकेत : 2x सर्वनिष्ठ गुणनखंड लें)

(xv) $12x+15-3x^2$	(xvi) $40p^3+16p^3q-2p^3q^2$
(xvii) $-18k^4+3k^5-48k^3$	(xviii) $b^2c^3+8bc^4+12c^5$
(xix) $-18+a^2b^2-3ab$	

गुणनखंड कीजिए

3. $4x^2+5x+1$	4. $2x^2+11x+14$
5. $2y^2-5y-12$	6. $13k^2+37k-6$
7. $40y^2+y-6$	8. $6-9e-27e^2$
9. $1-t-6t^2$	10. $2a^2+7ab-15b^2$
11. $4y^2+24y+20$	12. $12a^2+2a-4$
13. $21k^3+15k^2-6k$	14. $6x^3-22x^2-8x$
15. $-21z^4-12z^3+6z^2$	16. $-12b^3-b^2+b$

17. एक आयताकार पार्क का क्षेत्रफल $5x^2+17x+6$ वर्ग मी० है। उसकी एक भुजा $(x+3)$ है, तो दूसरी संलग्न भुजा ज्ञात करें।

18. एक वर्ग का क्षेत्रफल $(4x^2-36x+81)$ वर्ग मी. है, तो उसकी भुजा ज्ञात करें। यदि $(x=5)$ तो वर्ग की भुजा एवं क्षेत्रफल का मान क्या होगा।

सामूहिक चर्चा

भाग द्वारा ज्ञात कीजिए कि क्या

(क) x^3-8 का $(x-2)$ एक गुणनखंड है ?
(ख) x^3+27 का $(x+3)$ एक गुणनखंड है ?
(ग) x^3+64 का $(x^2-4x+16)$ एक गुणनखंड है ?
(घ) x^4-y^4 का $x+y$ एक गुणनखंड है ?
(ङ) x^3-216 का $(x-6)$ एक गुणनखंड है ?

दक्षता अभ्यास – 5

1. भाग दीजिए :
   (i) $y^2-18y+69$ में $(y+5)$ से,
   (ii) x^5-y^5 में $(x-y)$ से,
   (iii) x^4-y^4 में $(x+y)$ से,
   (iv) $(6a^2+7ab-20b^2)$ में $(3a-4b)$ से,
   (v) $10x^3-39x^2+41x-15$ में $(2x-5)$ से।
2. भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए :
   (i) $(9x^3-45x^2+71x-40)\div(3x-8)$
   (ii) $(27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3)\div(3a-b)$
   (iii) $(6x^2y^2-4x^2y-8y^2)\div(-2xy)$
   (iv) $(-9x^2y^3-6x^3y^2+12x^2y^2)\div(-3x^2y^2)$
   (v) $(4x^2y^3-2x^3y^3+6x^3y^2)\div(-2x^2y^2)$
3. निम्नांकित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए :
   (i) $1-x^2$ (ii) $64a^4-49b^2c^4$
   (iii) x^2y^2-4 (iv) $\frac{1}{4}b^2-49$

(v) $c^2 - 0.36$ (vi) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}$

(vii) $(a+b+c)^2 - (a-b-c)^2$ (viii) $49 - x^2 - y^2 + 2xy$

4. निम्नांकित को गुणनखंड की सहायता से सरल कीजिए :

(i) $\frac{a^2-b^2}{a+b}$ (ii) $\frac{9a^2-16b^2}{3a-4b}$

(iii) $\frac{a^3b-b^3a}{ab}$ (iv) $\frac{50a^2-98b^2}{10a-14b}$

(v) $\frac{(x-1)(x-2)(x^2-9x+14)}{(x-7)(x^2-3x+2)}$

5. गुणनखंड कीजिए :

(i) $25 - 4y^2 + 21y$ (ii) $5x^2 + 3x - 14$

(iii) $2x^2 + 5x - 25$ (iv) $3x^2 + 5x - 28$

(v) $24 - 3a^2 + 34a$ (vi) $y^2 + 18y - 40$

(vii) $a^2 + 10a - 24$ (viii) $x^2 + 22x - 48$

इस इकाई में हमने सीखा

1. दो एक पदीय व्यंजकों के भागफल का संख्यात्मक गुणांक, उन व्यंजकों के संख्यात्मक गुणांकों का भागफल होता है। दो एक पदीय व्यंजकों के भागफल का चर गुणांक (Variable cofficient) उन व्यंजकों के चर गुणांक का भागफल होता है।

2. ऐसे बीजीय व्यंजक जिनके अंश तथा हर के रूप में प्रयुक्त चरों के घात धनात्मक पूर्णांक है, परिमेय व्यंजक कहलाते हैं।

3. यदि एक बहुपद (भाज्य) में दूसरे बहुपद (भाजक) से भाग करने पर शेषफल शून्य प्राप्त हो, तो इस प्रकार भाजक तथा प्राप्त भागफल दोनों, भाज्य के गुणनखंड होते हैं।

भाज्य = भाजक × भागफल

यदि शेषफल शून्य के अतिरिक्त अन्य कुछ प्राप्त होता है तो

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

4. चूँकि $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ अतः

$a^2 + 2ab + b^2$ के गुणनखंड $(a+b)$ तथा $(a+b)$

5. $a^2 - 2ab + b^2$ प्रकार के व्यंजकों का गुणनखंड रूप $(a - b)^2$ है।

6. दो वर्गों का अन्तर उन वर्गों के वर्गमूल के योग तथा उनके अन्तर के गुणनफल के बराबर होता है।
अर्थात्

$$(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$$

7. द्विघात व्यंजक

$x^2 + (a + b)x + ab$ का गुणनखंड रूप $(x + a)(x + b)$ है

8. द्विघात व्यंजक $ax^2 + bx + c$ के गुणनखंड करने के लिए दो संख्याएँ l तथा m ऐसी लेनी होती है कि $l + m = b$ और $lm = ac$

उत्तर माला

अभ्यास 5 (*a*)

1. (क) $4xz$ (ख) $5y$ (ग) $(a - b)$ 2. (क) $8my$ (ख) $(x + 2)^2$ (ग) $2x(2 - x)$ ... $(6a^2 + 3a - 8)$

अभ्यास 5 (*b*)

1. (क) 3, (ख) 4, (ग) शून्य, (घ) 2 (ङ) 7 (च) 5 (छ) 4., 2. (क) $3z^3 + 4z^2$ - ... (ख) $(x + 5)$, (ग) $(4y + 1)$, (घ) $-8z^2 - 12z + 2$, (ङ) $3x^2 - 2x + 9$, (च) $x^4 - x^3y +$ ... $- xy^3 + y^4$; 3. (क) भागफल $2x + 3$ शेषफल $= -3$, (ख) भागफल $3y^3 - 5y + \frac{3}{2}$ ... = शून्य (ग) भागफल $-4x^3 + 2x^2 - 8x + 30$ शेषफल $= -285$, (घ) भागफल $5y^3$ ... $y^2 + \frac{5}{3}y$ शेषफल = 6, 4. (क) हाँ, भागफल = $(x - 7)$, शेषफल = 0 (ख) भागफल $x \; \frac{5}{2}$ ... $\frac{39}{2}$, नहीं, (ग) भागफल $2x^3 - 5x + \frac{5}{2}$ शेषफल = $-\frac{5}{2}$ नहीं, (घ) भागफल $2z^3 +$ ... $+ 2z - 7$ शेषफल शून्य, हाँ, (च) भागफल $x^3 - 3x$ शेषफल शून्य, हाँ, (छ) भागफल $x^4 + x^2$ ... शेषफल शून्य, हाँ

अभ्यास 5 (c)

1.(iii) $x^2 + 10x + 25$; (iv) $49m^2 + 140mn + 100n^2$ 2. (i) $(a+1)^2$
(ii) $(6 + x)^2$ (iii) $(2c + 1)^2$ (iv) $(6x \pm 5)^2$ (v) $(3x + 1)^2$ 3. (i) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$, (ii)
$\left(p+\frac{5}{2}\right)^2$

अभ्यास 5 (d)

1. (i) $81a^2 - 72ab + 16b^2$ 2. (i) $(2x - 3y)^2$ (ii) $(3x - 1)^2$ (iii) $(5x - 6)^2$
(iv) $(7x - 4)^2$ (v) $(x - 6y)^2$

अभ्यास 5 (e)

1. $(a + 2)(a - 2)$ 2. $(a + 7b)(a - 7b)$, 3. $x(x + 11)(x - 11)$ 4. $\left(2a+\frac{3}{2a}\right)$
$\left(2a-\frac{3}{2a}\right)$ 5. $2\left(\frac{3}{x}+\frac{x}{3}\right)\left(\frac{3}{x}-\frac{x}{3}\right)$ 6. $(a - b + c)(a - b - c)$ 7. $(a + 3b)(a - 3b)$ 8.
4ab 9. $(7a - 31b)(3a - 19b)$ 10. $(4a^2 + 9b^2)(2a + 3b)(2a - 3b)$ 11. $(a^2 + 25)$
$(a + 5)(a - 5)$ 12. $b(a + b)(a - b)$, 20100, 13. 25, 16

अभ्यास 5 (f)

1. (i) 5, 3 (ii) 12, 1 (iii) 5, –4 (iv) –4, –1 (v) –4, 3 (vi) –10, –1 (vii) 10, –2;
2. (i) $(x+3)(x+2)$ (ii) $(q+4)(q+2)$ (iii) $(m+8)(m+3)$ (iv) $(y+12)(y-3)$ (v) $(a+5)(a-2)$
(vi) $(k-17)(k+6)$ (vii) $(p-16)(p+11)$ (viii) $-(x-8)(x+6)$ (ix) $(p-8)(p-3)$ (x) $(y-23)(y-3)$
(xi) $(a-3)(a+3)(a^2+4)$ (xii) $(y^2+8)(y+2)(y-2)$ (xiii) $2x(x+7)(x-2)$ (xiv) $-2y(y-12)(y+1)$
(xv) $-3(x-5)(x+1)$ (xvi) $-2p^2(q-10)(q+2)$ (xvii) $3k^3(k-8)(k+2)$ (xviii) $c^3(b+6c)(b+2c)$
(xix) $(ab-6)(ab+3)$; 3. $(x+1)(4x+1)$; 4. $(x+2)(2x+7)$; 5. $(2y+3)(y-4)$; 6. $(13k-2)(k+3)$
; 7. $(5y+2)(8y-3)$; 8. $3(2+3e)(1-3e)$; 9. $(1+2t)(1-3t)$; 10. $(a+5b)(2a-3b)$; 11.
$4(y+1)(y+5)$; 12. $(3a+2)(4a-2)$; 13. $3k(k+1)(7k-2)$; 14. $2x(x+2)(x-2)(3x^2+1)$; 15.
$3z^2(2z^2+1)(z+2)(z-2)$; 16. $-b(3b^2+1)(2b+1)(2b-1)$; 17. $(5x+2)$; 18. $(2x-9)$ मी., 1 मी.
1 वर्ग मी.

दक्षता अभ्यास 5

1. (i) भागफल = $y - 23$, शेषफल = 184 (ii) भागफल = $x^4 + x^3y + x^2y^2 +$
$xy^3 + y^4$, शेषफल = 0 (iii) भागफल = $(x - y)(x^2 + y^2)$, शेषफल = 0 (iv) भागफल = 2a
+5b, शेषफल = 0 (v) भागफल = $5x^2 - 7x + 3$, शेषफल = 0 2. (i) भागफल = $3x^2 - 7x$
+5, शेषफल = 0 (ii) भागफल = $9a^2 - 15ab + 7b^2$, शेषफल = $-b^3$ (iii) भागफल = $-3x^2y$
$+ 2x + \frac{4y}{x}$, शेषफल = 0 (iv) भागफल = $3xy + 2 - 4y$, शेषफल = 0 (v) भागफल = -
$2x^2y^2 + 1 - 3y^2$, शेषफल = 0 3. (i) $(1 - x)(1 + x)$ (ii) $(8a^3 - 7bc^2)(8a^3 + 7bc^2)$
(iii) $(xy - 2)(xy + 2)$ (iv) $\frac{1}{2}b$ 7 $\frac{1}{2}b$ 7 (v) $(c - 0.6)(c + 0.6)$ (vi)
$\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{2}\right)$ (vii) $4a(b+c)$ (viii) $(7-x+y)$; $(7+x-y)$; 4. (i) $(a - b)$ (ii) $(3a +$
4b) (iii) (a - b) (a + b) (iv) (5a + 7b)
(v) $(x-2)$; 5. (i) $(1 + y)(25 - 4y)$ (ii) $(x + 2)(5x - 7)$ (iii) $(x + 5)(2x - 5)$ (iv)
$(3x - 7)(x + 4)$ (v) $(2 + 3a)(12 - a)$ (vi) $(y - 2)(y + 20)$ (vii) $(a - 2)(a + 12)$
(viii) $(x - 2)(x + 24)$

[illegible] - 6 [illegible]

B4HVX1

- [illegible]
- [illegible] (+, –, × [illegible] ÷) [illegible]
- [illegible]
- 2, 3, 5, 7, 9, 11 [illegible] 13 [illegible]

6.1 [illegible]

[illegible] =[illegible] [illegible]-[illegible] [illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible], [illegible]: 5 [illegible], [illegible], 2- 3 [illegible], 9 [illegible]: [illegible], 10 [illegible], [illegible]

[illegible], [illegible]â, [illegible]-[illegible]â [illegible](0,1,2,3,4,5,6,7,8 [illegible] 9) [illegible], [illegible]

6.2 [illegible] :

[illegible]

$18 = 10 \times 1 + 8$

$27 = 10 \times 2 + 7$

$69 = 10 \times 6 + 9$

$80 = 10 \times 8 + 0$

[illegible] **:**

([illegible]) [illegible]-[illegible]-

$15 = \square \times 1 + \square$

$42 = 10 \times \square + 2$

$60 = 10 \times \square + \square$

99 = □×□ + □

(ii) □□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ 18 □□□ □□□ 1 □□ □□□□□□□□ □□□ 10952.□□□□1= 10 □□, 27 □□□ 2 □□ □□□□□□□□ □□□ 10957.□□□□2= 20 □□, □□□□□□□□

□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□ a □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□ □ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□

$10 \times a + b = 10a + b$ □□□□ □□□

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□ □□ □□□□ □□□, □□□,

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□ □□ □□□□ □□□, □□□, 0,1,2,3,4,5,6,7,8 □□ 9; □□:

□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ a□ □□ □□□□□□ □□□ 10a +b □□□□ □□ □□□□□ a □□□b □□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□: a □□□□□ □□ □□□□□ □□□ b □□□□□ □□ □□□□ 9 □□ □□ □□□ □□□□

□□□: □□□□□,

345 = 100 × 3 + 10 × 4 + 5

416 = 100 × 4 + 10 ×1 + 6

500 = 100 × 5 + 10 ×0 + 0

999 = 100 ×9 + 10 × 9 + 9

□□□□□□ □□□□□ :

□□□□□□□□□ □□□□ □□ 247, 484, 875 □□□ 907 □□ □□□□□ □

• □□□□□ □□ 365 □□□ 3 □□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ ?

• 405 □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ ?

• 817 □□□ 7 □□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ ?

□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□? □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□, □ □□□ a □□□□□□: □□□□□, □□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ 100a + 10□ + □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ :
□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ a□□□ □□ □□□□□□□ □□□ 100a + 10□ + □□ □□□□□ □□ □□□□□ a , □, □□ □□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□: □□□□□ a □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□, □ □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ 9 □□ □□ □□□ □□□ □

□□□□□□□□ - □□□□□□ □□□, □□□ a □□□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ 10a + □ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□□□ a □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ 100a + 10□ + □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□
6.3 □□□ □□□ □□□□□□□□□□□ (+, –, × □□□ ÷)□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□

(□□) □□□□□□□□□□□ □□□-□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ :
2 □
+ 4 8
+ 9 5

---

1 6 6

□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□-□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□ ‘□’ □□□□□□ □□□ □□, □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □
□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ =□ + 8 + 5
· □ + 13
· 10 + (□ + 3) □□: □□□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□ =□ + 3

· 6

[illegible]: = □ · 6 – 3

· 3 [illegible] [illegible] [illegible] 3 [illegible]

[illegible]: [illegible],

3 7

+ □6

+ 8 8

———

1 7 1

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] =7 + 6 + 8= 21

[illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]: [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] e = 2 + 3 + □ + 8

= □ + 13

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 17 [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]: □ + 13 = 17

∴ □ = 17 – 13

= 4

[illegible] [illegible] :

• [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] :

(i) 3 □ **(ii)** 5 6 **(iii)** 8 2 **(iv)** 4 5 3

7 6 7 2 5 5 □ 5 6

2 3 □ 7 9 9 1 2 8

——— ——— ———

1 3 7 2 1 5 □ 3 6 9 3 7

(□□□□□) □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ (□□□□□□) □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ :

9 8

– □5

5 3

□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□-□□□□□□□□□□ □□□, 9 – □ = 5, □□□□□ □ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□

□□: □ = 9 – 5

= 4

□□□: □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□-□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ :

8 3

– 2 □

5 5

□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ 3 □□□ □□ □ (□□□□□□ □□□□) □□□□□□ □□ 5 □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □ □□ □□□□□□ □□□ 3 □□ □□□ □□ □ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ 8 □□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□,

□□: □□
(10 + 3) - □ = 5
∴ □ = 10 + 3 – 5
= 8
□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□
□□□□, □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□
□□□□ □□□ □□□□□□□□ = 8 – 1
= 7
□□: 7 □□□ □□ 2 □□□□□ □□ 5 □□□□□□□□ □□□□ □□, □□ □□□□ □□ □
□□□□□□ □□□□□ :

□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□
□□□□□ □□□□□ □□
□□□ □□□□□ □□□□□ :
(i) 8 9 (ii) 7 6
– 6 □ – 4 □

2 5 2 8

(iii) 8 4 (iv) 8 0 3
– □ 8 – 2 □ 6

1 6 5 6 7

(iii) □□□□□□□□□ □□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ :

5 6

× 2 □

1 3 4 4

[illegible], [illegible] 1089.[illegible] 1094.[illegible]

56 2 = 56 (20 +)

= 1120 + 56

= 1344

[illegible]: 1120 + 56 = 1344

56 = 1344 – 1120

[illegible], 56 = 224

$\therefore x = \frac{224}{56}$

= 4

[illegible]: [illegible]-[illegible] -

x 6

× 7 3

---

6 2 7 8

[illegible] 1169.[illegible]

[illegible] 6 73 = (10 x + 6) 73

= 730 + 438

= 6278

[illegible]: 730 x = 6278 - 438

= 5840

x = = 8

[illegible] :

• [illegible]-[illegible]-

(i) 3 6 (ii) 4

5 3 8

900 1596

(vi) □□ □□□□□□□□□□□ □□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ **:**

□ 2) 84 (7

...

0

□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □ □□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□

□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□□ □□

□□□□□ =□□□□ ² □□□□□ ± □□□□□

□□□□□□□□ 84 = □2 × 7 + 0

□□, 84 = (10x + 2) × 7

□□, 84 = 70x + 14

□□ x =

□□□ □□□□ 12 □□

□□□□□□□□□□□ □□□□ -□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ :

2 □) 96 (4

....

4

□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □ □□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□ □

□□□□ □□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□,

2 □ × 4 = 96 - 4

□□,](20 + x) × 4 = 92

□□, 80 + 4x = 92

□q□□□□, $\frac{1}{2} \times \left(\frac{2+3}{4}\right)$

= 3

□□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□-□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) □ 4) 82(5 (ii) □ 1)105(5

... ...

12 0

(iii) 2 □) 110 (4 (vi) 27) 217 (□

... ...

2 □

6.4 □□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□

□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□, □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□-□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□R □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□

□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ 5 □□ :

□□□□ □□□□□□ (1304.□□□□□ 5)□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ 5 □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □ □□□□

□□ x 5)^2 = $(10x + 5)^2$

$= 100x^2 + 100x + 25$

$= 100x\,(x + 1) + 25$

= $\overline{x(x+1)25}$

□□□□□□□ : □□□ □□□□□ 75 □□ □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□□□ 25 □□□ □□□□□ □□ □□□□ 25 □□ □□□□ (□□□□□□□ □□□□ □□□□R □□) 71319.□□□□(7 + 1) □□ □□□ □□□□□□□ 56 □□□ □□□□□□ □□□ 75 □□ □□□□ □□□□□

□□□□□□□(75)^2 = 5625

□□□ □□□□□□ (95)^2 = $\overline{9(9+1)}25$

= 9025

(125)^2 = $\overline{12(12+1)}$ 25

= 15625

□□□□□□ □□□□□ :

□□□□□□□□□ □□ □□□□□ 45, 85, 135 □□ 165 □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□□ □□□□□□□□ :

(1) □□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□R □□ □□□□ □□□□ □□□□R □□ □□□ □□□ □□□ □□□□□ □ □□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□r □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □

□□ □□ □□□r □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□ 7 □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□: 11 □□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□, □□□□□ □□□: 13 □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□ □ □□! □□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □, □□□□ □□ □□ □□□□ □□□□ □□ □

□□□□□□ : □□□ □□□□□, □□ □□ 453 □□□□□ □□ 453 □□ □□□ □□□ □□□□R □□ □□□□ □□□□R □□

453 □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□r □□□□□□= 453453

□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□-

7 453453

11 64779

13 5889

453

[illegible], [illegible] ।

[illegible] : [illegible] 453453= 453 × 1001

[illegible] 1001= 7 × 11 × 13

(2) [illegible] [illegible]r [illegible] 9 [illegible]-[illegible] [illegible] ।

[illegible]867 - (8 + 6 + 7) = (800 + 60 + 7) - (8 + 6 + 7)
= (800 - 8) + (60 -6) + (7 -7) = 792 + 54 + 0

= 9 × 88 + 9 × 6

= 9 × (88 +6) = 9 × 94

726 - (7 + 2 + 6) = (700 + 20 + 6) - (7 + 2 + 6) = (700 - 7) + (20 - 2) + (6 - 6) = 693 + 18 + 0

= 9 × 77 + 9 × 2

= 9 × (77 + 2) = 9 × 79

[illegible]

[illegible] [illegible]r [illegible] [illegible]r [illegible] [illegible]r [illegible]-[illegible]

[illegible],

[illegible]f[illegible] 762 [illegible] 762 [illegible] (7 + 6 + 2) [illegible] 15 [illegible]r [illegible] 747 [illegible], [illegible] 747 [illegible] 4[illegible] 7 [illegible]7 [illegible] 7 [illegible] 7 [illegible] 7 + 7= 14[illegible] 9 [illegible], [illegible] 18 [illegible], [illegible]

[illegible]: 18 -14= 4[illegible]: [illegible] 4[illegible] 747 [illegible] 7 [illegible] 4[illegible] 7 [illegible]: [illegible] 4[illegible] 7 [illegible] (4+ 7) [illegible] 11 [illegible] 9 [illegible] 18 [illegible]: [illegible] 7 [illegible]: [illegible] 7 [illegible]

[illegible] :

[illegible]r ([illegible]r) [illegible]r [illegible]f[illegible] 9 [illegible] 9 [illegible]-[illegible] 0 [illegible] 9 [illegible], [illegible]-[illegible]

(3) [illegible] 1 [illegible]r [illegible]r [illegible]r [illegible] 1089 [illegible]

[illegible] : [illegible] 853 [illegible] ([illegible]: 1 [illegible])

[illegible] 853 [illegible]r [illegible]= 358

[illegible]r [illegible]

= 853 - 358

= 495

[illegible]: [illegible] =594 [illegible]

495 [illegible] 594[illegible]

= 495 + 594

= 1089
□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□,
□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ 1 □□ □□□□ □□,
□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□ □□□□
□□□□□□□ :
□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□
100a + 10 b + c .... (1) □□, □□□□ a, b □□□ c □□□□□□ □□□□□, □□□□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□ a □□ c □□ □□□ □□ □□□□□ 1 □□ □□□□ □□□
□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□r □□□□□□
100c + 10 b + a .... (2) □□□□□
□□ (1) □□ (2) □□□□□ □□,
100 (a - c) + 0 + (c - a) □□, 100 (a - c) - 100 + 100 + (c - a) □□, 100 (a - c - 1) + 90 + (10 + c -a) ....(3) □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□: □□□r □□□□□□
100 (10 + c - a) + 90 + (a - c - 1) ....(4) □□: (3) □□ (4) □□ □□□□□ □□,
100 (a - c - 1 + 10 + c - a) + 180 + (10 + c - a + a - c -1) = 900 + 180 + 9 = 1089
□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□□□ :
(1) □□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□ □□□ :
□□□ □□□□□ A □□ □ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ 1 □□ 6 □□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □ □□□ A □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ A □□ □□□ □, □□□ □ □□ □□□ A, □□□ A □□ □□□ □, ... □□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□ □ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□ □□ 50, 60, ... (□□□□□□ 100) □□, □□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□, □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□r □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□â□□□□□□□□ 1 □□ 6 □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□□

[illegible] ।

[illegible] 6 [illegible] 7, 8 [illegible] 9 [illegible]

(2) [illegible] **:**

[illegible] 1 [illegible] 9 [illegible] 5 [illegible] 6 [illegible]: [illegible] 4[illegible] 9 [illegible]: 5 [illegible]-[illegible] 165 [illegible] 100 [illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible] ।

[illegible]-[illegible] ।

(3) [illegible] :

[illegible] 10 [illegible]: [illegible] 7 [illegible] 2 [illegible]

[illegible] 14[illegible], [illegible] ।

[illegible] ।

[illegible] : [illegible] 10 [illegible]: 3 [illegible] 8 [illegible] ।

□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□,

$\{2(5\times 3+7)+8\}-4 \quad = \{4 \quad +8\}-4$

= 38

□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□r □□□□□□□□□ (□□□□□□) 3 □□ 8 □□ □□□ □□□

□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

□□f□ □□ □□□r □□□□□□□□□ 7 □□□ 3 □□, □□

□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□,

$\{2\times(5\times 7+7)+3\}-4 \quad \bullet \{8 \quad +3\}-4$

= 73

□□ □□ □□□r □□□□□□□□□ (□□□□□□) 7 □□□ 3 □□ □□□ □□ □

6.5 2, 3, 5, 7, 9, 11 □□□ 13 □□□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□

2 □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ :

□□□□□□,

25 = 20 + 5

□□ □□f□ 25 □□ 2 □□ □□□ □□□ □□

$25 \div 2 = (20 \quad +5)\div 2$

$= (20 \quad \div 2)+(5\div 2)$

$\frac{2 \quad p^2}{4q}$

□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ 25 □□□ 2 □□ □□□□-□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□, □□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□ 5, 2 □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □

□□□ □□□□□□□□

47 = 40 +7

□□: 47 □□□ □□ 2 □□ □□□□-□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□ 7, 2 □□ □□□□□□□ □□□□ □□□

□□ 28 1411.□□□□2 □□ □□□□□ □□□□□□□

□□□□ 28 = 20 + 8

□□Š 28 ÷2 = 20 ÷ 2 + 8 ÷2

= 10 + 4

= 14

[illegible] 28 , 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] :

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]- 14, 23, 26, 54, 59

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

$(10x + y)$ [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-

$(10x + y) \div 2 = 5x + \frac{y}{2}$

[illegible] [illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 1441.[illegible], 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 1446.[illegible], 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 0, 2, 4, 6 [illegible] 8 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 100a + 10 [illegible] + [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] a [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 9 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]: $(100a + 10b + c) \div 2$

$= (50a + 5b) + (c \div 2)$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] :

(1) 353= 300 + 50 + 3, [illegible] 300 [illegible] 50 [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 3, 2 [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible]: 353 [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(2) 672, 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

672= 600 + 70 + 2 [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] :

[illegible] [illegible],

575, 189, 366, 288 □□ 2 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □

□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□ □□-
□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ 2 □□ □□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□ □□f□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ 2 □□ □□□□□□□□ □□, □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ 0, 2, 4, 6 □□□□ 8 □□□

□□□ : □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□ □□□
3 □□□ 9 □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ :

□□ □□□□□ □□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□
$10a + b = (9 + 1)a + b = 9a + (a + b)$

$100a + 10b + c = (9 \quad + 1)a + (9 + 1)b + c$

$= 9 \quad a + 9b + a + b + c$

$= 9(1 \quad a + b) + (a + b + c)$

□□□□□ □□ □□□□□ □□□ 3 □□□ 9 □□ □□□□□□□ □□□ □□ □□f□ □□□□□□□ □□□ 1482.□□□□□□ 3 □□□□ 9 □□ □□□□□□□ □□, □□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ 3 □□□□ 9 □□ □□□□□□□□ □□□□, □□□□□□ □□□□r □
□□□□□□□ :
(1) 72 □□□ □□□□□ □□ □□□= 7 + 2
= 9, □□ 3 □□□ 9 □□ □□□□□□□□ □□ □
□□: 72 □□ 3 □□□ 9 □□ □□□□□□□□ □□ □
(2) 729 □□□ □□□□□ □□ □□□□□= 7 + 2 +9
= 18, □□ 3 □□□ 9 □□ □□□□□□□□ □□ □
□□: 729 □□ 3 □□□ 9 □□ □□□□□□□□ □□□
□ □□□□□□ □□□□□□ :

(1) □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ 3 □□□ 9 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ :
216, 726, 525, 1008, 3735
(2)□□□□ 71, 98 □□ 112 □□ 3 □□ □□□□□□□□ □□□ ? □□f□ □□□□ □□ □□□□□ ?

[illegible] :

[illegible] 3 [illegible] 9 [illegible] 3 [illegible] 9 [illegible]

[illegible] : [illegible]

5 [illegible] :

[illegible]

55, 5 [illegible], 70, 5 [illegible], 125, 5 [illegible],

[illegible] 62, 78, 89, 91, 94 [illegible] 5 [illegible]

[illegible] 10a + [illegible] 10a , 5 [illegible] f [illegible] 5 [illegible], [illegible] 5 [illegible]

[illegible]

$$100a + 10b + c = (100a + 10b) + c$$

$$= 10(10a + b) + c$$

[illegible] $10(10a + b)$, 5 [illegible]

[illegible] f [illegible] 5 [illegible], [illegible] 5 [illegible], [illegible] 5 [illegible] 5 [illegible]-

[illegible] 5 [illegible] 5 [illegible]

[illegible] : [illegible]

7 [illegible]

[illegible] 7 [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], ... [illegible] 1, 3, 2, -1, --3, -2, ... [illegible] f [illegible] 7 [illegible]: [illegible] 7 [illegible]-[illegible]

□□□□□□□□ □□□□□□ □□f□ □□□□□□□ 6 □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□, □□ □□□□□ □□□□□□□=□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□-

□□□□□□□ : 2, 39, 10, 551 □□ 7 □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□, □□ □□□□□□ □□□□ □□

□□□□□ □□ □□□□ $\times 1 = 1 \times 1 = 1$

□□□□□ □□ □□□□ $\times 3 = 5 \times 3 = 15$

□□□□□□ □□ □□□□ $\times 2 = 5 \times 2 = 10$

□□□□□ □□ □□□□ $\times (-1) = 0 \times (-1) = 0$

□□ □□□□□ □□ □□□□ $\times (-3) = 1 \times (-3) = -3$

□□□□ □□ □□□□ $\times (-2) = 9 \times (-2) = -18$

□□ □□□□ □□ □□□□ $\times 1 = 3 \times 1 = 3$

□□□□□ □□ □□□□ $\times 3 = 2 \times 3 = 6$

□□□□□□= 14, □□ 7 □□ □□□□□□□□ □□ □

□□: □□ □□□□ □□□□□□□ 2, 39, 10, 551 □□ 7 □□ □□□□□□□□ □□□□□ □ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ 7 □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □

□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□:

□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ *N =100a + 10b + c* □□□□□□ □□□□□ □□□□□, □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□: c, b □□ a□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ c, b □□ a□□□1, 3 □□ 2 □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ $S = 2a + 3b + c$

□□ : $6S = 12a + 18b + 6c$

□□:

$\sqrt[3]{-x^3} = -x = -\sqrt[3]{x^3}$

$= 7(16a + 4b + c)$

□□ □□□□□□□ $N + 6S$, 7□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□f□ N, 7 □□ □□□□□□□□ □□ □□ 1629.□□□□□ □□ 1634.□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□ 1639.□□□□□ □□ 1644.□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □

□□□□□□□□ □□f□ 1649.□□□□, 1655.□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□ 1660.□□□□□□ 1665.□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □

11 □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□

□□□□ □□□□□□ □□ 11 □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□, □□□□, □□□□□, □□□□, □□ □□□□, □□□, □□ □□□, ... □□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□□ 1,-1, 1,-1,1,-1, 1,... □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□f□ □□ □□□□□ 11 □□ □□□□-□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□□ □□□□□□ □□ 11 □□ □□□□-□□□□ □□□□□□□ □□□□ □

□□□□□□ : 99, 62, 425 □□ 11 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □

□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□

$5(1)+2(-1)+4(1)+2(-1)+6(1)+9(-1)+9(1)$

$=5-2+4-2+6-9+9$

$=1$, □□ 1685.□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□

□□1690.□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ 11 □□ □□□□□□□□ □□□□ □

□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□

□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ $1000a+100b+10c+d$ □□ 11 □□ □q□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□, □□□□, □□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□ d,c,b □□ 1711.□□□□□□□□

□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□,

$S=d(1)+c(-1)+b(1)+a(-1)$

$=-a+b-c+d$

□□: *N–S = (1000a + 100 b + 10 c + d) – (–a + b – c + d)*

= 11 (91 a + 9 b + c), □□ 11 □□ □□□□-□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□

□□ □□f□ N, 11 □□ □□□□□□□□ □□ □□ S □□ 11 □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□:, □□f□ $\sqrt{36}$, 11 □□ □□□□□□□□ □□ □□ N □□ 11 □□ □□□□□□□ □□□□ □

□□□□□□ □□□□□ :

□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ 11 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □

13 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□

□□□□ □□□□□□ □□ 13 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□□□, □□□□, □□□□□, □□□□, □□ □□□□, □□□, ... □□□□ □□□□□ □□□ -1, 3, 4, 1, -3, -4, ... □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□f□ □□ □□□□□ 13 □□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□□□□□ □□ 13 □□ □□□□□□□ □□□□□

□□□□□□ :

10, 66, 195 □□ 13 □□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □

□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□,

= 5 × (– 1) + 9 × 3 + 1 × 4 + 6 × 1 + 6 × (–3) + 0 × (–4) + 1 × (–1) = – 5 + 27 + 4 + 6 – 18 + 0 – 1

= 13 □□ 13 □□ □□□□□□□ □□□

□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ 1751.□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □

□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ :

□□□ □□□□ N □□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□, □□: $N = 100a + 10b + c$; □□□□ 1767.□□□□□□ 1772.□□□□□□□□□: □□□□, □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □

□□ $S = 4a + 3b - c$ □□: $N + S = 104a + 13b = 13(8a + b)$ □□ 13 □□ □□□□□□□ □□ □

□□: □□f□ N, 13 □□ □□□□□□□ □□, □□ □ □□ 13 □□ □□□□□□□ □□□□ □ □□□□□□□, □□f□ □, 13 □□ □□□□□□□ □□, □□ N □□ 13 □□ □□□□□□□ □□□□ □

□□□□□□ □□□□□ :

□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□ 13 □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□

□□□□□□□ □□□□□

1. □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□ 3 □□□ □□□□ □□ □□□ 7 □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

2. □□□□□□-1 □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□-□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□

3. 342 □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□-□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□?

4. 83 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]?

5. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(i) 2 8 (ii) 7 3 2
+ 3 2 – 2 × 7
+ × 7
4 4 5
1 2 7
_____
(iii) 4 8 (iv) √4) 3 6 (6
× √9 ....
_____ _____

1 4 4 0

_____

[illegible] -6(a)

1. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]-

(i) 2 □ (ii) 8 8 □ (iii) 7 2 □
+ □ 8 + 9 0 5 + 6 □ 9
+ 9 5 + □ 1 2 + □ 1 8
_____ _______ _______
1 8 6 2 4 0 0 1 7 0 2

(iv) 8 7 (v) 4 □ 5 (vi) 6 7 2
– 2 □ – 2 8 1 – 2 □ 5
____
5 8 1 9 4 □ 8 7
_____ _______ _______

(vii) 6 8 (viii) 9 3 (ix) 8 7 2
× □ × □ 7 × 3

6 1 2 2 5 1 1 3 0 5 2 0

(*x*) 2 [illegible]) 2 1 6 (8 (*x*i) 42) 886 ([illegible] 1 (*x*ii) [illegible] 7) 907 (24

....

0 4 1 9

2. [illegible] 828, 2340, 38046, 77514, 893408 [illegible] 100116 [illegible]-[illegible] 3 [illegible]?

3. [illegible] (7) [illegible]-[illegible] 9 [illegible]?

4. [illegible] 7, 11 [illegible] 13 [illegible]-[illegible]

329623, 63271, 492895, 25179, 38632, 96283, 25137

5. [illegible] 5 [illegible]

8034, 97446, 85405, 83560

7. [illegible] 722722 [illegible] 7, 11 [illegible] 13 [illegible] ?

8. [illegible] 576 [illegible] 9 [illegible] ?

9. [illegible] 1904.[illegible] 46 [illegible] 297 [illegible] 1909.[illegible]

10. 2 [illegible] 5 [illegible] 1 [illegible] 100 [illegible] :

([illegible]) 2550 ([illegible]) 3050

([illegible]) 3550 ([illegible]) 3600

[illegible] : 1 [illegible] $\frac{216}{343}$ [illegible]

[illegible] **?**

1. □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□e 10 $a + b$ □□□□ □□, □□□□ a □□□ □ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ a □□□□□□□□□ □□□ □ □□□□□ □□ □□□□ 9 □□ □□ □□□ □□□□

2. □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ 100 $a + 10\ b + c$ □□□□ □□, □□□□ a, □ □□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□ a □□□□□□□□□ □□□ □ □□ □□ □□□□□ □□ □□ □□ 9 □□ □□ □□□ □□□□

3. □□□ □□□□□□-□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□r□

4. 2, 3, 5, 7, 9, 11 □□□ 13 □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□

= 56 (20 +) = 1120 + 56

= 1344

□□: 1120 + 56

= 1344

□□□□□ □□□□

□□□□□□ 6 (a) 1. (i) □□□□□ □□□□□□ □□□ 3, □□□□□□□ □□□□□□ □□□ 6, (□□□□) □□□□□ □□□□□□ □□□ 3, □=□□□ □□□□□□ □□□ 6, (□□□□□□) □□□□□ □□□□□□ □□□ 5, □□□□□□□ □□□□□□ □□□ 5, □=□□□ □□□□□□ □□□ 3, (□□□□) 9, (□□) 7, (□□□□)□□□□□□□ □□□□□□ □□□ 8, □=□□□ □□□□□□ □□□ 3, (vii) 9, (viii) 2, (ix) 5, (x) 7, (xi) 2, (xii) 3; **2.** 893408; **3.** 828, 2340, 100116, **4.** 7 □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ 329623, 25179 □□□ **25137 11** □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ 25179, 38632, 96283, 13 □□ □□□□□□□ □□□□□□□□3271, 492895; **5.** 4, 1, 0, 0; **7.** □□□ **; 8. 62** □□□□**;9.** 9; **10.** (Ke) 3050;

[illegible] - 7 [illegible]

B4RRYN

([illegible]á [illegible])

- [illegible]á [illegible]
- [illegible]á [illegible]

8.1 [illegible]

[illegible], [illegible], [illegible] ú [illegible]| [illegible] ú [illegible] õ [illegible] $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ [illegible] $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ [illegible]

[illegible] ú [illegible] $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ [illegible] $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ [illegible] x [illegible] y [illegible] $a_1, a_2, b_1, b_2,$ [illegible] c_1, c_2 [illegible]| [illegible]á [illegible]| [illegible]-[illegible] ú [illegible] x [illegible] y [illegible] x [illegible] y [illegible], [illegible]á [illegible]

8.2 [illegible]

[illegible]

1. [illegible] $2x + y = 5$ [illegible] $3x$ [illegible] $y = 10$ [illegible]

[illegible] x [illegible] y [illegible]|

[illegible] $2x + y = 5$ [illegible] x [illegible] y [illegible]

[illegible] $3x$ [illegible] $y = 10$ [illegible] x [illegible] y [illegible]

x	1	2	3	4	0	–1	–2	–3	–4
y	3	1	–1	–3	5	7	9	11	13

[illegible] $x = 3$ [illegible] $y =$ [illegible] 1 [illegible]:

$x = 3$ [illegible] $y =$ [illegible] 1 [illegible] $2x + y = 5$[illegible] $3x$ [illegible] $y = 10$ [illegible]| [illegible] $x = 3$ [illegible] $y =$ [illegible] 1 [illegible]

2. [illegible] $x + 3y = 5$ [illegible] $2x + 6y = 10$ [illegible]ú [illegible]é [illegible]| [illegible] 2 [illegible]

[illegible]: [illegible]é [illegible]| [illegible], [illegible] x[illegible] y [illegible]ú [illegible]

3. [illegible] $x + 3y = 5$ [illegible] $2x + 6y = 7$ [illegible]ú [illegible] x [illegible] y [illegible] $x + 3y = 5$ [illegible], $2x + 6y = 7$ [illegible]é [illegible] ‡‹[illegible]x, y [illegible]

□□□ □□ □□□ x + 3y = 5 □□ □□ 2x + 6y = 2 (x + 3y) = 10 □□□□ □□ □□□□ 7 □□□é □□ □□□□□ □□: □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ x □□ y □□ □□□ □□□ □□□é □□□□□

□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

□□□□□□á $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ •□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□

□□ □□□□□□ □□ □□□□ □õ□□□ □□□□□□□□ $a_1x + b_1y + c_1 =$ **0** □□□

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ **□□ □□□□□á □□□□□□ □□□□ □□□ □□□**

1049.png

8.3 □□□□□á □□□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□

□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□á □□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□é □□□ □□□□□ □□□□□: □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□á □□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ (i) □□□□□□□□□□□ □□□□ (ii)□□□□□□ □□□□

8.3.1 □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□

□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□□ ‡ ‹□ □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□ □□ □□Š□ □□ □□ □□ □□□ □□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□| □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□|

□□□□□□ 1 : □□ □□□□□ $x + 2y = 7$ ……….. (1)

$2x + y = 5$……….. (2)

□□ : □□□□□□ (1) □□□□□□

x = 7 □□□□ 2y □□□□□ (3)

1054.png □□□□□□ (1) □□□ (2) □□□□□ □□□□□□ □□□,

1059.png □□□□□□ (1) □□ □□□□□□□ x □□ □□□ □□□□□□ (2) □□

□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□

□□: □□□□□□□ (3) □□ □□□□□□□□ x □□ □□□□ □□□□□□□ (2) □□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□,

$2\,(7 - 2y) + y = 5$

□□, $14 - 4y + y = 5$

□□, $14 - 3y = 5$

□□, $-3y = 5 - 14$ (□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□) □□, $-3y = -9$ (□□□□□□ □□□□□□□ □□) □□, $3y = 9$

□□, $y =$ ■

$\therefore\ y = 3$

□□ y □□ □□ □□□□ □□□□□□□ (3) □□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□,

$x = 7 - 2 \times 3$

$= 7 - 6$

$\times\ x = 1$

□□:□□□□□□d □□□□□□□□□ □□ □□ x = 1 □□ y = 3 □□□□

□□□□□□□□ : x □□ y □□ □□□□ □□□□□□□ (1) □□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□

□□□□□□ □□□□□ $= x + 2y = 1 + 2 \times 3$

$= 1 + 6$

$= 7$

= □□□□□□ □□□□□

$\boxed{x}$ □□□□□□ □□□□□ = □□□□□□ □□□□□

x □□ y □□ □□□□ □□□□□□□ (2) □□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□

□□□□□□ □□□□□ $= 2x + y = 2 \times 1 + 3 = 5 =$ □□□□□□ □□□□□, □□**:** □□ □□□□ □□□□

□□□□□□□ **2 :** □□ □□□□□□

$2x + 5y = 12$ .... (1) $4x + 9y = 22$ .... (2)

□□ : □□□□□□□ (1) □□□□□□□

$2x = 12 - 5y$ $x = \left(\frac{2}{7}\right)$ .... (3) x □□ □□ □□□□ □□□□□□□ (2) □□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□, $\left(\frac{2}{7}\right) = 22$

□□, $2\,(12 - 5y) + 9y = 22$

□□, $24 - 10y + 9y = 22$

□□, $24 - y = 22$

□□, $y = 24 - 22$

$y = 2$

□□ y □□ □□□ □□□□□□□ (3) □□□ □□□□□ □□

$x = \left(\frac{2}{7}\right)$

$= \left(\frac{2}{7}\right)^3$

=

$= 1$

,□□: □□□□□□□‡‹□ □□□□□□á □□□□□□□□□ □□ □□ $x = 1$ □□ $y = 2$ □□□□ □□□□□□□□ : x □□ y □□ □□□ □□□□□□□ (1) □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□

□□□□□□ □□□□□ $= 2x + 5y = 2 \times 1 + 5 \times 2$

$= 2 + 10$

$= 12$

= □□□□□□ □□□□□

□□□□□□□ (2) □□□ x □□ y □□ □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□

□□□□□□ □□□□□ $= 4x + 9y$

$= 4 \times 1 + 9 \times 2$

$= 4 + 18$

$= 22$

= □□□□□□ □□□□□

□□: □□□□□□ □□□ □□□□

8.3.2 □□□□□□□ □□□□□

□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ü□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□á □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□, □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□á

□□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □‰□Š□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□|

□□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□ (□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□) □ □□□, □□ □□□□ □□ □□ □□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□| □□□ □‰□Š□□ □‡‹□□□á □□□□ □□□

□□□□□□□ 3 : □□ □□□□□□

$x + y = 7$

$2x - y = 8$

□□ : □□□□□□□‡‹□ □□□□□□á □□□□□□□□□ □□□ y □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□□□□ □□, □□□□□□ □□□□□□

□□□□□□□□□ □□ □□ü□□□ □□,

$x + y = 7$ .... (1) $2x - y = 8$ .... (2) $\frac{5}{3}$

$3x = 15$,y □□ □□□□□□□ □□ □□□

$x = \frac{15}{3}$ □□ , $x = 5$

x □□ □□□ □□□□□□□ (1) □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□,

$5 + y = 7$

$y = 7 - 5$

$= 2$

□□: □□□□□□□ □□ □□ x = 5 □□ y = 2 □□□

□□□□□□□□ :

□□□□□□□ (1) □□□ $x = 5$,□□□ y = 2 □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□,

□□□□□□ □□□□ = $x + y = 5 + 2 = 7$ = □□□□□□ □□□□□

□□□□□□□ (2) □□□ x = 5 □□ y = 2 □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□

□□□□□□ □□□□ = $2x - y = 2 \times 5 - 2 = 10 - 2 = 8$ = □□□□□□ □□□□

□□□□□□□ **3 :** □□ □□□□□□

$x + 2y = 5$ ...... (1) $x + 3y = 7$ ...... (2)

□□ : □□□□□□□‡‹□ □□□□□□á □□□□□□□□□ □□□ x □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□ □□: □□□□□□□ (1) □□□ □□ □□□□□□□ (2) □□□□□□ □□

$-y = -2$

[illegible] $y = 2$

y [illegible] [illegible] [illegible] (1) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible],

$x + 2 \times 2 = 5$

[illegible], $x + 4 = 5$

[illegible], $x = 5 - 4$

$\therefore x = 1$

[illegible] : [illegible] (1) [illegible] x = 1 [illegible] y = 2 [illegible] [illegible] [illegible],

[illegible] [illegible] = $x + 2y = 1 + 2 \times 2 = 1 + 4 = 5$ = [illegible] [illegible]

[illegible] (2) [illegible] x = 1 [illegible] y = 2 [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] = $x + 3y = 1 + 3 \times 2 = 1 + 6 = 7$ = [illegible] [illegible]

[illegible]: [illegible]á [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] 4 : [illegible] [illegible] :

$3x + y = 5$ ...... (1) $5x + y = 9$ ....(2)

[illegible] : [illegible]ú[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] y [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] (1) [illegible] [illegible] [illegible] (2) [illegible] [illegible],

$-2x = -4$

[illegible], $2x = 4$

$\frac{5}{5}$ $x = 2$

x [illegible] [illegible] [illegible] (1) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

$3 \times 2 + y = 5$ [illegible] $y = 5 - 6 = -1$

[illegible] : [illegible] (1) [illegible] x = 2 [illegible] y = -1 [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] = $3x + y = 3 \times 2 + (-1)$

$= 6 - 1$

$= 5$ = [illegible] [illegible]

[illegible] (2) [illegible] x = 2 [illegible] y = -1 [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] = $5x + y = 5 \times 2 + (-1)$

$= 10 – 1$

$= 9 =$ □□□□□□ □□□□□

□□: □□□□□□á □□□□□□□□□ □□ □□ □□□ □□□

□□□□□□□ 5 : □□ □□□□□□ **:**

$3x + y = 4$ ..... (1) $x + 2y = 3$ ..... (2)

□□ : □□□□□□□‡‹□ □□□□□□á □□□□□□□□□ □□□□ x □□□□ y □□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□é □□□ □□: x □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ (2) □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ 3 □□ □□□□□ □□□□□ □□

$3x + 6y = 9$ ...... (3) □□ □□□□□□□ (1) □□□□ □□ □□□□□□□ (3) □□□□□□ □□

$– 5y = –5$

□□, $5y = 5$

□□, $y = \frac{3}{3}$

$y = 1$

y □□ □□□□ □□□□□□□ (1) □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□

$3x + 1 = 4$

□□, $3x = 4 – 1$

□□, $3x = 3$

□□, $x =$ ∴

$\frac{4}{3}$ $x = 1$

□□: □□□□□□□□□ □□ □□ x = 1 □□□□ y = 1 □□□

□□□□□□□□ : □□□□□□□ (1) □□□□ x = 1□□ y = 1 □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□

□□□□□□ □□□□□ = 3x + y = 3 □= 1 + 1 = 3 + 1 = 4 = □□□□□□ □□□□□

□□□□□□□ (2) □□□□ x = 1 □□ y = 1 □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□

□□□□□□ □□□□□ = x + 2y = 1 + 2 □= 1 = 3 = □□□□□□ □□□□□

□□: □□ □□□□ □□□□

□□□□□□□□ : □□□□□□ □□□□, □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□, □□

□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□é □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□

□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□

□□□□□□□ 6 : □□ □□□□□□ :

$7x - 6y = 20$ .... (1) $3x + 4y = 2$ .... (2)

□□ : □□□□□□□‡‹□ □□□□□□á □□□□□□□□□ □□□□ x □□□□ y □□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□é □□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□á □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ü□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□, □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□: □□□□□□□‡‹□ □□□□□□□□□ □□□□ y □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ y □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□| □□□□□ □□□□□ y □□ □□□□□□□□□ 6 □□ 4 □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ 12 □□□□□□ □□□□□ □□□□| □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ y □□ □□□□□□□ 12 □□□□□ □□ □□□□, □□□□□□□□□ (1) □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ 2 □□ □□ □□□□□□□ (2) □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ 3 □□ □□□□□ □□□□□ □□□□|

,□□: $14x - 12y = 40$ .... (3) $9x + 12y = 6$ .... (4) □□□□□□□□□ (3) □□ (4) □□ □□ü□□□ □□, $23x = 46$

□□, $x =$ ∴

$-\frac{6}{6}$ $x = 2$

x □□ □□□□ □□□□□□□ (1) □□□□ □□□□□ □□, $7 \times 2 - 6y = 20$

□□, $14 - 6y = 20$

□□, $- 6y = 20 - 14$

□□, $- 6y = 6$

$6y = - 6$ (□□□□□□ □□□□□□ □□) □□, $y =$

$y = -1$

□□: □□□□□□□□□ □□ □□ x = 2 □□ y = - 1 □□□□

□□□□□□□□ : □□□□□□□ (2) □□□□ x = 2 □□ y = -1 1 □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□

□□□□□□ □□□□□ = 3x + 4y = 3 □= 2 + 4 □= (-1) = 6 - 4 = 2 = □□□□□□ □□□□□

□□: □□ □□□ □□□

□□□□□□□ 8(a)

1. x □□ □□□ y □□ □□□□ □□□ □□□□□ :

(i) $x - y = 4$ **(ii)** $2x + 4y = 6$ **(iii)** $x + y = 2$

2. y y □□ □□□ x □□ □□□□ □□□ □□□□□ :

(i) $5x - y = 9$ **(ii)** $6x - 2y = 10$ **(iii)** $2x + y = 4$

3. □□ □□□□□ (□□□□□ □□□□ □□) : **(i)** $x + y = 4$ **(ii)** $5x = y$ $5x + 12y = 13$ $2x + y = 7$

4. □□ □□□□□ (□□□□□□□□□□ □□□□ □□) : **(i)** $x - y = 4$ **(ii)** $x - y = -6$

$3x + 2y = 27$ $x + y = -18$

(iii) $3x + 2y = 0$ **(iv)** $2x - 5y - 16 = 0$

$2x + y = -1$ $3x + 4y - 1 = 0$

5. □□ □□□□□ : **(i)** $x - y = 3$ **(ii)** $x = -y + 1$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 6$ $2y = x - 4$

(iii) $\frac{1}{3}x + y = 1$ **(iv)** $1.5x + 2.5y = 21$

$\frac{x}{7} + \frac{y}{5} = 3$ $x - 7y = 4$ $4x + y = 22$

6. □□ □□□□□ : **(i)** $x + y = 3$ **(ii)** $2x + y = 3$

$x - y = 1$ $2x - y = 1$

(iii) $x + 2y = 2$ **(iv)** $3x - y = 4$

$x - y = -1$ $2x - y = 2$

7. □□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□ú□ □□□□□ : **(i)** $2x - 3y = 13$ **(ii)** $3x - y = -2$

$7x - 2y = 20$ $3x + 4y = -17$

(iii) $3x + y = 4$

$x + 2y = 3$

8. □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□

(i) $3(x + 2y) = 10y + 5$ **(ii)** $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 4$

$2\,(x + 2y) = 3x + 2$ ∴

(iii) $.5x – 7y = 2$

$3.4x – 4.4y = 15.4$

8.4 [illegible] á [illegible] :

[illegible] ô [illegible], [illegible] x [illegible] y ([illegible]) [illegible] ô [illegible] õ [illegible]| [illegible]| [illegible] õ [illegible], [illegible] õ [illegible]

[illegible] 7 : [illegible], [illegible] ü [illegible] 5 [illegible] 40 [illegible], [illegible] ü [illegible]

[illegible] õ [illegible]

[illegible] ü [illegible] = x [illegible]

[illegible] ú [illegible], [illegible] ü [illegible] 5 [illegible]

[illegible] = (x + 5) [illegible]

[illegible]: [illegible] = 2 ([illegible] + [illegible] ü [illegible])

= 2 (x + 5 + x) [illegible]

= (4x + 10) [illegible]

[illegible] 40 [illegible]

∴ $4x + 10 = 40$

[illegible], $4x = 40 – 10$

[illegible], $4x = 30$

$a = \frac{x}{3},\ b = \frac{y}{5}$ $x =$

[illegible]: [illegible] ü [illegible] = 7[illegible]5 [illegible]

[illegible] = (7[illegible]5 + 5) [illegible]

= 12.5 [illegible]

□□ □□□ □□□□□□á □□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□□

□□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ x □□□□ □□ □□ü□□□ y □□□□ □□□

1224.png □□□□□□□, □□ü□□□ □□ 5 □□□□ □□□□ □□

■ $x - y = 5$ .... (1) □□□ □□ □□□□□□□ = 2 (□□□□□□□ + □□ü□□□)

= 2 (x + y) □□□□

□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□ 40 □□□□ □□□

□ 2 ($x + y$) = 40

□□, $x + y = 20$ .... (2) Ôã□□‡ãŠÀ¥ãão (1) □□□ (2) ‡ãŠãñ •ããñü¡¶ãñ ¹ãÀ, $2x = 25$

[redacted] x = ∴ = 12.5

x □□ □□□ □□□□□□ (2) □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□,

$12.5 + y = 20$

∴ $y = 20 - 12.5 = 7.5$

□□: □□□ □□ □□□□□□□ = 12.5 □□□□

□□ □□□□ □□ü□□□ = 7□5 □□□□

□□□□□□□□ : □□ú□□ □□□□□□□ = 12.5 □□□□ □□ □□ü□□□ = 7.5 □□□□

□□□□□ □□□□□□□, □□ü□□□ □□ 5 □□□□ □□□□ □□□

□□□ □□ □□□□□□□ = 2 (□□□□□□□ + □□ü□□□)

= 2 (12.5 + 7.5) □□□□

= 2 □= 20 □□□□

= 40 □□□□

□□: □□□□□ □□□ □□□

□□□□□□□ 8 : 3 □□□ □□ 5 □□□□ê □□ □□□□□□ ` 1000 □□, □□ 5 □□□ □□ 2 □□□□ê □□ □□□□□□ ` 970 □□□ □□ □□□ □□ □□ □□□□ê □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□

□□ : □□□ □□□□□ □□ □□ □□□ □□ □□□□□□ ` x □□ □□ □□□□ê □□ □□□□□□ ` y □□□ □□□□□□ 3 □□□ □□ 5 □□□□ê □□ □□□□□□ = ` $(3x + 5y)$

□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ ` $(3x + 5y)$ = ` 1000

∴ $3x + 5y = 1000$

 5 2 ê   = ` $(5x + 2y)$   ` $(5x + 2y)$ = ` 970

$\frac{2090}{9}$ $5x + 2y = 970$

,: $3x + 5y = 1000$ ..... (1) $5x + 2y = 970$ ...... (2) (1)   5   (2)   3   , $15x + 25y = 5000$ ...... (3) $15x + 6y = 2910$ ...... (4) (3)   (4)   , $19y = 2090$

, $y = \frac{4}{5}$

$y = 110$

y   (1)

$3x + 5 \times 110 = 1000$

, $3x + 550 = 1000$

, $3x = 1000 - 550$

, $3x = 450$

, $x =$

$x = 150$

:   = ` 150

  ê   = ` 110

 : 3   5 ê   = ` $(3 \times 150 + 5 \times 110)$

= ` (450 + 550) = ` 1000

5   2 ê   = ` $(5 \times 150 + 2 \times 110)$ = ` 970

**:   **

 9 :   3 ü   ü 4   Š 72   ;   1   ü 4 ü   Š 88

□ü□ □□□□ □□, □□ □□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ü□□□ □□□□□ □□□□□□□

□□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ = x □□□□

□□□ □□ü□□□ = y □□□□

□□: □□□ □□ □□□□□□□□□Š□ = xy □□□□ □□□□

□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□

$xy – (x + 3)(y – 4) = 72$

□□, $xy – xy – 3y + 4x + 12 = 72$

□□, $4x – 3y = 60$ .... (1) □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□

$(x – 1)(y + 4) – xy = 88$

□□, $xy – y + 4x – 4 – xy = 88$

□□, $4x – y = 92$ ..... (2) □□□□□□ (1) □□□ □□ □□□□□ (2) □□ □□□□□ □□

$– 2y = –32$

□□, $2y = 32$

□□, $y = \frac{8}{9}$

$y = 16$

y □□ □□□ □□□□□□ (1) □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□

$4x – 3 \times 16 = 60$

□□, $4x – 48 = 60$

□□, $4x = 60 + 48$

□□, $4x = 108$

□□, $x = \frac{9}{7}$

$x = 27$

,□□: □□□ □□ □□□□□□ 27 □□□□ □□□ □□ü□□□ 16 □□□□ □□□

□□□□□□□ : □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□

□□□□□□ 10 : □□ □□□□□ A □□ B □□ □□□□□ □□ 90 □□□□ □□□ □□□| □□ □□□□□ □□ □□□ A □□ B □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□| □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□ 9 □□□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□ 1285.png □□□□ □□□ □□□□□ □□□| □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□

□□ □□□□

A N B M

□□□ □□□□□ □□ A □□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□ = x □□□□/□□□□

□□ B □□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□ = y □□□□ / □□□□

□□□□ □□□□ □□ □□□□□□

□□□□□ □□□□□ □□□□□ M □□ □□□□□□ :

□□:: $_AM - _BM = _{AB}$

(9 □□□□ □□□ A□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ □□ □□□è □□□□) □□□□ (9 □□□□ □□□ B □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ □□ □□□è □□□□)

= 90 □□□□

□□□□□ $9x - 9y = 90$

□□, $x - y = 10$ ..... (1) □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□

□□□□□ □□□□□ □□□□□ N □□ □□□□□□□□

□□:$_AN + _BN = 90$

($\frac{9}{7}$ □□□□ □□□ A □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ □□ □□□è □□□□ + 1295.png□□□□ □□□ B □□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ □□ □□□è □□□□□)

= 90

□□□□□ $\frac{9}{7}x + \frac{8}{2}y = 90$

□□, $x + y = 70$ ... (2) □□□□□□ (1) □□□ □□□□□□ (2) □□ü□□□ □□

$2x = 80$

□□, $x = $ ∴

$x = 40$

x □□ □□□ □□□□□□ (1) □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□

$40 - y = 10$

□□, $y = 40 - 10$

$y = 30$

□□: A □□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□ = 40 □□□□/□□□□

□□□ B □□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□ = 30 □□□□/□□□□

(□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ê □□□□□ □□□□□)

□□□□□□ 11 : □□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□□□ 4 : 3 □□ □□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ 3 : 2 □□□ □□□□

□□□□□□□□□ ` 5000 □□□□ □□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□

□□ : □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□ = ` x

□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ = ` y

□□□□ □□□□ □□ □□□□□□

=

□□, $3x = 4y$ □□, $3x - 4y = 0$ ...... (1) □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ = ` $(x - 5000)$ □□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ = ` $(y - 5000)$ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□

=

□□, $2(x - 5000) = 3(y - 5000)$ □□, $2x - 10000 = 3y - 15000$

□□, $2x - 3y = 10000 - 15000$

□□, $2x - 3y = -5000$ ..... (2) □□□□□□□ (1) □□ 2 □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□ (2) □□ 3 □□ □□□□ □□□□ □□

$6x - 8y = 0$ ..... (3) $6x - 9y = -15000$ ..... (4) □□□□□□□ (3) □□□ □□ □□□□□□□ (4) □□ □□□□□ □□

$y = 5000$

y □□ □□□ □□□□□□□ (1) □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□

$3x - 4 \times 15000 = 0$

$3x = 60000$

$x = 20000$

□□: □□□□ □□ □□□□ □□ = ` 20000

□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ = ` 15000

(□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ê □□□□□ □□□□□)

□□□□□□ 12 : 700 □□ □□□ □□ □□□□□ □□□ □□ú□□□ □□ □□ □□□ □□

40% [illegible] 60% [illegible] 80 [illegible]

[illegible] -[illegible] = x

[illegible] = y

[illegible]

$x + y = 700$ ..... (1) [illegible] 40% = $x \times \frac{9}{4}$

= $\left(3y + \frac{1}{4y}\right)$

[illegible] 60% = $y \times$

= $\frac{2x}{5}$

[illegible]

$\frac{3y}{5} - \frac{1000}{5} = 80$

[illegible], $2x - 3y = 400$ .....(2) [illegible] (1) [illegible] 2 [illegible], $2x + 2y = 1400$ .....(3) [illegible] (3) [illegible] (2) [illegible]

$-5\ y = -1000$

$5\ y = 1000$ ([illegible]) [illegible], $y =$ ∴

∴ $y = 200$

y [illegible] (1) [illegible]

$x + 200 = 700$

[illegible], $x = 700 - 200$

$\frac{8}{3}$ $x = 500$

[illegible]: 700 [illegible] 500 [illegible] 200 [illegible]|

([illegible]ê [illegible])

[illegible] ‡ ‹ [illegible] õ [illegible] á [illegible]

(i) [illegible]

(ii) [illegible]

(iii) [illegible]

(iv) [illegible]

(v) [illegible]

(vi) [illegible]

□□□ú □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□| □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ü□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□

□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□ 13 : □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ 3 □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ü□ □□ □□□□ □□□□□ □□, □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

□□ : □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ = x

□□□□ □□□□□ □□ □□□□ = y

□□: □□□□□□□ □□ □□□□ = 10x + y

□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□,

$x = y – 3$

□□ $x – y = –3$ .... (1) □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□, $10x + y = 4(x + y)$ □□, $10x + y = 4x + 4y$ □□, $10x – 4x + y – 4y = 0$

□□, $6x – 3y = 0$ ..... (2) □□□□□□□ (1) □□ 6 □□□□□ □□□□□ □□,

$6x – 6y = –18$ ...... (3) □□□□□□□ (2) □□ □□□□□□□ (3) □□ □□□□□□ □□, $3y = 18$

□□, $y =$ ∴∴

$\frac{1}{5}$ $y = 6$

y □□ □□□□ □□□□□□□ (1) □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□,

$x – 6 = –3$

□□, $x = 6 – 3$

$\frac{1}{3}$ $x = 3$

,□□: □□□□□□□ = 36

□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ê □□□□□□ □□□□□□

□□□□□□□ 8(b)

1. □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ 24 □□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

2. □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□, □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ 3

□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ 5 □□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

3. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ 1 □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ü□ □□ 5 □□□□□ □□ 3 □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

4. □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□, □□□□□ □□ □□□□ □□ 5 □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ú □□ □□□□è □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ 7 □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

5. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□, □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ú □□ □□□□è □□□□□□□ □□□□□ □□ 36 □□ □□ □□□□□□□, □□ □□□□□□□ □□□□□□□

6. □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ 7 □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ 4 □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ 3 □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

7. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ 21 □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ 36 □□□□ □□□□ □□, □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□| □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□ 1: □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□ ‰□Š□□: 1 □□□□ □□□□, □□ □□□□è □□□□□□ □□ □□□□ $\frac{x}{y}$ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ ‰□Š□□: 1 □□ü□ □□□□ □□ □□□□è □□□□□□ □□ □□□□ $\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{5}$ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ $\frac{x+1}{y+1} = \frac{1}{3}$ □□□□
□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□

$\frac{6}{2}$

□□, $5(x - 1) = y - 1$

□□, $5x - 5 = y - 1$

□□, $5x - y = 5 - 1$

□□, $5x - y = 4$ ...(1) □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□

$\frac{3}{1}$

□□, $3(x + 1) = y + 1$

□□, $3x + 3 = y + 1$

□□, $3x - y = 1 - 3$

□□, $3x - y = -2$ ..... (2) □□□□□□□ (1) □□□ □□ □□□□□□□ (2) □□ □□□□□□ □□, $2x = 6$

□□, $x = \frac{2}{3}$

$x = 3$

x □□ □□□ □□□□□□□ (1) □□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□

$5 \times 3 - y = 4$

□□, $15 - y = 4$

□□, $-y = 4 - 15$

$-y = -11$ (□□□□□□ □□□□□□ □□)

y = 11

□□: □□□□□□ $\frac{1}{3}$ □□□

□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ê □□□□□□ □□□□□□

□□□□□□□ 8(c)

1. □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ 1453.png □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ 2 □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ 1458.png □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

2. □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ 1463.png □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ 1 □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

3. □□ □□□□□□ □□ □□□□ 1469.png □□ □□□□□ □□, □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□□ □□□□ 1474.png □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ 1 □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

4. □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ 1 □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ 1479.png □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□ 4 □□ü□ □□□□□ □□□□, □□ □□□□□ □□□□ 1484.png □□ □□□□□ □□□□

□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□ 15 : 5 □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ 3 □□□□□ □□□□ 10 □□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□

[illegible]

[illegible] : [illegible] = x [illegible]

[illegible] = y [illegible]

5 [illegible] = (x - 5) [illegible]

5 [illegible] = (y -5) [illegible]

10 [illegible]á [illegible] = (x + 10) [illegible]

10 [illegible]á [illegible] = (y + 10) [illegible]

[illegible],

$x – 5 = 3 (y – 5)$ [illegible], $x – 5 = 3y – 15$

[illegible], $x – 3y = 5 – 15$

[illegible], $x – 3y = –10$ .... (1) [illegible], $x + 10 = 2(y + 10)$ [illegible], $x + 10 = 2y + 20$

[illegible], $x – 2y = 20 – 10$

[illegible], $x – 2y = 10$ .... (2) [illegible] (1) [illegible] (2) [illegible], $–y = –20$

[illegible], $y = 20$

y [illegible] (1) [illegible], $x – 3 \times 20 = –10$

[illegible], $x – 60 = –10$

[illegible], $x = 60 – 10$

$x = 50$

[illegible]: [illegible] = 50 [illegible]

[illegible] = 20 [illegible]

[illegible]ê [illegible]

[illegible] 8 (d)

1. [illegible] 10 [illegible] 3 [illegible] 10 [illegible] 2 [illegible]

2. [illegible] 18 [illegible]

3. [illegible] 7 [illegible], [illegible] 9 [illegible]

□□□□□ □□ □□□ □□□□□□

4. □□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□ 1489.png □□□ 4 □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□, □□□□ □□ □□□ □□ 1494.png □□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□ ‡‹□□ □□ ?

5. □□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□ □□ 3 □□□□ □□□ 12 □□□□ □□□, □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□ □□ 2 □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□

□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□

□□□□□□ 16 : □□□□□□□ □□□□□□□□□ ABCD □□ 1499.pngA□□□ 1504.pngB □□□ □□□□□□ 1 : 2 □□□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□

□□ □□□□ □□□ □□□□□ □□

$\frac{-2}{1}$ $A = x^0$, □□□1514.pngB = y0 (□□□ □□ □□□ x0 □□ □□□□□ □□ x

□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□, y0 □□ □□□□□ □□ y □□□□ □□□□□□)

∠

□□, $2x = y$ $2x - y = 0$ ……. (1) □□ú□□ ABCD □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□, □□□□□

∴ A + ∴ B = 180^0 (□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□, $x^0 + y^0 = 180^0$□□ □□□□ 180^0 □□□□ □□□)

$x + y = 180$ ….. (2) □□□□□□ (1) □□ □□□□□□ (2) □□ □□ü□□□ □□, $3x = 180$

∠ $x = 60$

∠ $y = 2x = 2 \times 60 = 120$

∴ $A = 60^0$, ■ $B = 120^0$, □□ú□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□, ∠ ∠C = ∠$A = 60^0$

□□□ $\frac{3}{5}$$D$ = ∠$B = 120^0$, (□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ê □□□□□ □□□□□)

□□□□□□ 8(e)

1. □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□ 5 : 4 □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□ □□□ □□□□□ □□□ □□ 100 □□□□ □□, □□ □□□□ □□□

□□□□□□ □□□□□□□

2. □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□ 1581.png □□□□□ □□ 100 □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□

□□□□□□ □□□□□□□

3. Δ ABC □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ – $\angle A = x^0$, $\frac{1}{2}B = 3x^0$, $\frac{4}{5}C = y^0$,□□□ 3y □□□□ 5x = 30□

□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ 8

□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ú□ □□□□□□

1. 3x + 2y = 8 2. 4x + 6y = 9

5x □□□□ 2y = 16 4x □□□□ 2y = □□□□11

3. x + y = 7 4. 7x □□□□ 2y = 1

3x □□□□ 2y = 11 3x + 4y = 15

5. □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ ‰□Š□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□Š□ 121 □□ □□□□ □□□□□□ □□□□ 3 □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

6. □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□Š□ 9 □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ ‰□Š□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ 27 □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

7□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□ 1 □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ 1 □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ 1601.png □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

8. □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□ 1 □□ü□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ 1606.png □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ 5 □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ 1611.png □□ □□□□□ □□□□

□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

9. □□ú□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □□ 10 □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□

10 □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ 2 □□□□□□ □□ □□ □□□□ 3

ü 1616.png   6
ü   3   1622.png

11.   (ô)
   ü   Š 70
        ü
 Š 95

12. ‰ Š ABCD 1627pngA = (2x + 4)0, 1632.pngB = (y + 3)0, 1637pngC = (2y + 10)0
 D = (4x 5)0,

13. 3 ê 2   ` 700   5 ê 3
   ` 1100   ê

14. A   B   8
  7 : 4
   , ?

15. ‡‹   ` 35000 ú   12%
         14%
        ` 4460
  ,
?

‡‹
1. 1.   a1x + b1y + c1 = 0
a2x + b2y + c2 = 0(ú) á
|
2. á

3.   á

(1)   (2)

4.   á

□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ú□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□

□□□□□□ □□□□□

□□□□□□□ 8 (*a*) 1. (i) $x = 4 + y$ (ii) $x = 3 - 2y$ (iii) $x = 6 - 3y$ 2. (i) $y = 5x - 9$ (ii) $y = 3x - 5$ (iii) $y = 8 - 4x$ 3. (i) $x = 5$, $y = -1$ (ii) $x = 1$, $y = 5$ 4. (i) $x = 7$, $y = 3$ (ii) $x = -12$, $y = -6$ (iii) $x = -2$, $y = 3$, (iv) $x = 3$, $y = -2$ 5. (i) $x = 7.5$, $y = 4.5$ (ii) $x = 2$, $y = -1$ (iii) $x =$, $y =$ (iv) $x = 4$, $y = 6$ 6.(i) $x = 2$, $y = 1$ (ii) $x = 1$, $y = 1$ (iii) $x = 0$, $y = 1$(iv) $x = 2$, $y = 2$ 7. (i) $x = 2$, $y = -3$ (ii) $x = -$, $y = -3$ (iii) $x = 1$, $y = 1$ 8. (i) $x = \frac{2}{15}+\left(\frac{9}{-10}\right)$, $y = \frac{2}{15}+\left(\frac{-9}{10}\right)$ (ii) $x = 14$, $y = 15$ (iii) $x = \frac{4}{30}+\frac{-27}{30}$, $y = \frac{4+(-27)}{30}$

□□□□□□□ 8 (*b*) 1. 8, 16 2. 7, 2 3. 78 4. 38 5. 84 6. 36 7. 84

□□□□□□□ 8 (*c*) 1. $\frac{4-27}{30}$ 2. $\frac{-23}{30}$, 3. $\frac{a}{b}$ 4. $\frac{c}{d}$

□□□□□□□ 8 (*d*)

1. 70 □□□□□, 30 □□□□□ 2. 36 □□□□□, 9 □□□□□ , 3. 28 □□□□□, 4 □□□□□ 4. 16 □□□□□ □□□□□ □□ □□□□, 20 □□□□□ □□□□□ □□ □□□□

5. 36 □□□□□, 12 □□□□□

□□□□□□□ 8 (*e*) 1. 50^0, 40^0 2. 40^0, 50^0 , 3. $\frac{p}{q}$

$A = 30^0$, $B = 90^0$, $C = 60^0$

□□□□□□□ □□□□□□□ 8

1. $x = 3$, $y =$ **2.** $x =$, $y =$ **3.** $x = 5$, $y = 2$ **4.** $x = 1$, $y = 3$ **5.** 74 □□ 47 **6.** 36 **7.** **8.** **9.** 50 □□□□, 20 □□□□ 10 1753.png 11. 40 □□□□, 15 □□□□ 12. 700, 530, 1100, 1270

13. ` 100 □□ □□□□ê □□ □□□□□, ` 200 □□ □□□ □□ □□□□□ 14. 48 □□□□, 24 □□□□ 15. 12% □□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ ` 22000 □□□ 14% □□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ ` 13000 □□□□ □□□□

इकाई : 8 वर्ग समीकरण

- वर्ग समीकरण
- $x^2 = k$ (जहाँ k एक पूर्ण संख्या है) के रूप वाले समीकरणों का हल
- $ax^2 + bx + c = 0$ के प्रकार के समीकरणों का हल
- समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ पर आधारित वार्तिक प्रश्न

8.1 भूमिका

आपने पिछली कक्षाओं में $ax + b = cx + d$, $\frac{ax+b}{cx+d} = k$, $cx + d \neq 0$ प्रकार के समीकरणों का अध्ययन किया है। आप जानते हैं कि इस प्रकार के सभी समीकरणों में चर की अधिकतम घात एक है। यह सभी एक चर में रेखीय समीकरण हैं।

इस इकाई में हम उन समीकरणों का अध्ययन करेंगे जिनमें, चर की अधिकतम घात दो है। इन समीकरणों को वर्ग समीकरण या द्विघात समीकरण कहते हैं। देखिए, **$x^2 = k$, $ax^2 + bx + c = 0$ में चर x की अधिकतम घात दो है, इस प्रकार के सभी समीकरण वर्ग समीकरण हैं।**

प्राचीन भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट प्रथम की पुस्तक आर्यभट्टीय के द्वितीय भाग में वर्गीय समीकरण की विस्तृत चर्चा की गई है। प्राचीन काल में ही गणितज्ञ श्रीधराचार्य ने वर्गसमीकरण को हल करने का सूत्र स्थापित किया था, जिसे श्रीधराचार्य सूत्र कहा जाता है। इसका प्रयोग आज भी किया जाता है। वर्ग समीकरणों का हल अरब के गणितज्ञ अलख्वारिज्मी और उमर खय्याम ने भी अपनी-अपनी विधियों से किया।

8.2 वर्ग समीकरण

निम्नांकित समीकरणों का अवलोकन कीजिए :

(i) $x^2 = 9$

(ii) $9x^2 = 16$

(iii) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(iv) $3x^2 + 10x + 8 = 0$

(v) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

इन्हें वर्ग समीकरण कहते हैं क्योंकि इनमें चर x की अधिकतम घात 2 है।

उपर्युक्त समीकरणों को देखने से स्पष्ट है कि वर्ग समीकरण (i) और (ii) में x का एकघातीय पद नहीं है।

केवल x का दो घात वाला पद और एक संख्यात्मक पद है। वर्ग समीकरण (iii), (iv) तथा (v) में बाएँ पक्ष त्रिपदीय व्यंजक के रूप में हैं।

अब वर्गसमीकरण (i) तथा (ii) पर विचार कीजिए

(i) $x^2 = 9$ में 9 एक निश्चित संख्या है।

(ii) $9x^2 = 16$

दोनों पक्षों में 9 का भाग देने पर –

$$x^2 = \frac{16}{9}$$

$\frac{16}{9}$ एक निश्चित संख्या है।

अतः वर्ग समीकरण (i) तथा (ii) को $x^2 = k$ के रूप में लिख सकते हैं, जहाँ पर वर्ग समीकरण (i) में $k = 9$ और वर्ग समीकरण (ii) में $k = \frac{16}{9}$ है।

$x^2 = k$ वर्ग समीकरण का एक मानक रूप है।

अब वर्ग समीकरण (iii), (iv) और (v) पर विचार कीजिए। इन तीनों वर्ग समीकरणों का रूप $ax^2 + bx + c = 0$ है, जहाँ पर वर्ग समीकरण (iii) में $a = 1$, $b = 5$, $c = 6$, वर्ग समीकरण (iv) में $a = 3$, $b = 10$, $c = 8$ और वर्ग समीकरण (v) में $a = 2$, $b = 5$, $c = -7$ है।

समीकरण $3x^2 - 4x + 1 = 2x^2 - 2x + 4$ को भी $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में निम्नांकित विधि से लिखा जा सकता है –

$3x^2 - 4x + 1 = 2x^2 - 2x + 4$

या, $3x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 2x - 4 = 0$

या, $x^2 - 2x - 3 = 0$

या, $1 \times x^2 + (-2)x + (-3) = 0$

या, $ax^2 + bx + c = 0$ जहाँ $a = 1$, $b = -2$ तथा $c = -3$

$ax^2 + bx + c = 0$ भी वर्ग समीकरण का एक मानक रूप है।

अतः वर्ग समीकरण के निम्नांकित दो मानक रूप हैं –

(i) $x^2 = k$, जहाँ पर k एक धनात्मक संख्या है।

तथा (ii) $ax^2 + bx + c = 0$, जहाँ पर x एक चर संख्या है तथा a, b और c अचर संख्याएँ हैं।

8.2.1 समीकरण $x^2 = k$ के रूप वाले समीकरणों का हल

$x^2 = k$ में x अज्ञात चर है तथा k एक धनात्मक स्थिरांक है। यह आवश्यक नहीं है कि समीकरण

में अज्ञात चर दर्शाने के लिए सदैव x का प्रयोग किया जाए। वस्तुतः कोई भी वर्णमाला का अक्षर, जैसे – y, z, n, p आदि का भी प्रयोग कर सकते हैं।

$x^2 = k$ प्रकार के समीकरणों को हल करने के लिए निम्नांकित समीकरणों पर विचार कीजिए –

(i) $x^2 = 16$ (ii) $x^2 = 18$

(iii) $x^2 - 25 = 0$ (iv) $x^2 - 24 = 0$

(v) $4x^2 = 9$ (vi) $16x^2 - 25 = 0$

(vii) $\frac{x}{2} - \frac{2}{x} = 0$

हल :

(i) $$x^2 = 16$$

किस संख्या का वर्ग करने पर 16 प्राप्त होता है ?

हम देखते हैं कि $4^2 = 16$ तथा $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$

अतः $x^2 = 16\ (\pm 4)^2$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर

$$x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

संक्षेप में,

$$x^2 = 16$$

$$\therefore \quad x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

अतः $x = 4$ तथा -4

(ii) $$x^2 = 18$$

या, $x = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \times 2} = \pm\left(\sqrt{9} + \sqrt{2}\right) = \pm 3\sqrt{2}$

अतः $x = 3\sqrt{2}$ और $x = -3\sqrt{2}$

सत्यापन : **बायाँ पक्ष=** $x^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 18$ **दायाँ पक्ष**

और **बायाँ पक्ष=** $x^2 = \left(-3\sqrt{2}\right)^2 = 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 18$ **दायाँ पक्ष**

अतः उत्तर सही है।

(iii) $$x^2 - 25 = 0$$

या, $x^2 = 25$ (पक्षान्तर करने पर)

$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$ अतः $x = 5$ तथा $x = -5$

सत्यापन $5^2 - 25 = 0$ तथा $(-5)^2 - 25 = 25 - 25 = 0$

अतः उत्तर सही है।

(iv) $x^2 - 24 = 0$

या, $x^2 = 24$ (पक्षान्तर करने पर)

$x^2 = \pm\sqrt{24}$

$= \pm\sqrt{4 \times 6} = \pm\sqrt{4} \times \sqrt{6}$

अतः $x = \pm 2\sqrt{6}$

अतः $x = 2\sqrt{6}$ तथा $x = -2\sqrt{6}$

सत्यापन : $(2\sqrt{6})^2 = (2\sqrt{6})(2\sqrt{6}) = 2 \times 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} = 4 \times 6 = 24$ तथा

$(-2\sqrt{6})^2 = (-2\sqrt{6})(-2\sqrt{6}) = -2 \times -2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} = 4 \times 6 = 24$

अतः उत्तर सही है।

(v) $4x^2 = 9$

या, $x^2 = \frac{9}{4}$ (दोनों पक्षों में 4 का भाग देने पर))

$x^2 = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$

$= \pm\frac{3}{2}$

अतः $x = \frac{3}{2}$ तथा $x = -\frac{3}{2}$

सत्यापन : $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ और $\left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$

अतः उत्तर सही है।

(vi) $16x^2 - 25 = 0$

या, $16x^2 = 25$

या $x^2 = \frac{25}{16}$

$x = \pm\sqrt{\frac{25}{16}}$

$= \pm\frac{5}{4}$

अतः $x = \frac{5}{4}$ तथा $x = -\frac{5}{4}$

सत्यापन : बायां पक्ष $= 16x^2 - 25$

$= 16 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 25$

$= 16 \times \frac{25}{16} - 25$

$= 25 - 25$

$= 0$

= दायाँ पक्ष

और बायें पक्ष में $x = -\frac{5}{4}$ रखने पर

बायाँ पक्ष $= 16 \times \left(-\frac{5}{4}\right)^2 - 25$

$= 16 \times \frac{25}{16} - 25$

$= 25 - 25$

$= 0$

= दायाँ पक्ष

अतः उत्तर सही है।

(vii) $\frac{x}{2} - \frac{2}{x} = 0$

या, $\frac{x}{2} = \frac{2}{x}$ (पक्षान्तर करने पर)

या $x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$= \pm 2$

अतः $x = 2$ तथा $x = -2$

सत्यापन : बायां पक्ष $= \frac{x}{2} - \frac{2}{x}$ में $x = 2$ प्रतिस्थापित करने पर,

$= \frac{2}{2} - \frac{2}{2}$

$= 1 - 1$

$= 0$

= दायाँ पक्ष

और बायें पक्ष में $x = -2$ प्रतिस्थापित करने पर

बायाँ पक्ष $= \frac{-2}{2} - \left(\frac{2}{-2}\right)$

$= -1 - (-1)$

$= -1 + 1$

$= 0$

= दायाँ पक्ष

अतः उत्तर सही है।

उपर्युक्त वर्ग समीकरणों के हल से स्पष्ट है कि प्रत्येक वर्ग समीकरण में अज्ञात संख्या x के दो मान हैं, जिनका निरपेक्ष मान समान है, परन्तु एक धनात्मक है, तथा दूसरा ऋणात्मक x **के इन मानों को समीकरण के मूल (Roots) कहते हैं।**

अतः $x^2 = k$ रूप वाले वर्ग समीकरणों को हल करने के लिए k का वर्गमूल ज्ञात करते हैं। हम जानते हैं कि किसी संख्या के दो वर्गमूल होते हैं, जिनके निरपेक्ष मान समान होते हैं।

अतः $x^2 = k$

या, $x = \pm\sqrt{k}$

अर्थात् $x = \sqrt{k}$, $x = -\sqrt{k}$

हमने देखा $x^2 = k$ के प्रकार के वर्ग समीकरणों को हल के लिए दोनों पक्षों का वर्गमूल लेते है।

जैसे $x^2 = 64$ लेकर

दोनों पक्षों का वर्ग मूल लेने पर

$$x = \pm 8$$

ध्यान दें, जिस प्रकार 64 का वर्गमूल ± 8 होता है, उसी प्रकार, x^2 का वर्गमूल $\pm x$ होगा।

अतः $\pm x = \pm 8$ लिखा जाना चाहिए।

ऐसा लिखने पर निम्नलिखित मान प्राप्त होता है।

(i) $+x = +8$

(ii) $+x = -8$

(iii) $-x = +8$

(iv) $-x = -8$

परन्तु उपर्युक्त में (i) और (iv) से $+x = +8$ तथा $-x = -8$

चूंकि ये दोनों x का एक ही मान व्यक्त करते हैं। इसलिए इनमें से एक मान $x = +8$ लिया जाता है। इसी प्रकार (ii) और (iii) की सहायता से $+x = -8$ और $-x = +8$ चूंकि यह दोनों भी एक ही मान व्यक्त करते हैं। इसलिए $x = -8$ लिया जाता है।

अतः स्पष्ट है कि $x = \pm 8$ में उपर्युक्त सभी चारों मान अन्तर्निहित हैं। यही कारण है कि वर्गमूल लेते समय केवल एक ही पक्ष के दोनों मान धन और ऋण लिखे जाते हैं। व्यवहार में संख्यात्मक मान का वर्गमूल धन और ऋण के चिन्हों के साथ लिखा जाता है, परन्तु अज्ञात राशि का केवल धनात्मक मान ही लिया जाता है।

8.2.2 $x^2 = k$ के प्रकार के समीकरणों को हल करने की दूसरी विधि :

हल : $x^2 = k$

या $x^2 - k = 0$ (k को पक्षान्तर करने पर)

या $x^2 - (\sqrt{k})^2 = 0$ ($(a^2 - b^2)$ के रूप में लिखने पर

या $(x - \sqrt{k})(x + \sqrt{k}) = 0$ (सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ के अनुसार)

देखिए यहाँ दो व्यंजकों का गुणनफल शून्य है। अतः इनमें से $(x - \sqrt{k})$ शून्य होगा या $(x + \sqrt{k})$ शून्य होगा।

जब $x - \sqrt{k} = 0$

तब $x = \sqrt{k}$

जब $x + \sqrt{k} = 0$

तब $x = -\sqrt{k}$

उदाहरण : $x^2 = 121$ को हल कीजिए

हल : $x^2 = 121$

या $x^2 - 121 = 0$ (121 को पक्षान्तर करने पर)

या $x^2 - 11^2 = 0$ ($x^2 - 11^2$ के रूप में लिखने पर)

या $(x - 11)(x + 11) = 0$ ($x^2 - 11^2 = (x - 11)(x + 11)$)

जब $x - 11 = 0$, तब $x = 11$

जब $x + 11 = 0$, तब $x = -11$

अत : $x = 11, x = -11$

अभ्यास 8 (*a*)

निम्नलिखित वर्ग समीकरणों को हल कीजिए तथा उत्तर की जाँच कीजिए :

1. $x^2 - 49 = 0$
2. $16x^2 - 9 = 0$
3. $ax^2 - b = 0$
   (जहाँ *a* और *b* धन पूर्णांक हैं।)
4. $\frac{4}{9}x^2 = 1$
5. $64p^2 = 25$
6. $5y^2 = 20$
7. $7x^2 = 8$
8. $5x^2 = x^2 + 1$
9. $x = \frac{4}{x}$
10. $\frac{x}{5} - \frac{5}{x} = 0$

11. $-ax^2 + c = 0$

12. $2x^2 - 18 = 0$

13. $\frac{x^2}{4} = 9$

14. $\frac{x}{a} - \frac{a}{x} = 0$

15. $x^2 - 256 = 0$

16. $0.04x^2 - 0.25 = 0$

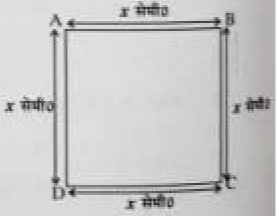
8.3 समीकरण $x^2 = k$ पर आधारित साधारण वार्तिक प्रश्न

दैनिक जीवन की अनेक समस्याएँ हम समीकरण का उपयोग करके हल कर सकते हैं। ऐसा करने के लिए हमको निम्नांकित चार चरणों का पालन करना होगा।

1. **अज्ञात राशि को वर्णमाला के किसी अक्षर जैसे x, y, z, n, p आदि से व्यक्त कीजिए।**
2. **भाषा में दिये हुए कथन को समीकरण में बदलिये।**
3. **समीकरण को हल कीजिए।**
4. **मूल समस्या में प्राप्त मान प्रतिस्थापित करके उत्तर की जाँच कीजिए।**

उदाहरण 1 : एक वर्ग का क्षेत्रफल 64 वर्ग सेमी है। उस की भुजा ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि वर्ग की भुजा x सेमी है।



वर्ग का क्षेत्रफल = (वर्ग की भुजा)^2

= x^2 वर्ग सेमी

परन्तु वर्ग का क्षेत्रफल 64 वर्ग सेमी है।

$\therefore \quad x^2 = 64$

$\therefore \quad x = \pm\sqrt{64}$

$= \pm 8$

$\therefore \quad x = 8$ तथा -8

परन्तु वर्ग की भुजा ऋणात्मक नहीं हो सकती है,

अतः $x = -8$ असमान्य है।

$x = 8$

अतः वर्ग की भुजा = 8 सेमी

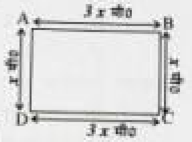
उत्तर की जाँच – वर्ग का क्षेत्रफल = 8 × 8 वर्ग सेमी = 64 वर्ग सेमी

अतः उत्तर सही है।

उदाहरण 2 : एक आयताकार बाग की लम्बाई, उसकी चौड़ाई की तीन गुनी है। यदि बाग का क्षेत्रफल 243 वर्ग मीटर हो तो बाग की लम्बाई कितनी है ?

हल : मान लीजिए कि बाग की चौड़ाई x मी. है।

बाग की लम्बाई, उसकी चौड़ाई की तीन गुनी है।



बाग की लम्बाई = 3 × चौड़ाई

= 3 × x मी

= $3x$ मी

बाग का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= $3x \times x$ वर्ग मी

= $3x^2$ वर्ग मी

परन्तु बाग का क्षेत्रफल 243 वर्ग मी है।

$3x^2 = 243$

या, $x^2 = \frac{243}{3}$

$= 81$

$x = \pm\sqrt{81}$

$= \pm 9$

परन्तु बाग की चौड़ाई ऋणात्मक नहीं होती है।

बाग की चौड़ाई = 9 मी

बाग की लम्बाई = 3 x मी

= 3 × 9 मी

= 27 मी.

उत्तर की जाँच: क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= 27 × 9 वर्ग मी

= 243 वर्ग मी

अतः उत्तर सही है।

अभ्यास 8(*b*)

1. एक वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 441 वर्ग मीटर है। मैदान का परिमाप ज्ञात कीजिए।
2. एक आयताकार बाग की लम्बाई और चौड़ाई में अनुपात 3 : 2 है। यदि बाग का क्षेत्रफल 600 वर्ग मी है, तो उसकी लम्बाई एवं चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
3. एक वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 225 वर्गमीटर है। उसका परिमाप ज्ञात कीजिए।
4. कक्षा 8 के 144 शिक्षार्थियों को पंक्तियों में इस प्रकार खड़ा करना है कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही शिक्षार्थी हों जितनी कि कुल पंक्तियाँ हैं। पंक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।
5. किसी संख्या के वर्ग का तीन गुना 192 है। संख्या ज्ञात कीजिए।

8.4 वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का हल (गुणनखंड विधि से)

हम जानते हैं कि यदि $x \times y = 0$, तो

$x = 0$

या, $y = 0$

इसी प्रकार यदि $x(x-4) = 0$ है, तो

$x = 0$

अथवा, $x - 4 = 0$

या, $x = 4$

और यदि $(x-5)(x-7) = 0$ हो, तो

$x - 5 = 0$ या, $x = 5$

अथवा, $x - 7 = 0$ या, $x = 7$

अतः यदि दो (या दो से अधिक) व्यंजकों का गुणनफल शून्य हो, तो उनमें से कम से कम एक व्यंजक का मान शून्य अवश्य होगा।

अब समीकरण $(x-5)(x-7) = 0$ के बायें पक्ष के व्यंजकों का गुणा कीजिए –

$x^2 - 7x - 5x + (-5)(-7) = 0$

या, $x^2 - (7+5)x + 35 = 0$

या, $x^2 - 12x + 35 = 0$

हम देखते हैं कि यह एक वर्ग समीकरण है जिसका रूप $ax^2 + bx + c = 0$ का है, जहाँ $a = 1$, $b = -12$ और $c = 35$ है

इसी प्रकार

$(x-8)(x+6) = 0$ के बायें पक्ष के व्यंजकों का गुणा करने पर

$x^2 + 6x - 8x + (-8)(6) = 0$

$x^2 - 2x - 48 = 0$

... $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप का है, जहाँ पर $a = 1$, $b = -2$ तथा $c = -48$

... $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप के वर्ग समीकरणों के हल, उनके बायें पक्ष के व्यंजक के गुणनखंड ... किये जाते हैं।

...लिखित वर्ग समीकरणों को देखिए –

$(x + 1)(x - 2) = 0$

या $x^2 + (1 - 2)x + 1 \times (-2) = 0$

या $x^2 + (-1)x + (-2) = 0$

या $x^2 - x - 2 = 0$

$(x - p)(x - q) = 0$

या $x^2 - (p + q)x + pq = 0$

...कार हम देखते हैं कि रैखिक समीकरणों $x - p = 0$, $x - q = 0$ को गुणा करके वर्ग समीकरण ...$q)x + pq = 0$ प्राप्त कर सकते हैं जिसका हल $x = p$ तथा $x = q$ है। विलोमतः वर्ग समीकरण ...$+ c = 0$ का हल उसके गुणनखंड करके ज्ञात कर सकते हैं।

...1 : हल कीजिए :

समीकरण $x^2 + 7x + 10 = 0$

$x^2 + 7x + 10 = 0$ जहाँ $a = 1, b = 7, c = 10$

या, $x^2 + (2 + 5)x + 10 = 0$ $a \times c = 1 \times 10 = 10$

या, $x^2 + 2x + 5x + 10 = 0$ $10 = 2 \times 5$

या, $x(x + 2) + 5(x + 2) = 0$ तथा $2 + 5 = 7$

या, $(x + 2)(x + 5) = 0$

अतः $x + 2 = 0$ अथवा $x + 5 = 0$

$\therefore$ $x = -2$ अथवा $x = -5$

...2 : हल कीजिए :

समीकरण $x^2 + x - 6 = 0$

$x^2 + x - 6 = 0$

या, $x^2 + (3 - 2)x - 6 = 0$

या, $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$

या, $x(x + 3) - 2(x + 3) = 0$

या, $(x + 3)(x - 2) = 0$

अतः यदि $x + 3 = 0$, तो $x = -3$

और यदि $x - 2 = 0$, तो $x = 2$

निम्नलिखित वर्ग समीकरणों को देखिए

(i) $(2x - 3)(x + 1) = 0$

या, $2x^2 + 2x - 3x - 3 = 0$

या, $2x^2 - x - 3 = 0$

(ii) $(3x + 4)(2x - 5) = 0$

या, $6x^2 - 15x + 8x - 20 = 0$

या, $6x^2 - 7x - 20 = 0$

अतः हम देखते हैं कि यदि x^2 का गुणांक 1 न भी हो, तो भी उसके गुणनखंड करके हल प्राप्त कर सकते हैं।

उदाहरण 3 : समीकरण $3x^2 + 10x + 8 = 0$ को हल कीजिए :

हल : $3x^2 + 10x + 8 = 0$

या, $3x^2 + (4 + 6)x + 8 = 0$ यहाँ $a = 3, b = 10$ तथा $c = 8$

या, $3x^2 + 4x + 6x + 8 = 0$ $a \times c = 3 \times 8 = 24$

या, $x(3x + 4) + 2(3x + 4) = 0$ $24 = 4 \times 6$

या, $(3x + 4)(x + 2) = 0$ तथा $4 + 6 = 10$

अतः $3x + 4 = 0$ अथवा $x + 2 = 0$

जिससे $3x = -4$ अथवा $x = -2$

या, $x = \frac{4}{3}$ अथवा $x = -2$

अतः $x = \frac{4}{3}, -2$

समीकरण के अभीष्ट हल हैं।

उदाहरण 4 : समीकरण $12x^2 - 11x - 15 = 0$ को हल कीजिए।

हल : $12x^2 - 11x - 15 = 0$

या, $12x^2 + (-20 + 9)x - 15 = 0$

या, $12x^2 - 20x + 9x - 15 = 0$ यहाँ $a = 12,\ b = -11$

तथा $c = -15$

या, $4x(3x - 5) + 3(3x - 5) = 0$ $a \times c = 12 \times (-15) = -180$

या, $(3x - 5)(4x + 3) = 0$ $= -20 \times 9$

अतः $3x - 5 = 0$ अथवा $4x + 3 = 0$ तथा $-20 + 9 = -11$

जिससे $3x = 5$ अथवा $4x = -3$

या, $x = \frac{5}{3}$ अथवा $x = \frac{3}{4}$

उत्तर की जाँच : समीकरण के बायें पक्ष में $x = \frac{5}{3}$ प्रतिस्थापित करने पर

बायाँ पक्ष $= 12\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11\left(\frac{5}{3}\right) - 15$

$= 12 \times \frac{25}{9} - 11 \times \frac{5}{3} - 15 = \frac{100}{3}\ \frac{55}{3}\ \frac{45}{3} = 0$

= **दायाँ पक्ष**

इसी प्रकार समीकरण के बायें पक्ष में $x = \frac{3}{4}$ प्रतिस्थापित करने पर

बायाँ पक्ष $= 12\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 11\left(-\frac{3}{4}\right) - 15$

$= 12 \times \frac{9}{16} + \frac{33}{4} - \frac{60}{4} = 0$

= **दायाँ पक्ष**

अतः उत्तर सही है।

उदाहरण 5 : समीकरण $3x^2 - 10x - 8 = 0$ को हल कीजिए।

हल : $3x^2 - 10x - 8 = 0$

$(-8) \times 3$ के ऐसे दो गुणनखंड कीजिए जिनका योग -10 हो अर्थात $(-8) \times 3 = -24 = -12 + 2 = -10$ इस प्रकार $3x^2 - 10x - 8 = 0$

या, $3x^2 + (-12 + 2)x - 8 = 0$

या, $3x^2 - 12x + 2x - 8 = 0$

या, $3x(x - 4) + 2(x - 4) = 0$

या, $(x - 4)(3x + 2) = 0$

यदि $x - 4 = 0$, तो $x = 4$

और यदि $3x + 2 = 0$, तो $3x = -2$

$$x = -\frac{2}{3}$$

अतः $x = 4$ और $x = -\frac{2}{3}$

उत्तर की जाँच : $x = 4$ प्रतिस्थापित करने पर,

$$3x^2 - 10x - 8 = 3 \times 4^2 - 10 \times 4 - 8$$
$$= 48 - 40 - 8$$
$$= 48 - 48 = 0$$

= **दायाँ पक्ष**

और $x = -\frac{2}{3}$ प्रतिस्थापित करने पर,

$$3x^2 - 10x - 8 = 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 10 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 8$$
$$= 3 \times \frac{4}{9} + \frac{20}{3} - 8$$
$$= \frac{4}{3} + \frac{20}{3} - 8 =$$
$$= \frac{24}{3} - 8 = 8 - 8 = 0$$

= **दायाँ पक्ष**

अतः उत्तर सही है।

अभ्यास 8(c)

हल कीजिए तथा उत्तर की जाँच कीजिए –

1. $3x^2 + 10x + 8 = 0$
2. $(2x - 3)(x + 2) = 0$
3. $x(x - 4) = 0$
4. $x^2 + 7x = 44$
5. $3x^2 + 10x - 8 = 0$
6. $(2x + 1)(x + 3) + 3 = 0$
7. $6x^2 - x = 1$
8. $4y^2 = 11y + 3$
9. $a^2 + a = 90$
10. $x + 1 =$
11. $2x^2 = 12 - 5x$
12. $2x + \frac{4}{x} = 9$
13. $9x^2 - 3x - 2 = 0$
14. $x^2 + 3x - 18 = 0$
15. $x^2 - 3x - 10 = 0$
16. $x^2 - 6x + 9 = 0$
17. $4x^2 - 20x + 25 = 0$
18. $16x^2 + 24x + 9 = 0$
19. $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

    (संकेत $x^2 = y$ मान लेने पर समीकरण का रूपान्तरण $y^2 - 25y + 144 = 0$)
20. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

टिप्पणी : उपर्युक्त प्रश्न 16 एवं 17 में समीकरण का बायाँ पक्ष पूर्ण वर्ग है जिससे x के केवल एक-एक मान ही प्राप्त होते हैं। ध्यान दीजिए, **वर्ग समीकरण के मूलों (अज्ञात चर के मानों) की संख्या अधिकतम 2 होती है।**

उदाहरण 1 समीकरण $\frac{x^2}{x^2+2}+\frac{x^2}{x^2-1}=2$ को हल कीजिए

हल : $\frac{x^2}{x^2+2}+\frac{x^2}{x^2-1}=2$

या, $\frac{x^2+2-2}{x^2+2}+\frac{x^2-1+1}{x^2-1}=2$

या, $\frac{x^2+2}{x^2+2}-\frac{2}{x^2+2}+\frac{x^2-1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2-1}=2$

या, $1-\frac{2}{x^2+2}+1+\frac{1}{x^2-1}=2$

या, $-\frac{2}{x^2+2}+\frac{1}{x^2-1}=0$

या, $\frac{1}{x^2-1}=\frac{2}{x^2+2}$

या, $2x^2-2=x^2+2$ (वज्रगुणन करने पर)

या, $2x^2-x^2=2+2$

या, $x^2=4$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर,

$x=\pm\sqrt{4}$

$=\pm 2$

अतः $x=2$ और $x=-2$

उत्तर की जाँच :

वर्ग समीकरण का **बायाँ पक्ष** $=\frac{x^2}{x^2+2}+\frac{x^2}{x^2-1}$

$x^2=4$ ($x=2$ रखने पर)

x^2 का मान समीकरण में रखने पर ($x=-2$ रखने पर)

$=\frac{4}{4+2}+\frac{4}{4-1}$

$= \frac{4}{6} + \frac{4}{3}$

$= \frac{2}{3} + \frac{4}{3}$

$= \frac{6}{3}$

$= 2$

= दायाँ पक्ष

इसी प्रकार $x = -2$ रखने पर,

अतः उत्तर सही है।

उदाहरण 2 : एक स्टीमर चालक नदी के बहाव तथा उसके प्रतिकूल 10 किमी दूरी तय करके 50 मिनट में उसी स्थान पर वापस लौट आता है। यदि स्टीमर की स्थिर जल में चाल 25 किमी/घंटा हो, तो नदी की चाल ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि नदी की चाल x किमी/घंटा है।

स्टीमर की स्थिर जल में चाल = 25 किमी/घंटा

नदी के बहाव की प्रतिकूल दिशा में स्टीमर की चाल = $(25 - x)$ किमी/घंटा

और नदी के बहाव की दिशा में स्टीमर की चाल = $(25 + x)$ किमी/घंटा

अतः बहाव की प्रतिकूल दिशा में 10किमी दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{10}{25-x}$ घंटे

और बहाव की दिशा में 10 किमी दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{10}{25+x}$ घंटे

कुल समय $= \left(\frac{10}{25-x} + \frac{10}{25+x}\right)$ घंटे

परन्तु कुल समय = 50 मिनट $= \frac{50}{60}$ घंटे $= \frac{5}{6}$ घंटे

$\therefore \quad \frac{10}{25-x} + \frac{10}{25+x} = \frac{5}{6}$

या, $\quad \frac{2}{25-x} + \frac{2}{25+x} = \frac{1}{6}$

या, $\frac{2(25+x)+2(25-x)}{(25-x)(25+x)} = \frac{1}{6}$

या, $\frac{(50+x)+(50-x)}{(25-x)(25+x)} = \frac{1}{6}$

या, $\frac{100}{625-x^2} = \frac{1}{6}$

या, $600 = 625 - x^2$

या, $x^2 = 625 - 600$

$= 25$

दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर,

$x = \pm\sqrt{25}$

$= \pm 5$

$x = 5$ और $x = -5$

परन्तु ऋणात्मक मान अग्राह्य है।

$x = 5$

अतः नदी की चाल = 5 किमी/घंटा

उत्तर की जाँच शिक्षार्थी स्वयं करें।

उदाहरण 3 : समीकरण $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{2x+13}{x+1}$ को हल कीजिए।

हल : $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{2x+13}{x+1}$

या, $\frac{x-1+2}{x-1}+\frac{x-2+4}{x-2}=\frac{2x+2+11}{x+1}$

या, $\frac{x-1}{x-1}+\frac{2}{x-1}+\frac{x-2}{x-2}+\frac{4}{x-2}=\frac{2(x+1)+11}{x+1}$

या, $1+\frac{2}{x-1}+1+\frac{4}{x-2}=\frac{2(x+1)}{x+1}+\frac{11}{x+1}$

या, $2+\frac{2}{x-1}+\frac{4}{x-2}=2+\frac{11}{x+1}$

या, $\frac{2}{x-1}+\frac{4}{x-2}=\frac{11}{x+1}$

या, $\frac{2(x-2)+4(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{11}{x+1}$

या, $\frac{2x-4+4x-4}{x^2-3x+2} = \frac{11}{x+1}$

या, $\frac{6x-8}{x^2-3x+2} = \frac{11}{x+1}$

या, $11x^2 - 33x + 22 = (6x - 8)(x + 1)$

या, $11x^2 - 33x + 22 = 6x^2 + 6x - 8x - 8$

या, $11x^2 - 33x + 22 = 6x^2 - 2x - 8$

या, $11x^2 - 33x + 22 - 6x^2 + 2x + 8 = 0$

या, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

या, $5x^2 - 25x - 6x + 30 = 0$

या, $5x(x - 5) - 6(x - 5) = 0$

या, $(x - 5)(5x - 6) = 0$

यदि $x - 5 = 0$, तो $x = 5$

और यदि $5x - 6 = 0$

तो $5x = 6$

$x = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

अतः $x = 5$ और $x = 1\frac{1}{5} = 1.2$

उत्तर का सत्यापन शिक्षार्थी स्वयं करें।

दक्षता अभ्यास - 8

हल कीजिए :

1. $4 - x^2 = 0$
2. $2(x^2 - 121) = 0$
3. $\frac{1}{x^2-6} = \frac{2}{x^2+2}$

4. $\frac{x^2}{x^2+2}+\frac{x^2-5}{x^2-6}=2$

5. $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{5}{2}$

6. वह संख्या ज्ञात कीजिए जो अपने व्युत्क्रम के बराबर हो।

7. एक वर्गाकार क्यारी का क्षेत्रफल 16 वर्ग मी है। इस क्यारी की परिमाप ज्ञात कीजिए।

8. ₹ 289 को कुछ व्यक्तियों में इस प्रकार वितरित करना है कि प्रत्येक व्यक्ति को उतने ही रुपये मिले जितनी व्यक्तियों की कुल संख्या है। व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

9. एक कमरे की लम्बाई उसकी चौड़ाई की 5/4 गुनी है। यदि कमरे की फर्श का क्षेत्रफल 20 वर्ग मी है तो उसकी लम्बाई तथा चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

10. एक नाव को, जिसकी शान्त जल में चाल 15 किमी/घंटा है, धारा की दिशा में 30 किमी जाने और फिर उसी स्थान पर पुनः वापस आने में कुल समय 4 घंटे 30 मिनट लगता है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :

11. $12x^2 + 25x + 12 = 0$

12. $x^2 - 4x - \ = 0$

13. $(a + 1)x^2 + 2ax + (a - 1) = 0$

14. $\frac{1}{x-2}+\frac{2}{x-1}=\frac{6}{x}$

15. $\frac{x+4}{x+5}-\frac{x}{x+1}=\frac{1}{8}$

16. $5x^2 - 16x - 21 = 0$

17. $x^2 - 23x + 132 = 0$

18. $14x^2 + 19x - 3 = 0$

19. $6x^2 + 17x + 12 = 0$

20. $24x^2 - 65x + 21 = 0$

इस इकाई में हमने सीखा है

1. $x^2 = k$ (जहाँ k एक पूर्णांक संख्या है) के रूप वाले समीकरणों को हल करना।
2. $ax^2 + bx + c = 0$ (के प्रकार के समीकरणों को हल करना।
3. समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ पर आधारित वार्तिक प्रश्नों को हल करना

उत्तर माला

अभ्यास 8 (a)

1. ± 7 2. $\pm\frac{3}{4}$ 3. $\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$ 4. $\pm\frac{3}{2}$ 5. $\pm\frac{5}{8}$ 6. ± 2 7. $\pm 2\sqrt{\frac{2}{7}}$ 8. $\pm\frac{1}{2}$ 9. ± 2 10. ± 5, 11. $\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$ 12. ± 3 13. ± 6 14. $\pm a$ 15. $x = \pm 16$ 16. $x = \pm 2.5$

अभ्यास 8 (b)

1. 84 मी, 2. 30 मी, 20 मी, 3. 60 मी, 4. 12 5. ± 8

अभ्यास 8 (c)

1. $-2, -1\frac{1}{3}$, 2. $1\frac{1}{2}, -2$ 3. 0, 4 4. -11, 4 5. $-4, \frac{2}{3}$ 6. $-2, -1\frac{1}{2}$ 7. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ 8. 3, $-\frac{1}{4}$ 9. -10, 9 10. -3, 2 11. $-4, 1\frac{1}{2}$ 12. 4, $\frac{1}{2}$ 13. $\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$ 14. $(-6, 3)$ 15. 5, -2 16. 3 17. $\frac{5}{2}$ 18. $\frac{-3}{4}$ 19. $\pm 3, \pm 4$ 20. $\pm 2, \pm 3$

दक्षता अभ्यास 8

1. ± 2 2. ± 11 3. $\pm\sqrt{14}$ 4. $\pm\sqrt{14}$ 5. ± 6 6. 17 7. 5 मी, 4 मी 8. 5 किमी/ घंटा 9. ± 1 10. 16 मी 11. $-1\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}$ 12. $4\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 13. $-1, -\frac{a-1}{a+1}$ 14. 3, $1\frac{1}{3}$ 15. -9, 3 16. $4\frac{1}{5}, -1$ 17. 11, 12 18. $-1\frac{1}{2}, \frac{1}{7}$ 19. $-1\frac{1}{3}, -1\frac{1}{2}$ 20. $2\frac{1}{3}, \frac{3}{8}$

[illegible] - 9 [illegible]

- **[illegible]**

(i) [illegible]

(ii) [illegible]

- **[illegible]**

(i) [illegible] **ú** [illegible] ‡‹ [illegible]

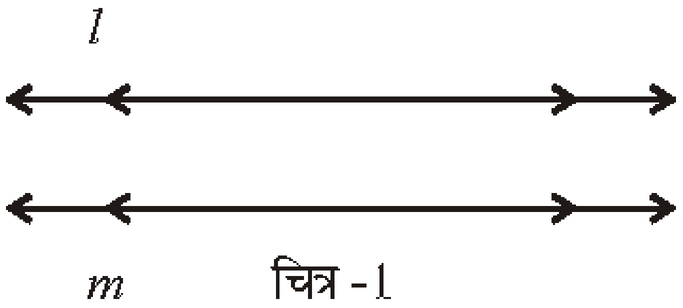
(ii) [illegible] ‡‹ [illegible]

9.1 [illegible]

[illegible]

[illegible], [illegible], [illegible] (1) [illegible], [illegible] (ii) [illegible]é [illegible]

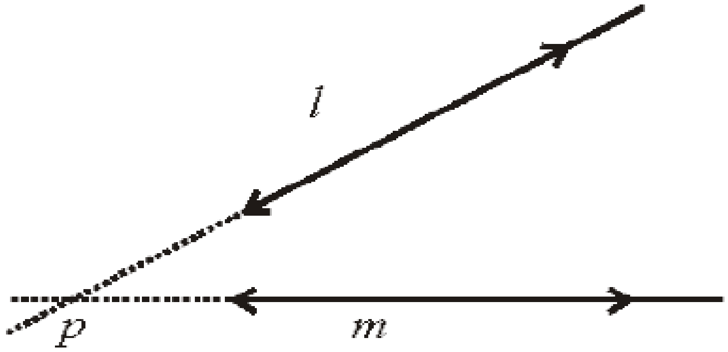
□□□□□□



□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ l □□ m□□□| □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □ü□□□□□ □□□□ □□ □□□é □□ □□ □□□é □□□□□□ □□□| □□□□□□ - 2 □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ l □□ m □□ □□□□□ □□ □□ □ü□□□□ □□□□□ □□□□, □□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ p □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□|

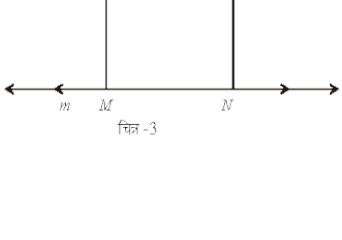
□□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ (□□□□□□ □□ □ü□□□□□ □□) □□□é □□ □ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□|

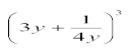
□‰□Š□□ □□□□□ 1 :



□□□□□□ -2

□□□□□□□□ □□□□□□ 3□□ □□□□□□□ l □□ m □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□| □□□□□ l □□ □□ □□□□□□□ P □□□□□□□ □□□□□□□ P □□ □□□□□ m □□ □□□□□ PM □□é□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ Q □□□□□ □□□□□ □□□□□ m □□ □□□□□ QN □□é□□□□□ □□ PM □□ QN □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ PM = QN





□□□□□□ - 3

□□□□□□□á □□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□õ□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□| (□□ + □□□□□□ = □□□□□□□□□)

9.1.1 □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ :

□□□□□□, □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□

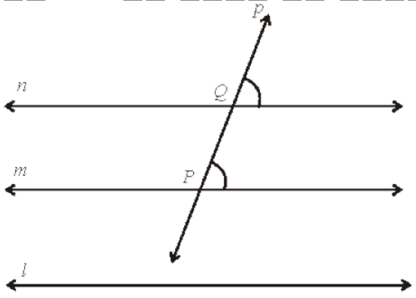
□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□, □□é□□ □□□□□ □□ ‡‹□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ ?

□□□□□□□ □□□□□□:

□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ l □□é□□□□ □□ □□□□ □□‡‹□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ l □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ m □□ n □□é□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□□é, □□□□□ □□ú□ □□□□□□□

□□ □□□□□□□ □□□□□ p □□ □□□□□□□ □□é□□□ □□ □□ □□□□□□□□ m □□ n □□ ‰□Š□□: P □□ Q □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□

□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□é□□□□ □□□□□ l □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□-□□ □□□□□□□ □□é□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ m □□ n □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□é□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ P □□ Q □□ □□□□□□□ □□ <P □□<Q □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□



□□□□□□ -5

[illegible]	∠P	∠Q	∠P - ∠Q
1.			
2.			
3.			

□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ <P - <Q□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□ü□□ □□ □□□□□ □□, □□□□□□□ ,<P = <Q □□□□□□□ <P □□<Q □□□□□ □□□□ □□□□, □□: □□□□□□□ m □□ n □□□□□□□

□□□□□□□□ □□□| □□:

□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□|

□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□

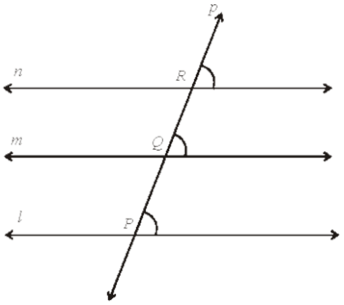
□□□□ l □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ m □□ n □□é□□ □□□ □□□| □□□□□□□ □□□□ p □□ □□□□□□□□ □□ ‰□Š□□: □□□□□□□ P, Q □□□ R □□ □□□□□□ □□□| □□□□ n □□□□ l □□ □□□□□□□□ □□é□□ □□□ □□ □□:

$<R = <P$ (□□□□ □□□ □□□|)

□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□ m □□□□ l □□ □□□□□□□□ □□é□□ □□□ □□□ □□:

$< Q = <P$ (□□□□ □□□ □□□)

□□□□□□□‡‹□ □□□□□□ □□□□□□□□ô □□ □□ □□□□□□□ □□ □□$<P =< Q = < R$ □□□□□□□á $<Q = <R$ □□ □□□□ □□□ □□□| □□: □□□□ m □□ n □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□|

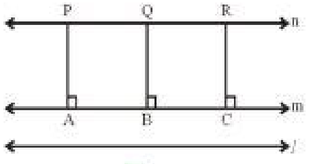


□□□□□□ -6

□□: □□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□|

□□□ □□□□□□

□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ l □□é□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□ l □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ m □□ n □□é□□□□ □□□□ n □□ □□□ □□□□□□□ P, Q □□ R □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□ m □□ □□□□ PA, QB □□ RC □□é□□□□



□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□ □□

□□□□□□ (i), (ii) □□ (iii) □□□□□□ □□□□□□□ □□ PA, QB □□ RC □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ PA-QB, QB-RC □□ RC-PA □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□

चित्र	PA	QB	RC	PA-QB	QB-RC	RC-PA
(i)						
(ii)						
(iii)						

□□□□□ ‡‹□□ □□□□□ ? □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ PA-QB, QB-RC □□ RC-PA □□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□ü□□ □□ □□□□□ □□□

□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□ PA=QB=RC □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ m □□ n □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ PA, QB □□ RC □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ $m \| n$

□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ :

□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□|

□□□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□□‡‹□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□

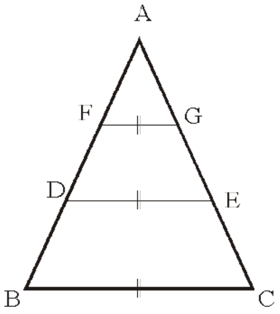
□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□**é** □□ □□□□□**é**□

□□□□□□□□□□ 9 (a)

1. □□ □□□ □□□□□ AB □□ 5 □□□□□ □□ □□□□□ □□ AB □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□é□□□□

2. □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□, □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□□, □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□é□□□□

3. □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ ABC □□ □□□□□ BC □□ □□□□□□□□ DE □□ FG □□□□□ □□□□ □□é□□ □□ □□□|

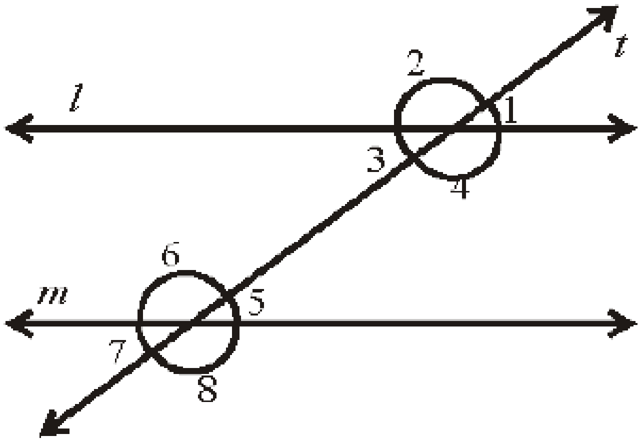


□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) □□□□□□ □□□□□□□ □□□ ?

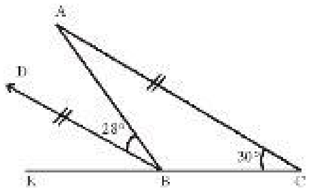
(ii) □□□□□□ □□□□□□□□ □□□ ?

4. □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ l □□ m □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ t □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ <1 = 30°, □□□□ □□□□□□ 2, 3, 4, 5, 6, 7 □□ 8 □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□



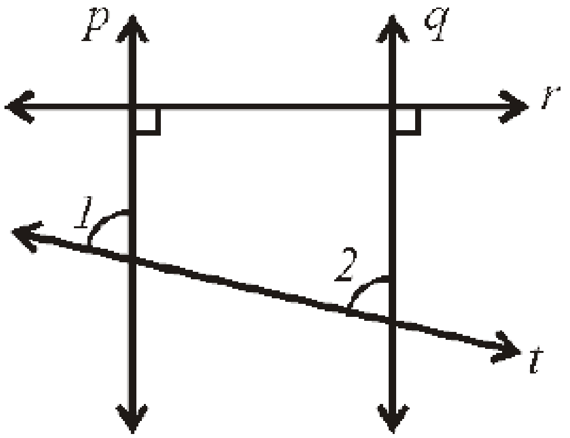
□□□□□ - 9

5. □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ ABC □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ BD □□□□□ AC □□ □□□□□□□□ □□,<ACB = 30° □□□□ < ABD = 28°, <ABC, <DBK □□ , <BAC □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□



□□□□□ - 10

6. □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ $r \perp p$,□□□□ $r \perp q$



 - 11

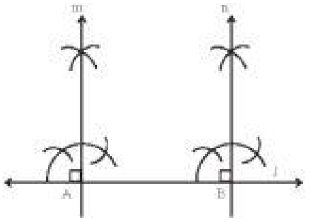
(i) ‡‹ $p \parallel q$? ‡‹ ?

(ii) $p \parallel q$ <1 = 63° <2
 ?

9.1.2

, ,
‡‹   é   ?
 :

  l é   A B A B   l   m n é



 - 12

     é l   -   m n é   A B   A B   ‡‹

चित्र की संख्या	∠A	∠B	∠A - ∠B
1.			
2.			
3.			

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ <A - <B□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□ □□ü□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ <A = <B □□□□□□ <A □□ <B □□□□ □□□ □□□ □□: □□□□□□ m □□ n □□□□□□ □□□□□□□□ □□□|

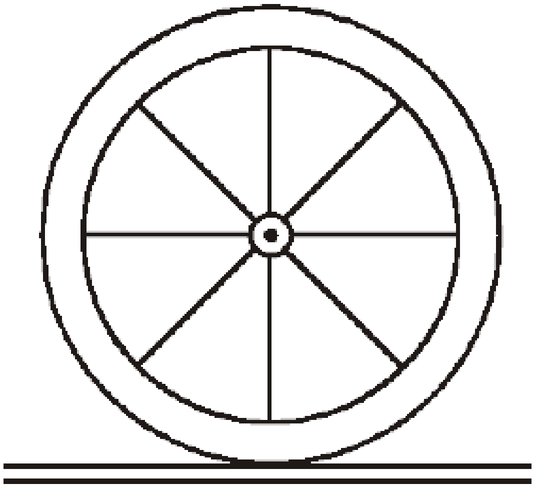
□□□: □□□□ l □□ □□□□ □□ □□□□□□ P □□ Q □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ l □□ □□□□ PA □□ QB □□é□□□□ □□□□□<A □□ <B □□ □□□ □□ □□□□□ □□ ‡‹□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□ ? □□□ A □□ B □□□ ‡‹□□ □□□□□□□□ □□ ?

□□□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□□| □□: □□□□□□ m □□ n □□□□□□ □□□□□□□□ □□□|

□□**:** □□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□|

□□□□□, □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□

□□□□□ 14 □□□ $l \parallel m$ □□ $m \parallel n$ □□□ <1 = 65°, □□ <2 □□□□□ □□□□□ ?



□□□□□ **14**

□□□□□ □□□ $l \parallel m$ □□ $m \parallel n$,□□

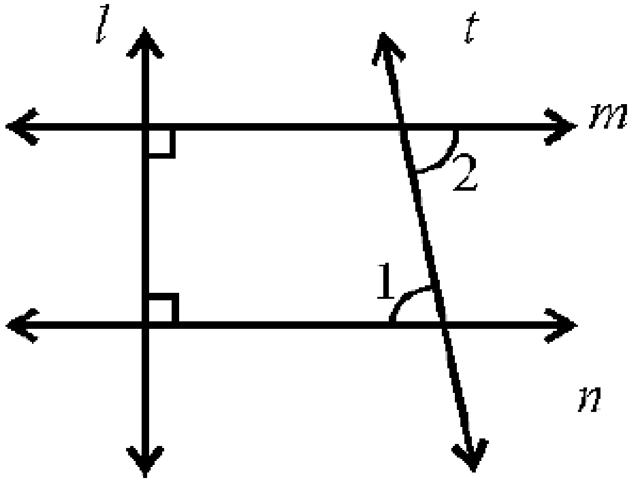
$l \parallel n$ (‡‹□□□)

<2 = <1 = 65° (□□□□ □□□□□)

□□□ □□ □□□□□

□□□□□□□□□□ □□□□□ 15 □□□ $m \perp l, n \perp l$ □□ □□□□□□ □□□□ t, □□□□ n □□ m □□ □□□ ‰□Š□□: <1 □□ <2 □□□□□ □□□, □□□

< 1 = 80° □□ <2 □□□□□ □□□□□□



□□□□□ 15

$m \perp l$,□□□ $n \perp l$ (□□□□ □□)

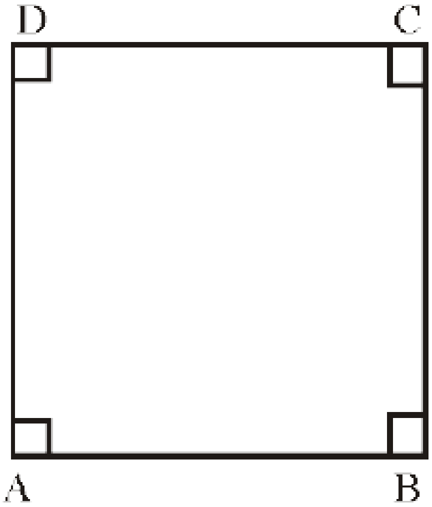
$m \parallel n$ (□□□□ □□□□□)

<2 =<1 = 80° (‡‹□□□)

□□□□□□ 9 (b)

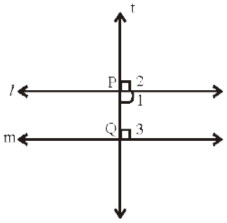
1.□□□□□-16 □□□ □□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□| □□□□□□□

□□□□□ □□ AB|| CD □□ AD ||BC



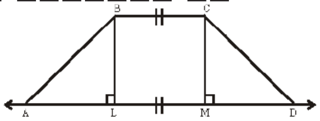
□□□□□ -16

2. □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ l □□ m □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ t □□□□□□□□□□ P □□ Q □□ □□□□□□ □□□□| □□□□ <2 = <3 = 90° □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ l □□ m □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□| <1 + <3 □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ ?



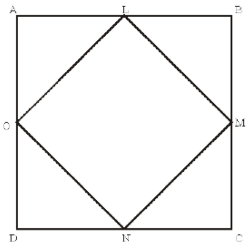
□□□□□ -17

3. ABCD □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ AD ||BC □□□□ □□□□□ □□□□ BL □□ CM □□□□□ AD □□ □□□□□ □□□□| □□□□□□□□ □□ BL || CM□ □□□□ BC = BL □□ □□□□□□□□ □□ BCML □□ □□□□□ □□□□



□□□□□ -18

4. ABCD □□ □□□□□ □□ □□□□ L, M, N □□ O ‰□Š□□: □□□□□□□□ AB, BC, CD □□□□ DA □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□| □□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □‡ðŠ□□ LMNO □□ □□ □□□□□ □□□□



□□□□□ -19

5. □□□□□□□□ ABC □□□ □□□ B □□ □□□□□□ □□□ M □□□□ AC □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□ M □□ AB □□ ML □□□ □□é□□ □□□ □□□ □□□ MN □□□□ BC □□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □‡ðŠ□□ LMNB □□ □□□ □□□

6. □□□□□□□□ □□□□□□ □□□ $l \parallel m$, $p \perp m$ □□ $p \perp n$

(i) ‡‹□□ $m \parallel n$? ‡‹□□□ ?

(ii) ‡‹□□ $l \parallel n$? ‡‹□□□ ?

(iii) ‡‹□□ $p \perp l$? ‡‹□□□ ?

9.2 □□□□□□□

9.2.1 □□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□‡‹□ □□□□□ ,

□□□□□□, □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□

1. ‡‹□□ □□□□□ □□□ AB = 4 □□□□□ □□é□ □□ □□ □□ □□□ □□□□□□□ C □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□, □□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□ ?

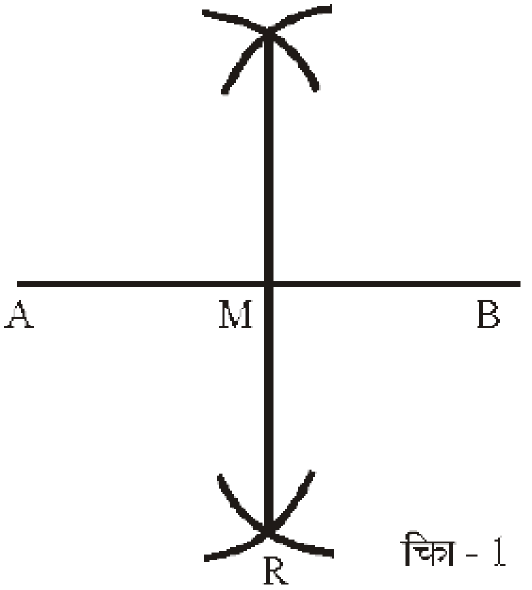
2. ‡‹□□ □□□□□ □□□ AB = 4.7 □□□□□ □□é□□□, □□ □□ □□□ □□□□□□□ C □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□, □□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□ ?

3. ‡‹□□ □□□□□□□□□ AB = 7 □□□□□ □□é□□□ □□□ □□ú□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□ú□ □□□□□ □□□ ?

□□□ □□□□□□

□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ AB □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ M □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□ □□□□□□□□ AM = MB □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□ M

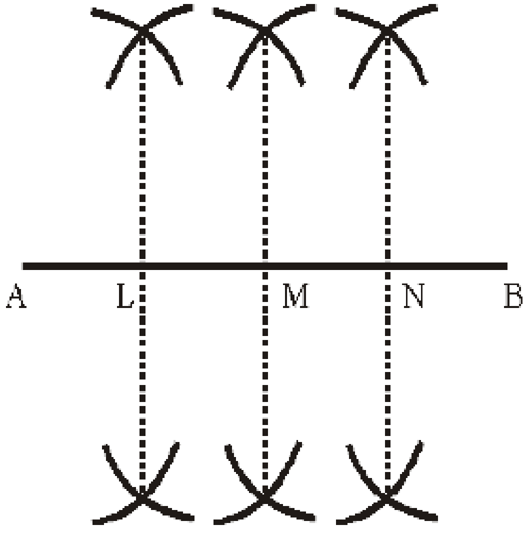
□□□□□□□□ AB □□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□‡‹□ □□□□□ □□□□



चित्र - 1

□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ - 2 □□ □□□□□□□ □□□□□□□ L, M □□ N □□□□□ □□□□ AB □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□‡‹□ □□□□□ □□□□| □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ 2, 22, 23,□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□‡‹□ □□ □□□□□ □□□□|

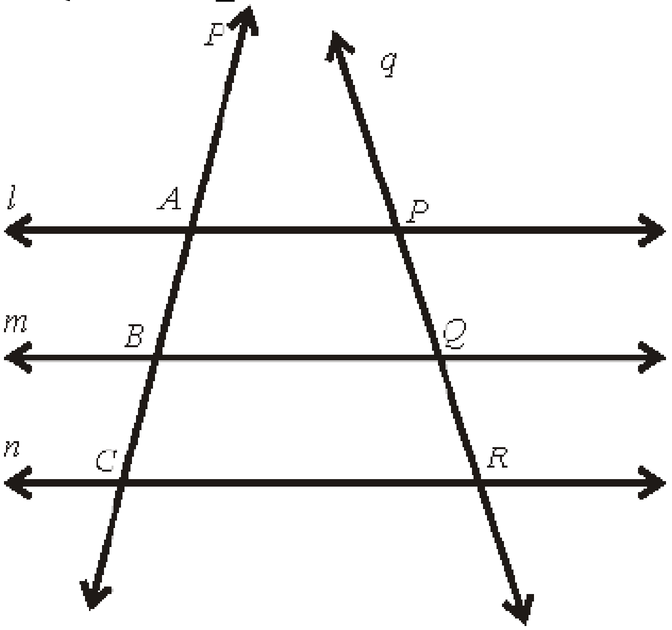
□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ú□, □□, □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ ‡õŠ□□ □□□□‡‹□ □□ □□□□□ □□□□ ?

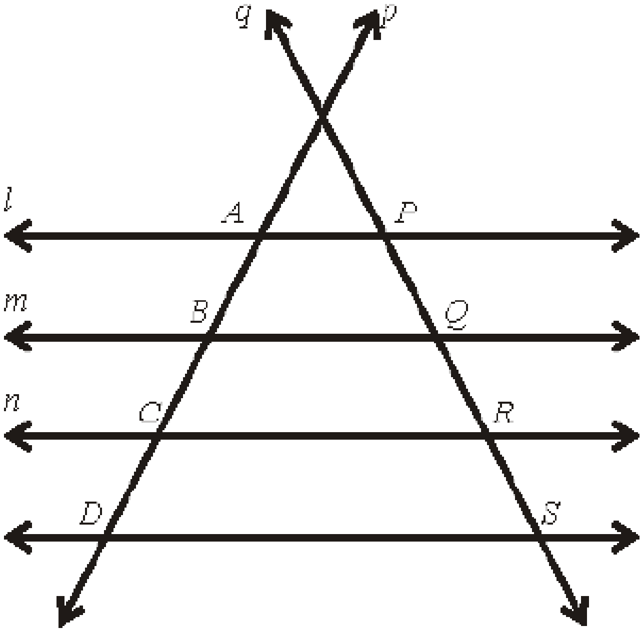


□□□□□□ - 2

□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ l, m □□ n □□é□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□ - 3 □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ p □□ q □□é□□□□□ □□□□ □□□□□: □□□□ AB = BC □□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□:□□□□ PQ = QR□ □□□□ □□□□□□□

□□□□□□ - 4 □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□ AB = BC = CD, □□ PQ = QR = RS□





9.2.2 □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ú□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□‡‹□ □□□□□

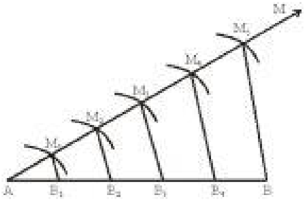
□□□□ó□ - 1

□□□□□□□□□ AB □□ □□ú□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□‡‹□ □□□□□□

□□□□□□ □□ : □□□□□□□□□ AB

□□□□□ □□□□□ □□ : □□□□□ □□□□ AB □□ □□ú□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□‡‹□ □□□□□□

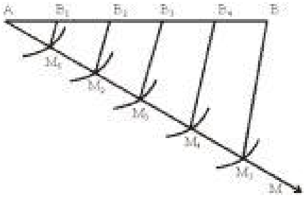
□□□□□ □□ □□□□ :



1. □□□□ AB □□ □□□□□□ A □□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□ □□ □□□□ □□ □□ (□□□□□□□□□□□) □□ □□□□ AM □□é□□□□

2. □□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□ AM □□□ A □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□ú□ □□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ AM1, M1M2, M2M3, M3M4 □□□ M4M5 □□ □□□□□□□ □□□□□□□

3. □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ M5 □□ B □□ □□□□□□□□



4. M5 B □□ □□□□□□□ M4, M3, M2, □□□ M1 □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□é□□□ □□ AB □□ ‰□ Š□□: □□□□□□□□□ B4, B3, B2 □□□ B1 □□ □□□□□ □□□|

□□□□□□ B1, B2, B3 □□□ B4 □□□□□□□ AB □□ □□ú□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□□‡‹□ □□□□ □□□|

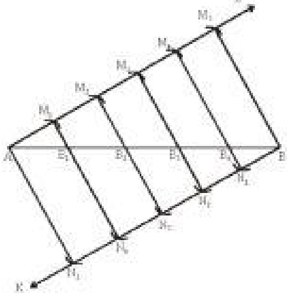
□□□□□□□ : □□□□□□□□ □□□□□□□ AB1, B1B2, B2B3, B3B4 □□□ B4B □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□

AB1= B1B2= B2B3= B3B4= B4B

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□|

□õ□□□□□□ □□□□

□□□□□□□ AB □□ □□ú□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□□‡‹□ □□□□□ □□□□ □□ □□□:



1. □□□□□□□ AB □□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ A, □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□ AL □□é□□□□

2. □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ B □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ AL □□ □□□□□□□□ □□□□□ BK □□é□□□□

3. □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ AL □□□□□ □□ □□ú□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ AM1, M1M2, M2M3, M3M4, M4M5 □□ □□□□□□□ □□ □□□□|

4. □□□□ □□□□□□□ □□□□□ BK □□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□ú□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ BN1, N1N2, N2N3, N3N4, N4N5 □□ □□□□□□□ □□ □□□□|

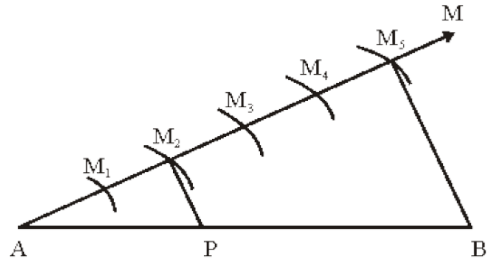
5. □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ M5□□ B □□ □□□□ N5 □□ A □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ M4 □□ N1 □□ M3 □□ N2 □□ M2□□ N3□□ □□□□ M1 □□ N4 □□ □□□□□ □□□□□□□

6. □□ □□□□□□□, □□□□□ □□□□ AB □□ ‰□Š□□: □□□□ □□□□□□□□□□ B4, B3, B2 □□□□ B1 □□□□□ □□□□□□ □□□□|

□□ □□□□□□□ □□□□□□□ B1, B2, B3, □□□□ B4 □□□□□□□□ AB □□ □□ú□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□‡‹□□□□□ □□□□|

□□□ó□ 2

9.2.3 □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□‡‹□ □□□□□



□□□□□□ □□ : □□□□□ □□□□ AB

□□□□□ □□□□□ □□ : □□□□□□□□ AB □□ 2 □□ 3 □□ □□□□□□□ □□□□ □□□‡‹□ □□□□□□

□□□□□ □□ □□□□ **:**

1. □□□□□□□□ AB □□ □□□□□□□ A □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ AM □□é□□□□

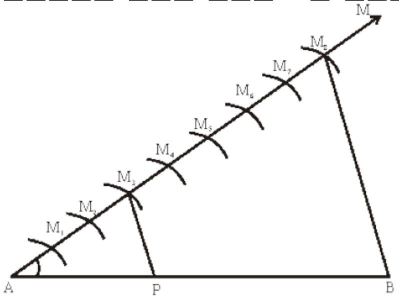
2. □□□□□□□□ □□□□ 2 □□ 3 □□ □□□□ 5 □□ □□□□□□ □□□□□ AM □□□□ A □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ú□ □□□□□ □□□□□ □□□□ AM1, M1M2, M2M3, M3M4 □□□□ M4M5 □□□□□□□□ □□□□□□□

3. □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ B □□ □□□□□□□□

4. M5B M2   M2P é   AB P

  P AB 2 : 3 ‡‹

 1 :   6.4   é , úô   ‡‹



   :

1. AB = 6.4 é

2.   A   AL é

3.   AL ú   AM1, M1M2, M2M3, M3M4 M4M5

4. M5 B

5. M4, M3, M2 M1 BM5   é   AB ‰Š: F, E, D C |

   C, D, E F   AB ú   ‡‹ |

 2 :   8   é 3 : 5 ‡‹

   :

1.   AB = 8 é

2.   A   AM é

3.   3 : 5 ‡‹   :   3 + 5 = 8   AM A

 M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7 M8

4.   M8   B

5. M8 B   M3 M3P é AB P   P   AB 3 : 5 ‡‹

□□□ : □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ 1 □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□

□□□□□□□□□□□ 9 (c)

1. 10 □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ AB □□é□ □□ □□□□□ □□ú□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□‡‹□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ú□□□□□

2. □□ 8 □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ 2 : 3 ke□s □□□□□□□ □□□□ □□□□‡‹□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ 2 : 3 □□□

3. 8 □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ AB □□é□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ A □□ □□ □□□□□□□□□ □□3 /5□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

4. 8.4 □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ AB □□é□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ P □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ AP=2/5 AB

□□□□□□ 9 (a)

3. (i) □□□ (ii) □□□ 4. <2,,<4,<6 □□<8 = 1500 ; <3, <5 □□ <7 = 30°

5. <ABC = 122°, <DBK = 30°, <BAC = 28° ,6 (i) □□□,

$p \parallel q$ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ (ii) <2=63°

□□□□□□ 9 (b)

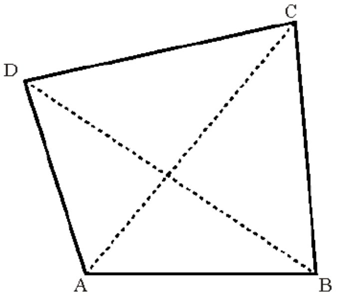
2. 180^0

□□□□ - 10 □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□

- □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ :
- □□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□
- □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□
- □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□
- □□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□
- □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□

10.1 □□□□□□□

□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □‡ðŠ□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□, □□□□□□□□□, □ð□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□| □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□| □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□



[illegible]

1. [illegible] A, B, C, D [illegible]
[illegible]

क्रम संख्या	चतुर्भुज ABCD के अंग	चतुर्भुज ABCD के अंगों के नाम
(i)	चार शीर्ष	A, B, ..
(ii)	चार भुजाएँ	AB, ...
(iii)	चार कोण	.., B, C और D......
(iv)	संलग्न भुजाएँ	AB और AD, ...
(v)	विकर्ण	AC और ....
(vi)	सम्मुख कोण	A और C, ...
(vii)	सम्मुख भुजाएँ	भुजा AB की सम्मुख भुजा DC, AD की सम्मुख भुजा...

2. [illegible] ‡‹ [illegible] -

[illegible], [illegible]|

[illegible], [illegible]

1. ‡‹ [illegible] ?

2. ‡‹ [illegible] ?

3. ‡‹ [illegible] ?

[illegible]=[illegible]

[illegible]

(i) [illegible]|

(ii) [illegible] õ [illegible]|

(iii) [illegible] õ [illegible]|

(iv) □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□|

(v) □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□|

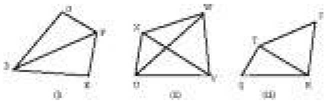
(vi) □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□: □□□□□□ □□ □□□□ 360° □□□□□ □□□□

(vii) □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□|

(viii) □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□|

,□□□□□□ 10 (a)

1. □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ ‰□Š□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□, □□□□□ô, □□□□□□ □õ□ □□□□□□ó□ □□ □□□□ □□□□□□□



2 .□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ ‰□Š□□: 75^0, 95^0 ,□□110^0 □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□

3.□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ 60^0 □□□□ 120^0 □□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□, □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□

4.□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □‡ðŠ□□□□□□ □□é□□□ :

(i) □□□□□□□□ (ii) □□□□□□ □□□□□□□□□□ (iii) □□□□□ □□□□□□□□□□ (iv)□□□□□ (kite)

10.2 □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ ,□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□

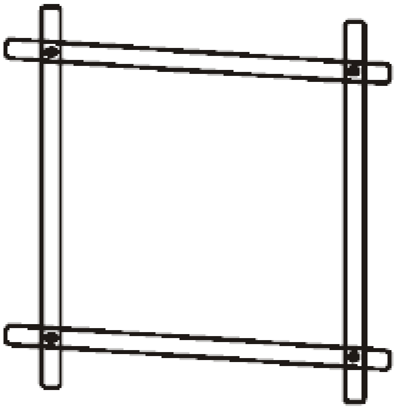
□□□□□□□ - 1 □□□□□□□ - 2

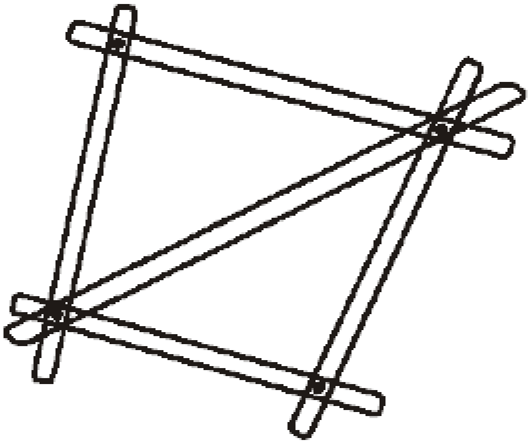
□□□□□□□□ □□□□□□□

□□ü□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□á□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□á□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ü□□□ □□ü□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □‡ðŠ□□ □□ □□□□□□ ,□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□ □‡ðŠ□□ □□□□ :

□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ - 1 □□□□

□□□□□□□□ □□□ □□□





□□□□□□ - 1 □□□□□□ - 2

□□ □□□□□□□é □□ □□□á□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□é□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□: □□□□□ □□□□ □□□á□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□| □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□é □□□□□ □□□□

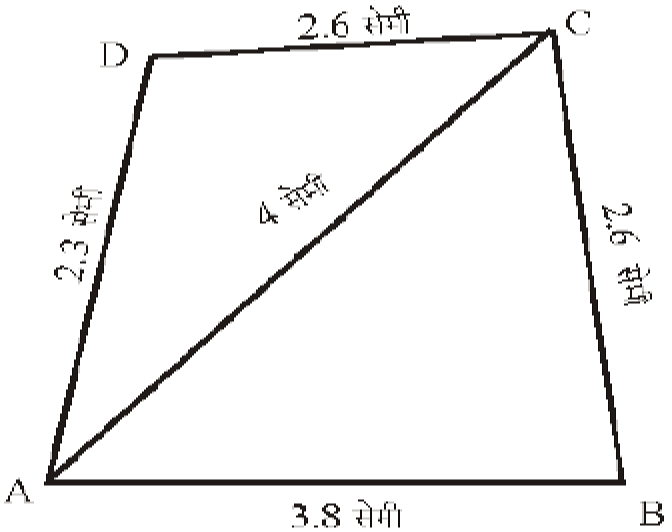
□□ □□□□□-□□□□□□ □□ □□□□□□□é □□ □□□□□□ □□ □□□ ,□□□□□á□□ □□ □□□□ü□□□□ ‡‹□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □‡ðŠ□□ □□ □□□□

□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □‡ðŠ□□ □□ □□□□ □□:

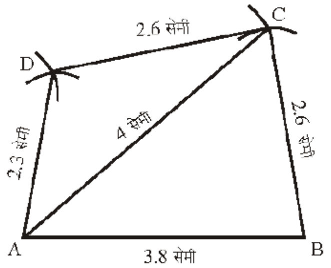
□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□‡‹□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□

□□□□□□□ : □□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ AB = 3.8□□□□□, BC = 2.6 □□□□□, CD = 2.6 □□□□□, AD = 2.3 □□□□□ ,□□□□□□□□□ AC = 4.0 □□□□□ □□□□

□□□□□□□□□ : - □□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□□ □□□□□□ (□□Š □□□□□□) □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ AC □□é□□□□□ □□□□□□□□□ □□é □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□□□ Δ ADC □□ ΔABC □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□| □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□



□□□□



(i). AB = 3.8 □□□□ □□ □□□□□□□□ □□é□□□□

(ii). □□□□□□□ B □□ 2.6 □□□□ □□ □□□□ ,□□□□□□□□□ A □□ 4 □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□

(iii). □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ C □□□□□□□ □□□□□ AC ,□□BC □□é□□□□□

(iv). □□□□□□□ A □□ 2.3 □□□□□ □□ □□□□ ,□□□□□□□□□ C □□ 2.6 □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ ,□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ D □□□□□□□

(v). □□□□□ AD ,□□CD □□é□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ ABCD □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□

□□□□□□□ 10 (b)

1. □□ □□□□□□□□□□ ABCD □□□□□□, □□ □□ AB = 4.0 □□□□□, BC = 6.0 □□□□□, CD = DA = 5.2 □□□□□ ,□□AC = 8 □□□□□□□

2. □□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ AB = 4.4 □□□□□, BC = 4 □□□□□, CD = 6.4 □□□□□, DA = 2.8 □□□□□ ,□□BD = 6.6 □□□□□, AC □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

3. □□ □□□□□□□□□□ PQRS □□□□□□, □□□□ú PQ = 3 □□□□□, QR = 5

□□□□□, QS = 5 □□□□□, PS = 4 □□□□□ ,□□SR = 4 □□□□□□ PR □□ □□□□□□

4. □□ □□□□□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□, □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ 4.5 □□□□□ ,□□□□□ □□□□□□□□ 6.0 □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□

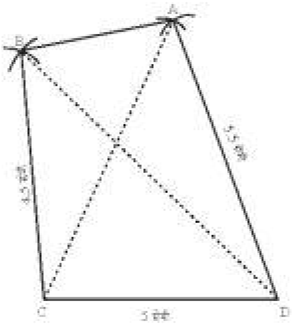
5. □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□, □□□□ú AB = 3.6 □□□□□, BC = 4.2 □□□□□ ,□□AC = 6.5 □□□□□ ,□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□

□□□□□□□□□□ □□ □□□□□, □□ □□ □□□□ □□□□□□□ ,□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□ :

□□□□□□□ : □□ □□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□, □□□□□□ □□□□□ BC = 4.5 □□□□□, CA = AD = 5.5 □□□□□, CD = 5 □□□□□ ,□□BD = 7 □□□□□ □□□□

□□□□□□□□□ : □□Š □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ ADC ,□□□□□□□□□□ BDC □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ A ,□□B □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□é □□, ‡‹□□□ ?

□□□□□ :



(i) CD = 5.0 □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□é□□□□□

(ii) □□□□□□□ C □□ CB = 4.5 □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□é□□□□□

(iii) □□□□□□□ D □□ DB = 7.0 □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□

B □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

(iv) □□□□□□□ C □□ □□□□□□□□□ CA = 5.5 □□□□ □□ CD □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ B □□, □□□: □□□ □□□□□□□

(v) □□□□□□□ D □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□ DA = 5.5 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□ (iv) □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ A □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□

(vi) DA, AB ,□□BC □□□□□□□□ ABCD □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□

□□□□□□□ **10 (c)**

1. □□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□, □□□□□ AB = 3.8 □□□□□, BC = 3 □□□□□, AD = 2.3 □□□□□, AC = 4.5 □□□□□ ,□□BD = 3.8 □□□□□□ CD □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

2. □□□□□□□□□ ABCD □□□□□□, □□□□□□□ BC = 7.5 □□□□□, AC = AD = 6 □□□□□, CD = 5 □□□□□ ,□□BD = 10 □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

3. □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□ 4.4 □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ ‰□Š□□: 5.6 □□□□□ ,□□7.0 □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□

(□□□□□□ - □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□|)

4. □□ □□□□□□□□□ ABCD □□□□□□, □□□□□□□ AB = 3.0 □□□□□, CD = 3.0 □□□□□, DA = 7.5 □□□□□, AC = 8.0 □□□□□ ,□□BD = 5.5 □□□□□

5. □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ 6.4 □□□□□ □□□□

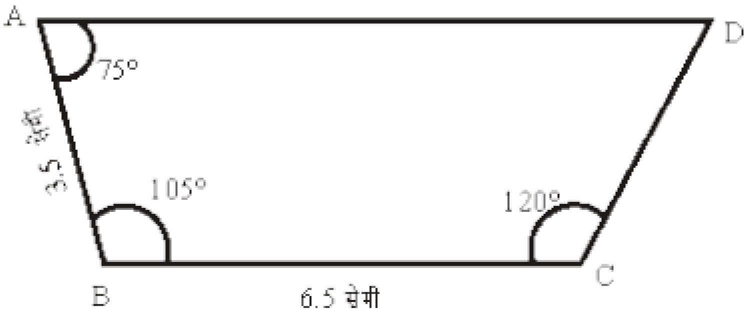
(□□□□□□ - □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□|)

10.4 □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ ,□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□

□□□□□□□ : □□ □□□□□□□□□ ABCD □□□□□□ □□□ú AB = 3.5 □□□□□, BC = 6.5 □□□□□, <B = 105°, <A = 75° □□ < C = 120°

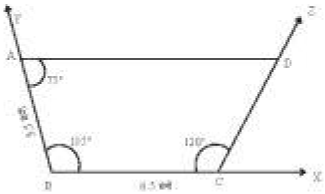
□□□□□□□□□ **:** □□Š □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ BC = 6.5 □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ B □□ 1050 ,□□C □□ 1200 □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□é□□ ,□□105° □□ □□□□ □□□□□□

[illegible] 3.5 [illegible] A [illegible] 75° [illegible] 120° [illegible] D [illegible] ABCD [illegible]



[illegible]

[illegible] :



1. [illegible] <XBY = 105° [illegible]
2. [illegible] B [illegible] AB = 3.5 [illegible] BY [illegible] A [illegible]
3. [illegible] B [illegible] BC = 6.5 [illegible] BX [illegible] C [illegible]
4. [illegible] C [illegible] CZ [illegible] <ZCB = 120°
5. [illegible] A [illegible] AD [illegible] <DAB = 75° , [illegible] AD [illegible], CZ [illegible] D [illegible] ABCD [illegible]

[illegible]

[illegible] ABCD [illegible] AB = 3.5 [illegible], BC = 5 [illegible], <A = 80°, <B = 105° [illegible] <D =85°

[illegible] **10 (d)**

1. [illegible] ABCD [illegible], AB = 5.5 [illegible], BC = 3.7 [illegible], <A = 60°, <B = 105° [illegible] <D = 90°
2. [illegible] 4.5 [illegible] , [illegible] 6

□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ô □□ □□□□□□

3. □□□□□□□□□□ PQRS □□ □□□□□ □□□□□□, □□□□□□□ PQ = 3.5 □□□□□, QR = 6.5 □□□□□, <P = <R = 105° □□ < S = 75°

(□□□□□□□ - <Q = 360° - (105° + 105° + 75°) = 75°)

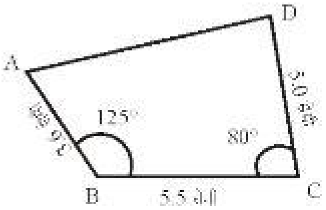
4. □□ □□□□□□□□□□ ABCD □□□□□□ □□ □□ BC = 5.5 □□□□□, CD = 4.1 □□□□□, <A = 70°,

<B = 110° □□ <D = 85° AB ,□□DA □□ □□□□□□

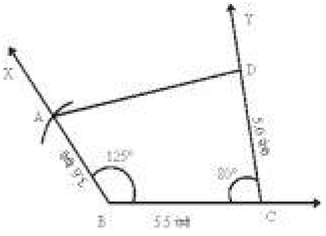
10.5 □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□□ ,□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□

□□□□□□□ : □□ □□□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□ □□□□□□, □□ □□ AB = 3.6 □□□□□, BC = 5.5 □□□□□, CD = 5.0 □□□□□, < B = 1250 □□< C = 800

□□□□□□□□□ : □□Š □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ BC = 5.5 □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ B ,□□C □□ ‰□Š□□: 125° ,□□80°□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□ ‰□Š□□: 3.6 □□□□□ ,□□5.0 □□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□



□□□□□ :



(i) ã□□□□□□□□□□□□ BC = 5.5 □□□□□ □□□□□□□□

(ii) □□□□□□□ B □□ □□ □□□□□ BX □□ □□□□□□□ □□é□□□ □□ <XBC = 1250

(iii) □□□□□□□ C □□ □□ □□□□□ CY □□ □□□□□□□ □□é□□□ □□ <YCB

= 800 □□□ □□□□□□ X ,□□Y □□□□ BC □□ □□ □□ □□ □□□□

(iv) □□□□□□□ B □□ □□□□□□□□ AB = 3.6 □□□□ □□ □□ □□□ □□é□□□ □□ □□□□ BX □□ A □□ □□□□□

(v) □□□□□□□ C □□ □□□□□□□□ CD = 5.0 □□□□ □□ □□ □□□ □□□ □□é□□□ □□ CY □□ D □□ □□□□□

(vi) AD □□ □□□□□□□ ABCD □□□□□□ □□□□□□□□ □□□

□□□□□□ 10 (e)

1. □□ □□□□□□□□□ ABCD □□□□□, □□□□ AB = 4.2 □□□□, BC = 3.6 □□□□, CD = 4.8 □□□□, <B = 30° □□ <C = 150° □□□□ AD □□□□

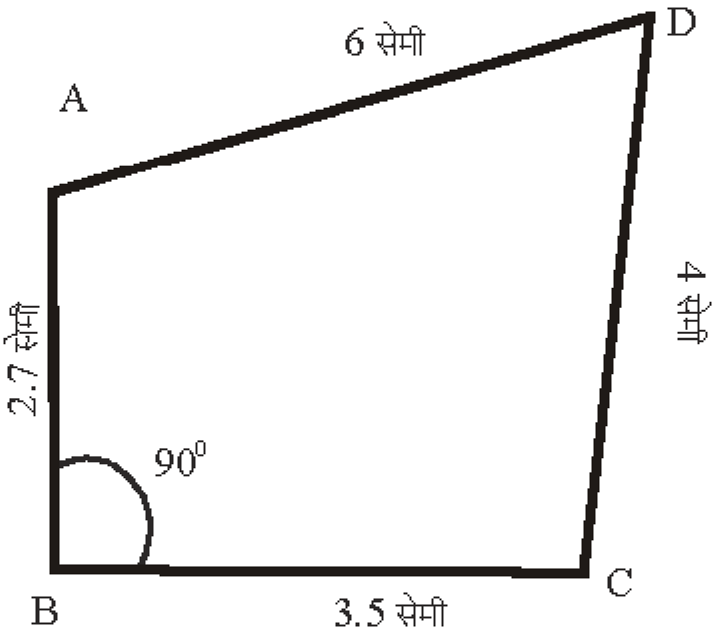
2. □□□□□□□□ PQRS □□□□□ □□□□□□ PQ = 3.5 □□□□, QR = 2.5 □□□□, RS = 4.1 □□□□ <Q = 750, <R = 120° □□□□ RS □□□□

3. □□□□□□□□ ABCD □□□□□ □□□□□□ AB = BC = 3 □□□□, AD = 5 □□□□, <A = 90°, <B= 105°

4. □□ □□□□□□□□□ PQRS □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ <Q = 1350, <R = 900, QR = 5 □□□□, PQ = 9 □□□□ ,□□RS = 7 □□□□□

10.6 □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ ,□□□□ □□□ □□□□ □□

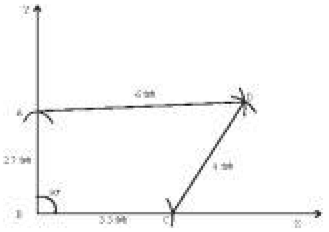
□□□□□□ : □□□□□□□□ ABCD □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ AB = 2.7 □□□□, BC = 3.5 □□□□, CD = 4 □□□□, AD = 6 □□□□ □□ <B = 90°



रफ चित्र

□□□□□□□□□ - □□Š □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□

□□□□□ :



1. □□□□□□□□□□□□□ <XBY = 90° □□□□□□□

2. □□□□□□□□ B □□ BA = 2.7 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□, □□ BY □□ A □□ □□□□□□

3. □□□□□□□□ B □□ BC = 3.5 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ BX □□ C □□ □□□□□□

4. □□□□□□□□ A □□ AD = 6 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ AB □□ □□ □□ □□é□□□ □□□□ □□ C □□□

5. □□□□□□□□ C □□ CD = 4 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□é□□□ □□ □□ 4 □□ □□□□ □□ D □□ □□□□□□

6. AD ,□□CD □□ □□□□□□□□ ABCD □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□

□□□□□□□ 10 (f)

1. [illegible] ABCD [illegible] AB = BC = 3 [illegible], AD = CD = 5 [illegible] <ABC = 120° [illegible]

2. [illegible] ABCD [illegible], [illegible] AB = 2.8 [illegible], BC = 3.1 [illegible], CD = 2.6 [illegible], DA = 3.3 [illegible] <A = 60° [illegible]

3. [illegible], [illegible] 4.2 [illegible] ,[illegible]2.5 [illegible]

4. [illegible] 750 [illegible] 5.2 [illegible]

5. [illegible], [illegible] 5.0 [illegible]

[illegible] **- 10**

1. [illegible] ABCD [illegible]

(i) AB = 2.5 [illegible], BC = 7.5 [illegible], CD = 10 [illegible], DA = 7.5 [illegible],BD = 6.5 [illegible]

(ii) AB = 4 [illegible], BC = 3 [illegible], CD = 6 [illegible], <B = 1350, <C = 60°

(iii) BC = 4 [illegible], <C = 120°, CD = 5 [illegible], <BDA = 26°,<A = 64°

2. [illegible] ABCD [illegible], [illegible] 4 [illegible] AC [illegible]

3. [illegible] ABCD [illegible] AB = 4 [illegible] ,[illegible]AC = 6 [illegible] AD [illegible]

4. [illegible] ABCD [illegible] 5.8 [illegible], 6.2 [illegible] 7.3 [illegible]

5. [illegible] ABCD [illegible], [illegible] AB = 5 [illegible], AC = 6 [illegible] < BAD [illegible]

6. [illegible] ABCD [illegible], [illegible] AB = 4.1 [illegible], BC = 4.5 [illegible], CD = 3 [illegible], AD = 3.7 [illegible] AC = 4.2 [illegible]

7. [illegible]:[illegible] 1080 [illegible]

(i) 5 (ii) 6 (iii) 7 (iv) 8

([illegible].[illegible].[illegible].. 2007)

[illegible] ,[illegible] :-

□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□ (2n-3) □□□□□□□□□
□ú□ü□□ □□□□□□ □□□□ □□□, □□□ú n □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□, □□□□□□□□ ,□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□ ‰□Š□□: □□□□□ □□□□□□□□□ □ú□ü□□ □□□□□ □□□□ □□□□ ?

□□□□ ‡‹□□ □□□□□ □□ ?

□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□ :-

(i) □□□ □□□□□□□ ,□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□

(ii) □□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□

(iii) □□ □□□□□□□ □□□□□□□ ,□□□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□

(iv) □□□ □□□□□□□ ,□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□

(v) □□□ □□□□□□□ ,□□□□ □□□ □□□□□ □□□

□□□□□ □□□□

□□□□□□ 10 (a)

1.(i) □□□□□□ DE, EF, FG □□□ GD; □□□□□ D, E, F □□□ G; □□□ <D, <E, <F □□□ <G; □□□□□□ DF (ii) □□□□□□ UV, VW, WX □□□ XU; □□□□□ U, V, W □□□ X □□□ <U, <V, <W □□□<X □□□□□□ UW □□□ VX (iii) □□□□□□ QR, RS, ST □□□ TQ; □□□□□ Q, R, S □□□ T □□□ <Q, <R, <S □□□ <T; □□□□□□ QS □□□ RT 2. 80° 3.90° □□□ 90°

□□□□□□ 10 (f)

3. 4.9 □□□□

□□□□□□ □□□□□□ 10

2. 5.7 □□□□, 7.(i) 5,

[illegible] - 11[illegible]

[illegible]=[illegible] ([illegible] 3 [illegible])

([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

[illegible] [illegible]=[illegible]

11.1 [illegible]

[illegible]=[illegible]

[illegible], [illegible] ([illegible], [illegible]) [illegible], [illegible] ([illegible], [illegible]) [illegible], [illegible]

□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□=□□□□□ □□□□□□ □□□□□□

11.2 □□□□□□=□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□

□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□=□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□â□□ □□□□□ □□□

□□ □□□□□□ □□□ □□ :

1. A = P $\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$

□□□□□ P= □□□□□□, r= ³ □□□□□□ □□ □□ □□□ □ =□□□ □□□

A= □□□□□□=□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□

2. n □□□□□ □□ □□□□□□=□□□□□ □□□□□□=□□□□□□=□□□□□ □□□□□□□□ - □□□□□□

= P $\left\{\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}-1\right\}$

□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□, □□□□□□□□, □□□□□□, □□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□

□□□□□□□ 1. □□□□□□ 400 □□ 10%□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□ 2 □□□□□ □□ □□□□□□=□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

□□: □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ =□□□□□□ $\left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$

[illegible] = $400\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$

$= 400\left(\frac{11}{10}\right)^2$

$= 400 \times \frac{11 \times 11}{100}$

· ` 484

[illegible] = [illegible] = [illegible] - [illegible]

= ` 484 - ` 400

= ` 84

[illegible] :

1. ` 25,600 [illegible] 6.25³ [illegible] 2 [illegible]

2. [illegible] 10³ [illegible] 2 [illegible] ` 200 [illegible]

11.2.1 [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) ([illegible]) [illegible]

[illegible] -

[illegible] [illegible]â[illegible]

[illegible]

वार्षिक ब्याज दर	5%	8%	10%	12%	$12\frac{1}{2}\%$	20%
छमाही ब्याज दर	$\frac{5}{2}\% = 2\frac{1}{2}\%$	$\frac{8}{2}\% = 4\%$	$\frac{10}{2}\% = 5\%$	$\frac{12}{2}\% = 6\%$	$\frac{12\frac{1}{2}}{2}\% = 6\frac{1}{4}\%$	$\frac{20}{2}\% = 10\%$
तिमाही ब्याज दर	$\frac{5}{4}\% = 1\frac{1}{4}\%$	$\frac{8}{4}\% = 2\%$	$\frac{10}{4}\% = \frac{5}{2}\%$	$\frac{12}{4}\% = 3\%$	$\frac{25}{4\times2}\% = \frac{25}{8}\%$	$\frac{20}{4}\% = 5\%$

[illegible] :

(□□) 1 □□□□ □□□ 2 □□□□□□ □□□□ □□ 2 □□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□ 2 □□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□ □□□

(□□□□) □□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□ 4□□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□ 4□□□□□□ □□□□ □□□

□□□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ 2 □□ □□□□□

□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ :

□□ □□□□□ □□□ □□ :

□□ □□□□ 12 □□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□ 2 □□□□□□□□□□□□□ □□ 2 □□□□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ 1760.□□□□ □□□□ □□ 3 □□□□□ □□ 2□□□□ □□ 4□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□

□□ □□ □□□□ □□ 12 □□□ □□ 4□□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ 1 □□□□ =4□□□□□□

□□□□□ 1 □□□□ =2 □□□□□ = 4□□□□□□

□□□□□ 1 □□□□: □□□□□ : □□□□□□= 1 : 2 : 4

□□□□□□ □□□□□ :

- □q□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ :

- 5□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□ □

- 8 □□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□□□□□□□□â □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ :

1. □□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□ :

(□) □□□□□□ □□□ □□ □□ □□□□ □□□ 2 □□ □□□□ □□□□, □□□ □□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ । (□) □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ 2 □□ □□□ □□□□, □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ ।

2. □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□ □□ □□ :

(□) □□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□ □□□ 4□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□

(□) □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ 4□□ □□□ □□□□, □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ ।

□□□□□□□□□ □□□□ :

□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□, □□□□□ □□□□□, □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□□□□, □□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□, □□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ (□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□), □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ ।

□□□□□□ 2. ` 2000 □□ 10□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ 1 □□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□□=□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□ ।

□□ : □□□□□□□□□□□,

□□□□□ (□□) = ` 2000

□□ (r) = 10□□□□ □□□□□□□ = 5□□□□ □□□□□□□□□□ (□□□□□)

□□□ (□) = 1 □□□□ = 2 □□□□□

□□□□□□□=P$\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

= ` 2000 $\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

= ` 2000× $\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$

· ` 2205

[illegible]=[illegible] [illegible] =[illegible] - [illegible]

· ` 2205.00 - ` 2000

· ` 205.00205.00

[illegible] [illegible] :

` 1600 [illegible] 10[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 6 [illegible] [illegible] [illegible]=[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] 3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 8[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 6 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` 250 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

[illegible] : [illegible],

[illegible] = ` 250

r = 8[illegible] [illegible] = $\frac{8}{2}$% [illegible] ([illegible])

[illegible] = 1 [illegible] = 2 [illegible]

[illegible] · ` P$\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

= ` 250

= ` 250 $\left(1+\frac{1}{25}\right)^2$

= ` 250 ×

= `

= ` $\frac{1352}{5}$

= ` 270.40

[illegible]=[illegible] [illegible] · [illegible] - [illegible]

· ` 270.40 - ` 250.00

· ` 20.40

[illegible] 4. [illegible] [illegible] [illegible] ` 800 [illegible] [illegible] ` 926.10 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]=[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 10 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

[illegible] : [illegible], [illegible] = ` 800

A = ` 926.10

$r = 10$□□□□ □□□□□□□ = 5□□□□ □□□□□□□□□□□□ (□□□□□)

□ = ?

□□□□□□□ · \` $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

□□, $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ · □□□□□□□

□□□□□□□□□□□□, $800\left(1+\frac{5}{100}\right)^n$ · 926.10

□□] x · $\frac{926.10}{800}$

□□] $\left(\frac{21}{20}\right)^n = \frac{926.10}{800}$

[redacted]

$\left(\frac{21}{20}\right)^n = \left(\frac{21}{20}\right)^3$

□□□□□ 1889.□□□□

□□: □□□ =3 □□□□□ · $1\frac{1}{2}$ □□□□

□□□□□□ □□□□□ :

1. \` 2000 □□□□□ □□ 10^3 □□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ 1 □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□=□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□f□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□ 1 □□□□ □□ □□□□□=□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□? □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ ?

2. '□□□□□□□□□' □□ □□□□ □□□□□□□□ □□? 6 □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□? □□□□□□

□□□□□□ 5. □□□□ □□□□□ □□ □□ □□ \` 31250 □□ □□□□□□ 1899.□□□□ □□□□ □□□ \` 35152 □□ □□□□ □□, □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □

□□ : □□□□□□□□□□□, □□ = \` 31250

A = \` 35152

$n = 1\frac{1}{2}$ □□□□ =3 □□□□□

□□□□□□ □□ = r □□□□ □□□□□□□□□□ = $\frac{r}{2}$% □□□□□□ □□□□□□

A = P$\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

□□, P$\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ = A □□, P $\left(1+\frac{r}{2\times100}\right)^n$ = A , n □□□□□□ □□□□□ □□

□□□□□□□□□□□□□, 31250 $\left(1+\frac{r}{2\times100}\right)^3$ = ` 35152

□□, $\left(1+\frac{r}{2\times100}\right)^3$ = $\frac{35152}{31250}=\frac{17576}{15625}=\left(\frac{26}{25}\right)^3$

□□, $\left(1+\frac{r}{2\times100}\right)$ = $\left(\frac{26}{25}\right)$

□□, $\frac{r}{2\times100}$ = $\frac{26}{25}-1=\frac{1}{25}$

□□, r = $\frac{2\times100}{25}$

= 8

□□: □□□□□□ □□ =8□□□□ □□□□□□□□

□□□□□□□ **11 (a)**

1. □□□□□ □□ □□ 2 □□□□□ □□□□ □□□□□□=□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ ` 2400.00 □□□ 3 □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□

` 2520.00 □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□

(a) 6³ (□) 5³ (□□) 7.5³ (□) 10³

2. □□f□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ 8□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ :

(a) 5□□□□□ (□) 4□□□□□ (□□) 2□□□□□ (□) 1□□□□□

3. □□□□□ 2 □□□□□ A □□ □ □□□□ □□□□ □□□□□ A □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ :

□□□□□□ □□□□□ A □□□□□□□□ □□□□□ □

(a) □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ (□□) 5□□□□□

(□) 10□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ (N) 6

□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□

(□□) 3 □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ (□□) 4

(□) 1971.□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□f□ 5□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ (R) 1976.□□□□□□□□□

4. ` 100 [illegible] 10[illegible] [illegible] 2 [illegible]=[illegible] [illegible] ।

5. ` 500 [illegible] 15[illegible] [illegible]=[illegible] ?

6. [illegible] 12[illegible]=[illegible] f[illegible] ।

7. ` 2000 [illegible] 10[illegible] $1\frac{1}{2}$ [illegible]=[illegible], [illegible]f[illegible] ।

[illegible]. [illegible]·[illegible] ` [illegible] ` [illegible]?

[illegible]. ` [illegible],[illegible]·[illegible]

[illegible]. ` [illegible]·[illegible], [illegible] ।

[illegible]. ` [illegible]·[illegible]·[illegible] ।

[illegible]. [illegible] ` [illegible] ।[illegible]·[illegible] f[illegible] ?

[illegible]. [illegible] ` [illegible] ` [illegible] f[illegible]?

[illegible]·। [illegible]

[illegible], [illegible] '[illegible]' [illegible]

[illegible], [illegible], [illegible]
[illegible], [illegible]
[illegible]f[illegible]. [illegible]
[illegible].[illegible]^3 [illegible]
[illegible] A [illegible]
[illegible]

[illegible].[illegible]
[illegible].[illegible]
[illegible].[illegible]
[illegible]: A [illegible].[illegible]
[illegible]. [illegible]f[illegible] ?
[illegible]: [illegible] · [illegible] · [illegible]
[illegible] ([illegible]) · [illegible]
r ([illegible]) [illegible]
[illegible] A
A [illegible].[illegible]
[illegible]: A [illegible].[illegible]
[illegible].[illegible].[illegible]
[illegible]
[illegible]: [illegible],[illegible]
[illegible]. [illegible]
[illegible]
[illegible]: [illegible]
[illegible]
[illegible] A
[illegible] r

[illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]: A [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible], [illegible] [illegible]
[illegible], [illegible] [illegible]
[illegible], [illegible] [illegible]
[illegible], [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible]
[illegible] [illegible]
[illegible] r [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible],[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible],[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (r) [illegible] [illegible]
[illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] A
[illegible] A [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible],[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?
[illegible]:
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (r) [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (A) [illegible] [illegible]
[illegible] : A [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible]·[illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible]·[illegible]
[illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]·[illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible]â[illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible]) [illegible]

[illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] r^3 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] A [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] r [illegible] [illegible] [illegible] – r [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]·[illegible]
[illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]f[illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?
[illegible]: [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] ` [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] r[illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] -r[illegible]
[illegible] -[illegible]
[illegible]: r [illegible] -[illegible]
[illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` A
A [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]

[illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] ([illegible] [illegible] r [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]·[illegible]
[illegible]·[illegible]
[illegible] ` [illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible],[illegible] [illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] r[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] - r[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] : A [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] A [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] r[illegible] · [illegible]
[illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
A [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible], [illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible], [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible]·[illegible]
[illegible] [illegible]
[illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] r[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] - r[illegible]
[illegible] - r[illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]: r [illegible] -[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] -[illegible]
[illegible]: [illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] A [illegible] [illegible],
[illegible]a[illegible]·[illegible]
[illegible]·[illegible]

□ □□ □□□□.□□□□
□ □□□□ □□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□ □□□□.□□□□
□ □□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□□: □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □
□□□□□□ □□. □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□ ` □□□□□ □□□ □□□□□□ □□f□
□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□, □□
□□ □□□ □□ □ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ ?
□□: □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ (A) □ ` □□□□□
□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ (– r) · – □
□□□ □□□□ (□) □ □ □□□□
□□□ □□ □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ (□□) □□□□□ □□□□ □□□□ □□□
□□□□ □□□□□ A □ □□□□□□.□□□□□□
□□□□□ □ □□□□□□.□□□□
□ □□□□□□.□□□□
□□□□□ □□ □ □□□□.□□□□
□ □□□□□
□□: □ □□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□ □ ` □□□□□
□□□□□□□□ □□□□ :
□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ (□□) □ ` □□□□□
□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ (– r) □ – □
□ □□□□ □□□□□ □□ □□□ (□) □ -□
□□□ □□ □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ (A) □□□□□ □□□□ □□□□ □□ □
□□□□ □□□□□ A □ □□□□□□.□□□□□□
A □ □□□□□ □□□□.□□□□
□ □□□□□ □□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□ □□□□□ □□□□.□□□□
□ □□□□□
□□: □ □□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□ □ ` □□□□□
□ □□□□□□ □□□□□ :

[illegible]f[illegible]

[illegible]

[illegible]f[illegible]

[illegible] ` [illegible],[illegible]?

[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible] r [illegible], [illegible]

A [illegible].[illegible] A [illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible], [illegible]

A [illegible].[illegible] A [illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible] ([illegible])

[illegible]. [illegible]f[illegible], [illegible]?

[illegible]. [illegible]f[illegible], [illegible] ?

[illegible]. [illegible].[illegible]f[illegible] ?

[illegible]. [illegible]f[illegible] ?

[illegible]. [illegible],[illegible],[illegible]f[illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]

[illegible]. [illegible]?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] A [illegible] r [illegible] ?

[illegible]. [illegible]

[illegible]. [illegible] ?

[illegible] - [illegible]

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible],

[illegible] ।

[illegible]. [illegible]f[illegible] · [illegible], [illegible] · [illegible], [illegible] ·[illegible], [illegible] ।

[illegible] : [illegible] · [illegible] ।

[illegible]. [illegible]f[illegible].[illegible], [illegible], [illegible] ।

[illegible]. [illegible] [illegible]q[illegible], [illegible]

[illegible]. [illegible]³ [illegible]³ [illegible]

([illegible]) [illegible]³ ([illegible]) [illegible]³ ([illegible]) [illegible]³ ([illegible]) [illegible]³

[illegible]. [illegible]. [illegible]³ [illegible] । [illegible] ([illegible])
([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible]
([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible] [illegible]³ [illegible].[illegible] [illegible] : ([illegible]) ([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible].[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible]
([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible] [illegible],[illegible] [illegible]³ [illegible]f[illegible] [illegible]³ [illegible] :
([illegible]) ([illegible]) [illegible]. [illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible]
([illegible]) [illegible]. [illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible]

[illegible] ?

[illegible]. [illegible], r[illegible], [illegible], A [illegible], [illegible].[illegible]

[illegible]. [illegible], [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible], [illegible]

[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible]

[illegible]. [illegible]

[illegible]. [illegible]-[illegible]

[illegible]. [illegible].[illegible]

[illegible]. [illegible].[illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible] ½[illegible]

[illegible] (a)

[illegible]. ([illegible]); [illegible]. ([illegible]) [illegible]; [illegible]. (a) [illegible].[illegible]([illegible]), ([illegible]) [illegible].[illegible]([illegible]), ([illegible]) [illegible].[illegible](N), ([illegible]) [illegible].[illegible](R); [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible].[illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]

[illegible] ([illegible])

[illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] ; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] - [illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] [illegible], [illegible]. ([illegible]), [illegible]. [illegible]. [illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] [illegible]?

[illegible]. ` [illegible],[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. ` [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. ` [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] ` [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]f[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]?

[illegible]·[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] ‘[illegible] [illegible]’ [illegible], [illegible] [illegible], [illegible]

[illegible], [illegible]
[illegible] **f**[illegible]. [illegible]
[illegible].[illegible][3] [illegible] **A** [illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible]: **A** [illegible].[illegible]

[illegible]. [illegible] **f**[illegible] ?

[illegible]: [illegible] · [illegible] · [illegible]

[illegible] ([illegible]) · [illegible]

r ([illegible]) [illegible]

[illegible] **A**

A [illegible].[illegible]

[illegible]: **A** [illegible].[illegible]

[illegible].[illegible] [illegible].[illegible]

[illegible]

[illegible]: [illegible],[illegible]

[illegible]. [illegible]

[illegible]

[illegible]: [illegible]

[illegible]

[illegible] **A**

[illegible] **r**

[illegible]-[illegible]

[illegible]: **A** [illegible].[illegible], [illegible], [illegible].[illegible]

[illegible], [illegible].[illegible] [illegible]

[illegible], [illegible].[illegible] [illegible].[illegible]

[illegible], [illegible]
[illegible], [illegible]
[illegible], [illegible]-[illegible]
[illegible]
[illegible] **r** [illegible]
[illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] **f**[illegible] [illegible],[illegible] [illegible] **?**
[illegible]**:** [illegible] **(**[illegible]**)** [illegible],[illegible]
[illegible] **(r)** [illegible]
[illegible] **(**[illegible]**)** [illegible]
[illegible] **A**
[illegible] **A** [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]**:** [illegible],[illegible]
[illegible] [illegible]. [illegible] **f**[illegible] [illegible], [illegible] **?**
[illegible]**:**
[illegible] **(**[illegible]**)** [illegible]
[illegible] **(r)** [illegible]
[illegible] **(A)** [illegible]
[illegible] **: A** [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

□□□□□□□□ □□□□.□□□□

□□: □ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□.□.□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ (□□□□) □□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□

□□ □□□□□□ □□□□ □□□□-□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□-□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□, □□□□âââ□□, □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□, □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□ (□□□□□ □□ □□) □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□

□□f□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ ` □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ (□□□□□□□□□) □□ r^3 □□ □□ □ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ A □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□ r □□ □□□□□□ □□ – r □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□

□□□□□.□□□□□

□□□□□.□□□□□

□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□

□□□□□□□ □□. □□□□â□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□f□ □□□□â□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ ` □□□□□□ □□ □□ □ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□?

□□: □□□□â□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ (□□) □ ` □□□□□□

□□□□□□□□□ □□ □□ r□□□□□ □ □□□□□□□

□□: □□□□□□□ □□ □ -r□□□□□

□ -□□□□□□□

□□: r □ -□□

□□□□ (□) □ □ □□□□□

□□□□ □□□□□ □ □□□□□ □□□□ □□□□â□□ □□ □□□□□□ □ ` A

A □ □□ □□□□□.□□□□□

□ □□□□□□ □□□□□.□□□□□ (□□□□□□□□□ □□□□□ r □□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□) □ □□□□□□ □□□□□.□□□□□

□ □□□□□□ □□□□□.□□□□□

□ □□□□□□ □□□□□.□□□□□□□□□□.□□□□□

□□□□□.□□□□□

□ ` □□□□□
□□: □ □□□□ □□□□□□□□ □□□□â□□ □□ □□□□□□ ` □□,□□□ □□□□□□
□□□□□: □□□□□□□□□ □□□□ □□□ □□ □□□□ □□ □□ r□□□□ □□ □□□□□ □□
□□□□□□ □□ - r□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□
□□: □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□
□□□□ □□ : A □ □□ □□□□.□□□□
□□□□□□ □□. □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□
□□ □□ □□□ □□□ □□f□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□
□□, □□ □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □
□□: □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ A □ □□□□
□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□ r□□□□ · □□□□□
□□□ (□) □ □ □□□□
□□□ □□□□ □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □ □□
A □ □□ □□□□.□□□□
□□, □□□□ □ □□ □□□□.□□□□
□ □□ □□□□.□□□□
□□, □□ □□□□.□□□□
□□, □□□□□□□.□□□□
□ □□□□.□□□□
□ □□□□
□□: □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □
□□□□□□□□□ □□□□
□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □ □□□□
□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□ □ r□□□□
□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □ - r□□□□
□□□□□□□□□□□□ - r□□□□ □ □□□□□
□□: r □ -□
□□□ □ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □ □ -□
□□: □□f□ □ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ A □□ □□,
□□□□a□□□□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□ □□ □□□□.□□□□
□ □□□□ □□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□□□□.□□□□
□□□□.□□□□

□ □□□□□·□□□□□
□ □□□□□·□□□□□
□□□□□·□□□□□
□□: □ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □
□□□□□□□ □□. □□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□ ` □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□f□
□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□, □□ □□ □□□□ □□ □ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ ?
□□: □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ (A) □ ` □□□□□□
□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ (– r) · – □
□□□□ □□□□□ (□) □ □ □□□□□
□□□□ □□ □ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ (□□) □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□
□□□□□ □□□□□□ A □ □□□□□□□·□□□□□□□
□□□□□□ □ □□□□□□□·□□□□□
□ □□□□□□□·□□□□□
□□□□□□ □□ □ □□□□□·□□□□□
□ □□□□□□
□□: □ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □ ` □□□□□□
□□□□□□□□□ □□□□□ :
□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ (□□) □ ` □□□□□□
□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ (– r) □ – □
□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ (□) □ -□
□□□□ □□ □ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ (A) □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □
□□□□□ □□□□□□ A □ □□□□□□□·□□□□□□□
A □ □□□□□□ □□□□□·□□□□□
□ □□□□□□ □□□□□·□□□□□
□□□□□·□□□□□
□□□□□·□□□□□
□ □□□□□□ □□□□□·□□□□□
□ □□□□□□
□□: □ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □ ` □□□□□□
□ □□□□□□□ □□□□□□ :

□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□f□
□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

[illegible] f[illegible]

[illegible] ` [illegible],[illegible] [illegible]?

[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible] r [illegible], [illegible]

A [illegible].[illegible] A [illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible], [illegible]

A [illegible].[illegible] A [illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible] ([illegible])

[illegible]. [illegible] f[illegible], [illegible]?

[illegible]. [illegible] f[illegible], [illegible] ?

[illegible]. [illegible].[illegible] f[illegible] ?

[illegible]. [illegible] f[illegible] ?

[illegible]. [illegible],[illegible] ,[illegible] f[illegible] ?

[illegible]. [illegible] f[illegible]: [illegible] ?

[illegible]. [illegible] f[illegible]

[illegible] ?

[illegible]. [illegible] f [illegible] ?

[illegible]. [illegible] q [illegible] â [illegible] [illegible],[illegible],[illegible],[illegible] [illegible] [illegible],[illegible],[illegible],[illegible] [illegible] ?

[illegible]

[illegible]. [illegible].[illegible] ?

[illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] A [illegible].[illegible] r [illegible] ?

[illegible]. [illegible]

[illegible]. [illegible] ?

[illegible] - [illegible]

[illegible]. [illegible], [illegible]. [illegible], [illegible]. [illegible] ?

[illegible]. [illegible] f [illegible], [illegible] ?

[illegible]. [illegible].[illegible] f [illegible] ?

[illegible]. [illegible]. [illegible].[illegible].[illegible], [illegible]

[illegible]. [illegible] f [illegible] · [illegible], [illegible] · [illegible], [illegible] ·[illegible], [illegible]

[illegible] : [illegible] · [illegible]

[illegible]. [illegible]f[illegible] [illegible].[illegible], [illegible], [illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible] [illegible]q[illegible], [illegible]
[illegible]. [illegible]^3 [illegible]^3 [illegible]
([illegible]) [illegible]^3 ([illegible]) [illegible]^3 ([illegible]) [illegible]^3 ([illegible]) [illegible]^3
[illegible]. [illegible]. [illegible]^3 [illegible] ([illegible])
([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible]
([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible].[illegible]
[illegible]. [illegible]f[illegible] [illegible]^3 [illegible].[illegible] [illegible] : ([illegible]) ([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible].[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible]
([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible],[illegible]
[illegible]. [illegible]f[illegible] [illegible],[illegible] [illegible]^3 [illegible]f[illegible] [illegible]^3 [illegible] : ([illegible]) ([illegible]) [illegible]. [illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible]
([illegible]) [illegible]. [illegible] ([illegible]) [illegible]. [illegible]
[illegible] ?
[illegible]. [illegible], r[illegible], [illegible], A [illegible], [illegible].[illegible]
[illegible]. [illegible], [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]
[illegible]. [illegible]f[illegible], [illegible]
[illegible]. [illegible]f[illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible]-[illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible].[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible].[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] ½[illegible]

[illegible] [illegible] (a)

[illegible]. ([illegible]); [illegible]. ([illegible]) [illegible]; [illegible]. (a) [illegible].[illegible]([illegible]), ([illegible]) [illegible].[illegible]([illegible]), ([illegible]) [illegible].[illegible](N), ([illegible]) [illegible].[illegible](R); [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible].[illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] ([illegible])

[illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] ; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] - [illegible]

[illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible]; [illegible]. [illegible]; [illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].[illegible] [illegible], [illegible]. ([illegible]), [illegible]. ([illegible]), [illegible]. ([illegible]), [illegible]. ([illegible])([illegible]), [illegible]. ([illegible]), [illegible]. ([illegible])

□□□□ - 12□□□□□â□

- □□□□ □□ □□□□□□□□□
- □□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□□
- □□□□ □□□□□□□□, □□□□□
- □□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□
- □□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□
- □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□
- □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□□
- □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□
- □□□□ □□ □□□□□□
- □□-□□□□

12.1 □□□□□□□

□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□â□ □□ □□ □□□ □□□, □□□□□ □□□□, □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□ ?

□□□□ □□□ □□□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□, □□□ □□ □□□ □□□□ □□, □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□ □□, □□□□ □□□ □□□□□□□, □□□□-

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

12.2 [illegible]

[illegible]-[illegible]

[illegible] - 1

[illegible], [illegible]

- [illegible] ?

[illegible], [illegible], [illegible]

- [illegible] ?

[illegible]

- **[illegible]-[illegible] ?**

[illegible], [illegible]

[illegible]-

□□□□â□□□ □□ □□□ □□□ □□□□, □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□, □□□□ □□ □□□□□□, □□□□ □□ □□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□, □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□, □□□ □

12.2.1 □□□□ □□ □□□□□□

□□□□ □□□ □□ □□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□, □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□ :

(□□) □□□ □□□□ (Savings Bank Account)

(□□□□) □□□□ □□□□ (Current Account)

(□□□□□□) □□□□□ □□□ □□□□ (Fixed Deposit Account)

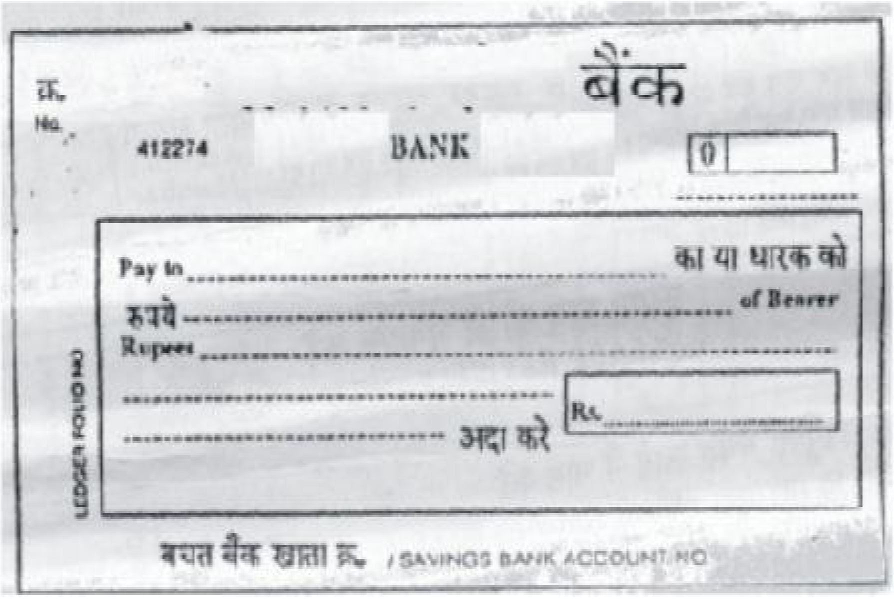
(□□□□) □□□□□□ (□□□□□) □□□ □□□□ (Recurring Deposit Account)

(□□) □□□□□□□□□ □□ □□□□ (Minor Account)

(i) □□□□□□□□ :

(i) □□□□□□□□ :

□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□, □□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ 500 □□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□ (Withdrawl form)□□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □ □□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ 1000 □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □ □□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□ :


क्र.
No.
412274
बैंक
BANK
0
Pay to
का या धारक को
रुपये
of Bearer
Rupees
Rs.
अदा करें
LEDGER FOLIO NO
बचत बैंक खाता क्र. / SAVINGS BANK ACCOUNT NO

□□□□□ - 6

(□□□□) □□□□ □□□□

□□□ □□□□□□□□□, □□â□□□□□□□, □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□, □□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□□-□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ 50 □□□□□ □□□□□□□□□□ □□(□□□□□□□ □□□□□□) □□ □□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□

(□□□□□□□) □□□□□□ □□□ □□□□□

□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□-□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □ □□ □□□□□□□-□□□□ □□ □□□□, □□□, □□□□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□ □ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □ □□□□□□ □□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible])

1. 15 [illegible] [illegible] 45 [illegible] [illegible] 5[illegible]

2. 46 [illegible] [illegible] 179 [illegible] [illegible] 6.25[illegible]

3. 180 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 1 [illegible] [illegible] [illegible] 7[illegible]

4. 1 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible] [illegible] [illegible] 8.5[illegible]

5. 2 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 3 [illegible] [illegible] [illegible] 9[illegible]

6. 3 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 10[illegible]

[illegible] [illegible] : [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

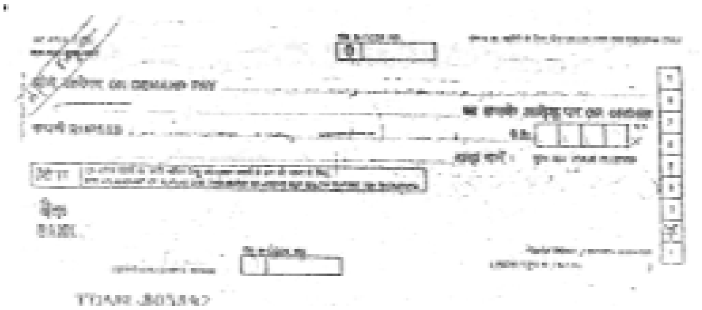
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] 5 [illegible] [illegible] 10 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 12 [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] 10 [illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible]

18 [illegible] 12 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 12 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

12.2.2 [illegible] [illegible]

[illegible] ‘[illegible]’ [illegible] ‘[illegible]’ ([illegible]a[illegible] Draf[illegible]) [illegible] ([illegible]a[illegible] Draf[illegible]) [illegible], [illegible]



[illegible] - 7

12.2.3 [illegible] ([illegible])

[illegible], [illegible], [illegible] =[illegible], [illegible] 2 [illegible]â[illegible] ([illegible]) [illegible]-[illegible]

[illegible]

12.3. [illegible] **-**

(1) [illegible] ([illegible]) [illegible]

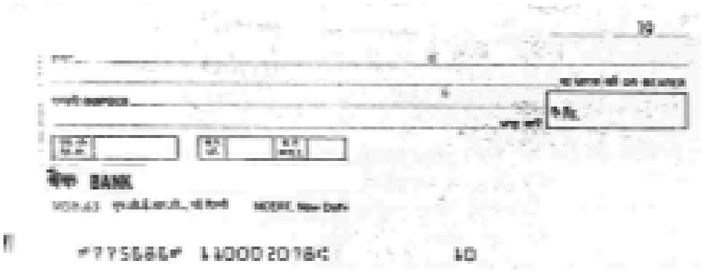
(2) [illegible]

[illegible]

[illegible] **(Withdrawal Form)**

[illegible]

[illegible] 10, 20, 25 [illegible] 100 [illegible],



[illegible] =[illegible]

[illegible]

[illegible]

([illegible]) [illegible] ([illegible])

([illegible]) [illegible] ([illegible])

([illegible]) [illegible] ([illegible])

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] **& Co., Not -Negotiable DeLeJee A/c Payee Only**[illegible], [illegible] A/c Payee Only [illegible] Not Negotiable [illegible]

[illegible]

[illegible] = [illegible]

[illegible] - [illegible] 10 [illegible] 4 [illegible] - [illegible]

[illegible]

[illegible]

1. [illegible] - [illegible] ?
2. [illegible] ?

3. [illegible]?

4. [illegible]-

([illegible]) [illegible], ([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

5. [illegible], [illegible] ।

[illegible] : [illegible], [illegible], [illegible], [illegible] ।

12.4 [illegible] (Share and Dividend)

[illegible] â [illegible] â [illegible] â [illegible] ।

- [illegible] ।
- [illegible]: [illegible], [illegible]

[illegible] â [illegible] =[illegible] -[illegible] । [illegible] â [illegible] ।

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible] 3. [illegible] 50 [illegible] 100 [illegible], [illegible]

[illegible] : [illegible] =50 [illegible]

[illegible] =100 [illegible]

[illegible] n [illegible]

[illegible]: $n \times 100 = 50,00,000$

$$n = \frac{50,00,000}{100} = 50,000$$

[illegible]: [illegible] 50, 000 [illegible]

12.4.1 [illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible] 10 [illegible] 100 [illegible] 1000 [illegible] 25 [illegible] 100 [illegible] 25 [illegible]

12.5 [illegible]

[illegible] **(Debentures)** [illegible], [illegible], [illegible] [illegible]-[illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible] ‘[illegible]’ [illegible] ‘[illegible]’ [illegible], [illegible]: [illegible] - [illegible]-[illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible]-[illegible], [illegible]: [illegible]

• □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ □□ □□□□ □□, □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□
• □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ =□□□□□ □□□□□ - □□□□□
• □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□ =□□□□□ □□□□□ ± □□□□□

□□□□□□ **4**. □□ □□□□â□□ □□ 10 □□□□□ □□ 200 □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□, □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ 50 □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□ □□□ ? □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□, □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□?

□□ : □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ =10 □□□□□

1 □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ =50 □□□□□

□□□□â□□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□ 200×50 □□□□□

=10,000 □□□□□

□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ =(50-10) □□□□□

=40 □□□□□

□□: 200 □□□□□□ □□ □□□ =200×40 □□□□□

=8000 □□□□□

□□□□□□ **5** : □□□□□ □□ 7500 □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ 150 □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□□□, □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ 100 □□□□□ □□□ □□â□□□ □□ 25□□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□ : □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□ · $\frac{7500}{150}$

· 50

50 □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ = 50 × 100 □□□□□

=5000 □□□□□

□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ · $\frac{5000 \times 25}{100}$ □□□□□

=1250 □□□□□

□□□□□□ 6 : 100 □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ 200 □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ 120 □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ 2□□□□ □□, □□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□ □

[illegible] : 784.[illegible]1 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] =120 [illegible]

789.[illegible] 200 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] · 200 × 120 [illegible]

=24000 [illegible]

[illegible] =[illegible] [illegible] [illegible] 2 [illegible]

· $\frac{24000\times 2}{100}$ [illegible] =480 [illegible]

200 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

=[illegible] [illegible] ± [illegible]

=24000 [illegible] ± 480 [illegible]

=24480 [illegible]

[illegible] [illegible] :

1. [illegible] [illegible] [illegible] 11 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

2. [illegible] ? [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] 12 (a)

1. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

2. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]? [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

4. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

5. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

6. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]?

7. [illegible] [illegible]â[illegible] ` 25 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ` 100 [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

8. [illegible]â[illegible] ` 10 [illegible] ` 40 [illegible]

([illegible]) [illegible]â[illegible] 300 [illegible] ?

([illegible]) [illegible], [illegible] ?

9. [illegible] ` 12,000 [illegible]â[illegible] ` 300 [illegible] ` 100 [illegible]â[illegible] 15[illegible]

10. ` 100 [illegible] 150 [illegible] ` 300 [illegible] 3[illegible], [illegible] ?

[illegible]:

1. [illegible] 10 [illegible]â[illegible]â[illegible]â[illegible]

2. [illegible]-[illegible]

[illegible] ?

1. [illegible], [illegible]

2. [illegible]

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

([illegible]) [illegible]

3. □□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□
□□□□ □□ □□ □□□□ □□□

4. □□□-□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□□□□
□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□
(withdrawal form) □□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□

5. □□□ □□□□□□-□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□, □□□□ □□

(□□) □□□□□ □□□

(□□□□) □□□□□ □□□

(□□□□□□□) □□□□□□□□□ □□□

6. □□□□□ □□□□□ (Demand Draft) □□ □□□□□ □□ □□ □□
□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□

7. □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ (□□□□□□□□□□ 10 □□□□□□) □□□□□□□
□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□
□□□□□ □□□□□□□ □□□

8. □□□ □□□□□□ □□ □□â□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□
□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□

9. □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□
□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□

10. □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□
□□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□

11. □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ =□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□
□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□

12. □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□
□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□
□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□

□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ □□â□□ □□□□□ ?

□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□
□□□□□□

□□□ □□ □□â□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□

□ □□□□□□□□ □□□□□□□ (□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□)

□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□ ‘‘□□□□□□□□ □□□□□□□’’ □□□
□□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ 8 □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□

□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ 1- □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□, 2. □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ , 3. □□□□ □□□□□ □□ 100 □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□, 4. □□0□□0□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□, 5. □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ (100 □□ □□□□ □□), □□□□□□ (500 □□ □□□□ □□), □□□□□□ (1000 □□ □□□□ □□), 6. □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□□□□□, 7. □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□, 8. □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□-□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□

□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□â □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□

□ ‘‘□□□□□’’ □□ ‘‘R.□.□□.’’ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□

□ □□□□ □□ □=□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ 2005 □□□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□

□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□: □□□□ □□â□□ □□□□□□□ □□□□□ ? □□□□ □□□□□□

- □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□
- □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □ □□□□□□
- □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □ □□□□□
- □□□□ □□ □□□□□□□□□ / □□□□ □ □□□□□

□□□□□□□ 12 (a)

7. 25000; 8. (□□) ` 12000 , (□□□□□) ` 9000 ; 9. ` 600; 10. ` 46350

इकाई - 13 वृत्त और चक्रीय चतुर्भुज

B6C39J

- निम्नलिखित प्रगुणों का प्रायोगिक सत्यापन
- वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है तथा इसका विलोम
- वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती हैं तथा इसका विलोम
- चक्रीय चतुर्भुज, चक्रीय बिन्दु, चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण
- चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योगफल 180° होता है

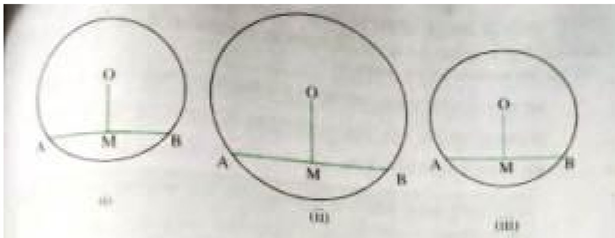
13.1 भूमिका -

पिछली कक्षाओं में हम वृत्त की अवधारणा के साथ-साथ वृत्त से सम्बन्धित पारिभाषिक शब्दों त्रिज्या, व्यास, चाप, जीवा, त्रिज्यखंड, वृत्तखंड एवं वृत्त की जीवा या चाप द्वारा वृत्त के बिन्दुओं और उसके केन्द्र पर बनने वाले भिन्न-भिन्न कोणों के परस्पर संबंधों की जानकारी प्राप्त कर ली है। वृत्त से संबंधित ज्ञान को विस्तृत करने के क्रम में इस इकाई में हम वृत्त की जीवा और केन्द्र से उसकी दूरी में विशिष्ट एवं रोचक संबंधों तथा वृत्त के किन्हीं चार बिन्दुओं के मिलाने से बनने वाले चतुर्भुज तथा सम्मुख कोणों के बीच सम्बन्धों का भी अध्ययन करेंगे।

13.2 वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है :

इन्हें करिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए

तीन विभिन्न त्रिज्याओं के वृत्त खींचिए जिनमें प्रत्येक का केन्द्र O लीजिए। पहले वृत्त में एक जीवा AB खींचिए। अब सेट स्क्वायर की सहायता से जीवा AB पर बिन्दु O से लंब OM खींचिए जो जीवा AB से बिन्दु M पर मिले। AM और BM को नापिए। AM - BM का मान ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.1

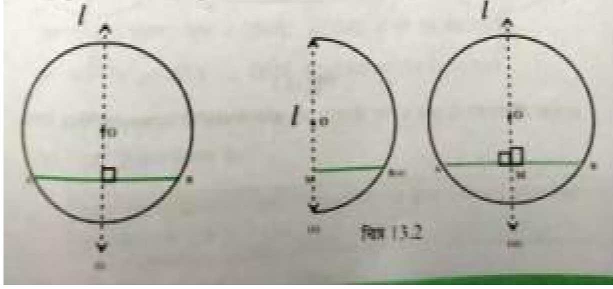
यही प्रक्रिया अन्य दो वृत्तों के लिए दोहराइए और प्राप्त परिणामों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर निम्नवत् अभिलेखित कीजिए।

वृत्त का क्रमांक	AM	BM	AM - BM
i.			
ii.			
iii.			

सारणी से हम प्रत्येक स्थिति में पाते हैं कि AM - BM का मान शून्य है या AM - BM का मान इतना कम है कि उसे नगण्य मान सकते हैं। इस प्रकार प्रत्येक स्थिति में हम कह सकते हैं कि AM = BM।

इन्हें कीजिए, तर्क करें तथा निष्कर्ष निकालें

एक ट्रेसिंग कागज पर एक वृत्त बनाइए जिसका केन्द्र O हो तथा वृत्त को काट कर अलग करें।



चित्र 13.2

वृत्त की एक जीवा AB खींचिए। सेट स्क्वायर की सहायता से AB पर लंब एक रेखा l खींचिए जो वृत्त के केन्द्र O से हो कर जाती है। वृत्त को रेखा l के अनुदिश इस प्रकार मोड़िए कि बिन्दु A, बिन्दु B पर आकर मिले तथा मोड़ का निशान रेखा l के अनुदिश हो।

अब कागज को खोलिए तथा मोड़ का निशान AB के जिस बिन्दु पर मिलता है, उसे M कहिए।

इस प्रकार हम पाते हैं कि AM, BM को पूरी तरह ढक लेता है तथा OM, AB के लंबवत है।

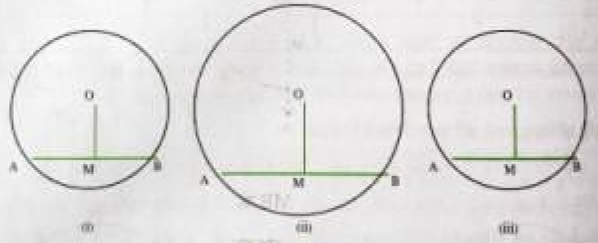
अतः हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि

किसी वृत्त में उसके केन्द्र से उसकी किसी जीवा पर खींचा गया लम्ब, जीवा को समद्विभाजित करता है।

13.2.1 वृत्त के केन्द्र को जीवा के मध्य बिन्दु से मिलाने वाली रेखा, जीवा पर लम्ब होती है:

इन्हें कीजिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर तीन विभिन्न त्रिज्याओं के वृत्त खींचिए जिनमें प्रत्येक का केन्द्र O हो। पहले वृत्त में एक जीवा AB खींचिए तथा इसका मध्य बिन्दु M लीजिए। केन्द्र O को बिन्दु M से मिला दीजिए। इस प्रकार बने $\angle OMA$ को नापिए तथा $90^\circ - \angle OMA$ का मान ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.3

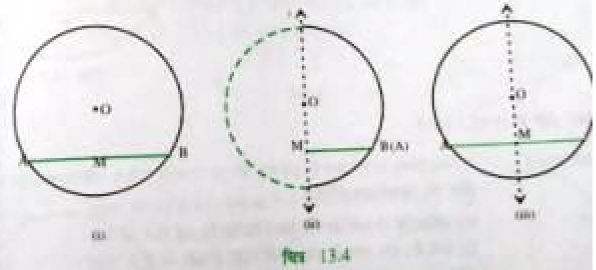
उपर्युक्त प्रक्रिया शेष दो वृत्तों के लिए दोहराइए और प्राप्त परिणामों को निम्नवत् सारणीबद्ध कीजिए :

वृत्त का क्रमांक	OMA	90° - OMA
i.		
ii.		
iii.		

आप पायेंगे कि प्रत्येक स्थिति में $90^\circ - \angle OMA$ का मान शून्य या लगभग शून्य है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि $OMA = 90^\circ$ अतः OM, जीवा AB के लम्बवत है।

स्वयं भी करिए, तर्क करिए और निष्कर्ष निकालिए

एक ट्रेसिंग कागज पर एक वृत्त खींचिए, जिसका केन्द्र O हो। उस पर एक जीवा AB खींचिए और जीवा AB का मध्य बिन्दु निर्धारित कर उसे M कहें। बिन्दु M और बिन्दु O को मिलाये, जिससे रेखा MO मिल जाय। MO के अनुदिश कागज को इस प्रकार मोड़िये कि बिन्दु A, बिन्दु B पर आकर मिले।



चित्र 13.4

अब कागज को खोलिए। क्या $\angle OMA$, $\angle OMB$ को पूरी तरह ढक लेता है।

आप पायेंगे कि $\angle OMA$, $\angle OMB$ को पूरी तरह ढक लेता है। इस प्रकार

$$\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$$

अतः OM, AB पर लंबवत् है।

किसी वृत्त के किसी भी जीवा के मध्य बिन्दु को केन्द्र से मिलाने वाला रेखाखंड जीवा पर लम्ब होता है।

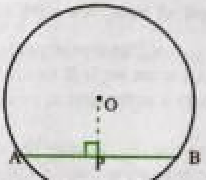
उपर्युक्त दोनों परिणामों को हम निम्नवत् लिख सकते हैं।

> **किसी वृत्त के केन्द्र से उसकी जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है तथा विलोमतः वृत्त के केन्द्र को उसकी जीवा के मध्यबिन्दु से मिलाने वाला रेखाखंड जीवा पर लम्ब होता है।**

उदाहरण 1. : पार्श्व चित्र 13.5 में वृत्त का केन्द्र O है तथा उसकी एक जीवा AB है, केन्द्र O से जीवा AB पर OP लंब है यदि AB = 6 सेमी हो तो AP की लंबाई ज्ञात करें।

हल : हम जानते हैं कि वृत्त के केन्द्र से उसके किसी भी जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है।

इस प्रकार O वृत्त का केन्द्र तथा P जीवा AB का मध्य बिन्दु है।



चित्र 13.5

अतः $AP = \frac{1}{2} AB$

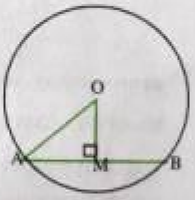
$= \frac{1}{2} \times 6$ सेमी

$= 3$ सेमी

अतः AP की लम्बाई 3 सेमी है।

उदाहरण 2 : 10 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त है। इस वृत्त की एक जीवा केन्द्र से 8 सेमी लम्बवत दूरी पर है। जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि O केन्द्र का एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या 10 सेमी है। इस वृत्त में एक जीवा AB है और $OM \perp AB$, जैसा कि पार्श्व चित्र में दिखाया गया है।



चित्र 13.6

हम जानते हैं कि AM = BM

(क्योंकि $OM \perp AB$ है)

ΔOMA में $\angle M = 90°$, OM = 8 सेमी और OA = 10 सेमी

पाइथागोरस प्रमेय से समकोण ΔOMA में

$$OM^2 + AM^2 = OA^2$$

या, $AM^2 = OA^2 - OM^2$

$= 10^2 - 8^2$

$= 100 - 64$

$= 36$

$\therefore AM = \sqrt{36}$

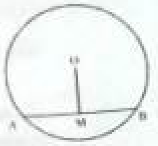
$= 6$

$\therefore AB = 2 \times 6$ सेमी $= 12$ सेमी

अतः **जीवा की लम्बाई = 12 सेमी**

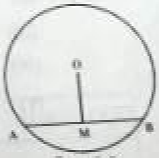
अभ्यास 13 (a)

1. पार्श्व चित्र 13.7 में O वृत्त का केन्द्र है। वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है। वृत्त की एक जीवा AB है जिसकी लम्बाई 6 सेमी है। यदि $OM \perp AB$ तो OM की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.7

2. पार्श्व चित्र 13.8 में O वृत्त का केन्द्र है और वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है। AB वृत्त की जीवा है। यदि लम्ब OM = 5 सेमी, तो जीवा AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.8

3. एक वृत्त में एक 10 सेमी लम्बी जीवा खींची गयी है जिसकी वृत्त के केन्द्र से दूरी 12 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

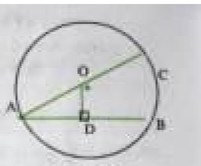
4. एक वृत्त में एक 8 सेमी लम्बी जीवा खींची गयी है जिसकी केन्द्र से दूरी 3 सेमी है। इस वृत्त में खींची गयी एक अन्य जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिसकी केन्द्र से दूरी 4 सेमी है।

प्रश्न 5 तथा 6 में सही विकल्प बताइये :

5. पार्श्व चित्र 13.9 में वृत्त का केन्द्र O है जिसकी एक जीवा AB = 30 मिमी तथा व्यास AC = 34 मिमी। जीवा AB की केन्द्र से दूरी OD होगी

(i) 34 मिमी **(ii)** 17 मिमी

(iii) 15 मिमी **(iv)** 8 मिमी



चित्र 13.9

6. पार्श्व चित्र 13.10 में O वृत्त का केन्द्र है। त्रिज्या OA = 5.0 सेमी और जीवा AB = 8 सेमी। केन्द्र O से जीवा पर लम्ब त्रिज्या OCD खींची गयी है। रेखाखंड CD की माप होगी

(i) 1.1 सेमी **(ii)** 1.5 सेमी

(iii) 2.0 सेमी **(iv)** 3.0 सेमी

चित्र 13.10

7. पार्श्व चित्र 13.11 में O वृत्त का केन्द्र है। यदि $OC \perp AB$, तो निम्नलिखित कथनों में सत्य और असत्य कथन छाँटिए :

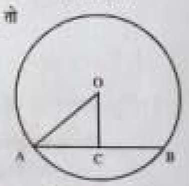
(i) $AC = CB$

(ii) $AB = \frac{1}{2}AC$

(iii) $AB = 2AC$

(iv) $OC = \sqrt{OA^2 - AC^2}$

(v) $AC = \sqrt{OA^2 + OC^2}$



चित्र 13.11

केन्द्रीय कोण

जिस कोण का शीर्ष किसी वृत्त का केन्द्र हो उसे उस वृत्त का केन्द्रीय कोण कहते हैं। केन्द्रीय कोण की प्रत्येक भुजा वृत्त को अलग अलग बिन्दुओं पर काटती हैं। इन बिन्दुओं को मिलाने से वृत्त की जीवा बन जाती है।

चित्र 13.12

पार्श्व चित्र 13.12 में एक वृत्त है, जिसका केन्द्र O है। ∠AOB का शीर्ष वृत्त का केन्द्र O है। ∠AOB की किरणें वृत्त को बिन्दु A और B पर काटती है तथा AB वृत्त की जीवा है। इस प्रकार ∠AOB केन्द्रीय कोण है।

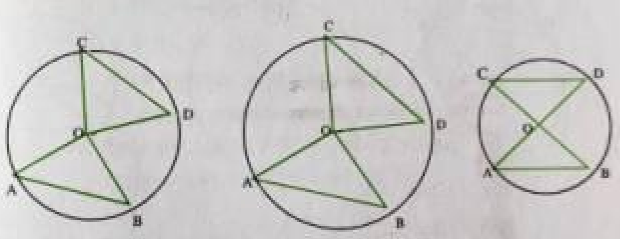
13.2.2 वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती हैं

इन्हें करिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए

अपनी अभ्यास पुस्तिका पर चित्रानुसार तीन वृत्त खींचिए जिनकी त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न हों। प्रत्येक का केन्द्र O लीजिए। पहले वृत्त में दो जीवाएँ AB और CD इस प्रकार खींचिए कि AB = CD

रेखाखंडों OA, OB, OC तथा OD खींच दीजिए। इस प्रकार बने ∠AOB और ∠COD को नापिए तथा ∠AOB - ∠COD ज्ञात कीजिए।

उपर्युक्त प्रक्रिया को अन्य दो वृत्तों के लिए भी दोहराइए और प्राप्त परिणामों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर निम्नवत् सारणीबद्ध कीजिए :



चित्र 13.13

वृत्त का क्रमांक	AOB	COD	AOB - COD
1.			
2.			
3.			

हम देखेंगे कि प्रत्येक स्थिति में $\angle AOB - \angle COD$ का मान शून्य है या इतना कम है कि इसे छोड़ा जा सकता है। इस प्रकार प्रत्येक स्थिति में हम कह सकते हैं कि $\angle AOB = \angle COD$

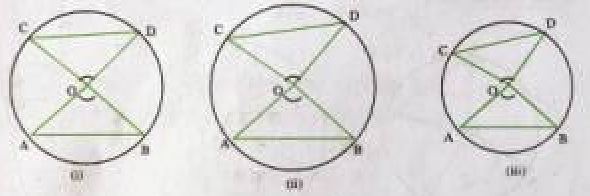
अतः इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि

किसी वृत्त में समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती हैं।

उपर्युक्त परिणाम का विलोम

इन्हें भी करिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए

चित्रानुसार अपनी अभ्यास पुस्तिका पर तीन वृत्त खींचिए जिनकी त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न हों। प्रत्येक वृत्त का केन्द्र O लीजिए। पहले वृत्त केन्द्र O पर दो कोण $\angle AOB$ और $\angle COD$ इस प्रकार बनाइए कि $\angle AOB = \angle COD$ जहाँ AB तथा CD वृत्त की दो जीवाएँ हों।



चित्र 13.14

AB और CD को नापिए तथा AB – CD ज्ञात कीजिए।

यही प्रक्रिया अन्य दो वृत्तों के लिए भी दोहराइए और प्राप्त परिणामों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर निम्नवत् सारणीबद्ध कीजिए :

वृत्त का क्रमांक	AB	CD	AB - CD
(i)			
(ii)			
(iii)			

हम देखेंगे कि प्रत्येक स्थिति में AB - CD का मान शून्य है या लगभग शून्य है। इस प्रकार प्रत्येक स्थिति में हम कह सकते हैं कि AB = CD।

किसी वृत्त में जो जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती हैं, वे समान होती हैं।

उपर्युक्त दोनों परिणाम एक दूसरे के विलोम हैं। संक्षेप में इन्हें निम्नवत् लिखते हैं :

किसी वृत्त में समान जीवाएँ केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती हैं तथा विलोमतः वृत्त की दो जीवाएँ, जो केन्द्र पर समान कोण अन्तरित करती है, परस्पर समान होती हैं।

उदाहरण 3 : एक वृत्त का केन्द्र O है। इसके अन्तर्गत एक समबाहु ΔABC बना है। $\angle BOC$ का मान ज्ञात कीजिए।

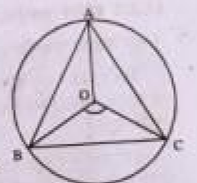
हल : पार्श्व चित्र में

$\because$ ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है।

$\therefore$ $AB = BC = CA$

$\because$ ये तीनों भुजाएँ एक वृत्त की समान जीवाएँ हैं।

$\therefore$ प्रत्येक भुजा (जीवा) के द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण समान होंगे। अर्थात् $\angle BOC = \angle COA = \angle AOB$ परन्तु उपर्युक्त तीनों कोणों का योग 360° है।



चित्र 13.15

$$\therefore \angle BOC = \angle COA = \angle AOB = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

अतः $\angle BOC = 120^\circ$

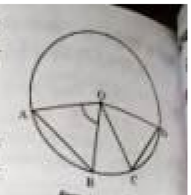
अभ्यास 13(b)

1. पार्श्व चित्र 13.16 में O वृत्त का केन्द्र है। इस वृत्त की तीन जीवाएँ AB, PQ एवं CD इस प्रकार खींची गयी हैं कि AB = PQ = CD।

यदि $\angle AOB = 65^\circ$ तो $\angle POQ$ एवं $\angle COD$ के मान क्या होंगे ?

चित्र 13.16

2. पार्श्व चित्र 13.17 में O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle AOB = \angle COD$ और जीवा AB = 2.5 सेमी, तो जीवा CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.17

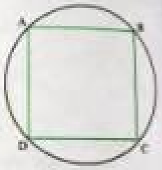
3. बिन्दु O, वृत्त का केन्द्र है। वृत्त के अन्तर्गत एक वर्ग ABCD बनाया गया है। वर्ग की भुजा, वृत्त के केन्द्र पर कितने अंश का कोण अन्तरित करती है ?

4. एक वृत्त के अन्तर्गत एक समबहुभुज बनाया गया है। यदि समबहुभुज की प्रत्येक भुजा वृत्त के केन्द्र पर 60° का कोण अन्तरित करती है, तो समबहुभुज में भुजाओं की संख्या कितनी है ?

13.2.2 चक्रीय चतुर्भुज, चक्रीय बिन्दु एवं चक्रीय चतुर्भुज के कोण :

(i) चक्रीय चतुर्भुज :

चित्र 13.18 में वृत्त के चार बिन्दुओं A, B, C तथा D को मिलाने से एक चतुर्भुज ABCD बना है, इस प्रकार के बने चतुर्भुज ABCD को चक्रीय चतुर्भुज कहते हैं।



चित्र 13.18

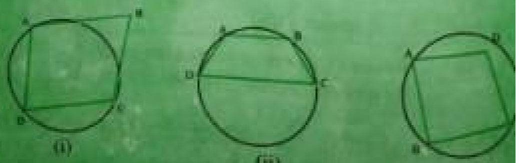
दूसरे शब्दों में यदि किसी चतुर्भुज के चारों शीर्ष एक ही वृत्त पर हो तो वह चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है।

अत:

> यदि किसी चतुर्भुज के चारों शीर्ष एक ही वृत्त पर हो तो वह चतुर्भुज, **चक्रीय चतुर्भुज** कहलाता है।

प्रयास कीजिए :

निम्न आकृतियों में चक्रीय चतुर्भुजों की पहचान करें।



(i) (ii) (iii)

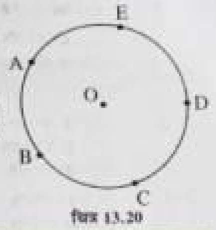
चित्र 13.19

चक्रीय बिन्दु :

ऐसे सभी बिन्दु जो एक ही वृत्त पर स्थित होते हैं, उन्हें चक्रीय या एक वृत्तीय बिन्दु कहते हैं।

पार्श्व चित्र में O वृत्त का केन्द्र है। बिन्दु A, B, C, D तथा E वृत्त पर स्थित हैं। अतः बिन्दु A, B, C, D तथा E चक्रीय बिन्दु हैं।

अतः



चित्र 13.20

> किसी वृत्त पर स्थित बिन्दुओं को **चक्रीय या एक वृत्तीय बिन्दु** कहते हैं।

प्रयास कीजिए :

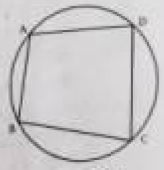
निम्न वृत्त में चक्रीय बिन्दुओं की पहचान करें।

चित्र 13.21

चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण :

इन्हें सोचिए और लिखिए

पार्श्व चित्र में चक्रीय चतुर्भुज ABCD में ∠A के सामने के कोण तथा ∠B के सामने के कोण का नाम लिखें।



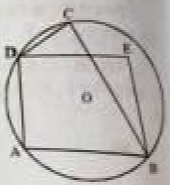
चित्र 12.22

हम देखते हैं कि ∠A के सामने ∠C तथा ∠B के सामने ∠D है।

अतः ∠A एवं ∠C, ∠B एवं ∠D सम्मुख कोण है।

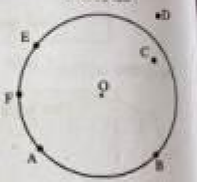
अभ्यास 13(C)

1. पार्श्व चित्र में बिन्दु O वृत्त का केन्द्र है। वृत्त के अन्तर्गत बने चतुर्भुजों में चक्रीय चतुर्भुज का नाम बताइए।



चित्र 13.23

2. पार्श्व चित्र में बिन्दु O वृत्त का केन्द्र है। A, B, C, D, E तथा F बिन्दु दिये हैं। दिये गये बिन्दुओं में कौन से बिन्दु चक्रीय या एक वृत्तीय हैं ?

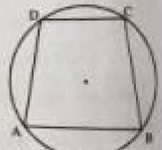


चित्र 13.24

3. पार्श्व चित्र में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

(i) ∠D का सम्मुख कोण बताइए।

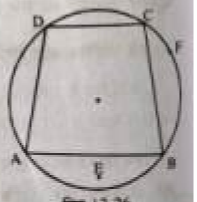
(ii) ∠B का सम्मुख कोण बताइए।



चित्र 13.25

4. पार्श्व चित्र को देखिए और निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य कथन बताइए :

(i) बिन्दु A, B, C तथा D चक्रीय बिन्दु हैं।
(ii) बिन्दु A, B, C, D, तथा E चक्रीय बिन्दु नहीं हैं।
(iii) बिन्दु A, B, C, D, E तथा F चक्रीय बिन्दु नहीं हैं।
(iv) ∠ABC का सम्मुख कोण ∠D है।
(v) चतुर्भुज BCDA एक चक्रीय चतुर्भुज नहीं है।
(vi) चतुर्भुज ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।
(vii) ∠B का सम्मुख कोण ∠C है।

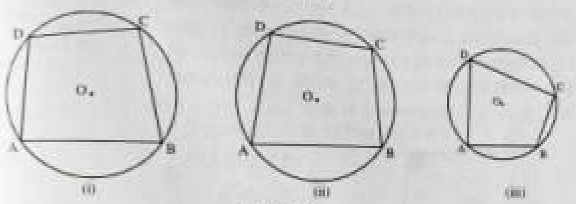


चित्र 13.26

13.3 चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योगफल

इन्हें कीजिए, सोचिए और निष्कर्ष निकालिए

एक वृत्त बनाइए जिसका केन्द्र O है। इस वृत्त के अन्तर्गत एक चतुर्भुज ABCD बनाइए। इसके कोणों को मापिए और $\angle A + \angle C$ तथा $\angle B + \angle D$ ज्ञात कीजिए।



(i) (ii) (iii)

चित्र 13.27

दो अन्य चक्रीय चतुर्भुजों के कोणों के साथ भी यही प्रक्रिया दोहराइए और प्राप्त परिणामों को निम्नवत् सारणीबद्ध कीजिए :

चतुर्भुज का क्रमांक	$\angle A$	$\angle C$	$\angle A + \angle C$	$\angle B$	$\angle D$	$\angle B + \angle D$
(1)						
(2)						
(3)						

हम देखेंगे कि प्रत्येक बार $\angle A + \angle C$ का मान 180° है यदि यह कुछ कम अथवा अधिक है, तो यह नगण्य है।

इसी प्रकार हम देखेंगे कि प्रत्येक बार $\angle B + \angle D$ का मान भी 180° है।

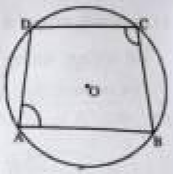
अतः

किसी चक्रीय चतुर्भुज में सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है। दूसरे शब्दों में, चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

इन्हें भी कीजिए, सोचिए तथा निष्कर्ष निकालिए

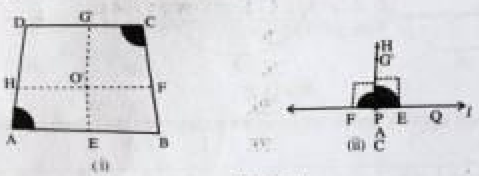
एक वृत्त खींचिए जिसका केन्द्र O है। इसके अन्तर्गत एक चतुर्भुज ABCD बनाइए। इस प्रकार ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज बन गया। $\angle A$ और $\angle C$ चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का एक युग्म है, तथा $\angle B$ और $\angle D$ सम्मुख कोणों का दूसरा युग्म है।

अब एक ट्रेसिंग पेपर लीजिए और चतुर्भुज ABCD को ट्रेस कर लीजिए। चतुर्भुज के अन्तर्गत एक बिन्दु O लीजिए। चित्र में दिखाई गयी बिन्दुदार रेखाओं के अनुसार काट कर चारों कोणों A, B, C और D को अलग कीजिए। (चित्र-13.29(i))



चित्र 13.28

अब एक रेखा l खींचिए जैसा कि चित्र 13.29(ii) में दिखाया गया है। इस रेखा पर बिन्दु P एवं Q लीजिए। ∠A और ∠C को बिन्दु P पर इस प्रकार रखिए कि बिन्दु A तथा C बिन्दु P पर पड़ें तथा रेखाखंड AE किरण PQ के अनुदिश और रेखाखंड CF किरण PQ के विपरीत ओर पड़ें। इस प्रकार हम देखते हैं कि रेखा AH और CG' एक दूसरे पर पड़ेंगी। हम देखेंगे कि ∠A और ∠C रैखिक युग्म बनाते हैं। अथवा ∠A + ∠C = 180°।



चित्र 13.29

यही प्रक्रिया ∠B और ∠D के लिए कीजिए। हम उपर्युक्त की भाँति देखेंगे कि

∠B + ∠D = 180°

अत: इस प्रकार हम पाते हैं कि

किसी चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं या सम्मुख कोणों का योगफल 180° होता है।

उदाहरण 4 : चक्रीय चतुर्भुज ABCD की भुजा AB बिन्दु E तक बढ़ाई गयी है। यदि ∠D = 110° तो ∠CBE ज्ञात कीजिए।

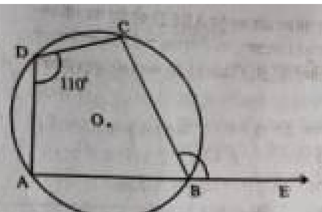
हल : ∵ ∠D तथा ∠CBA चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण हैं।

∴ ∠D + ∠CBA = 180°

या, 110° + ∠CBA = 180°

या, ∠CBA = 180° -110

या, ∠CBA = 70°



चित्र 13.30

∵ ∠CBA तथा ∠CBE एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

$\therefore \angle CBA + \angle CBE = 180^\circ$

या, $70 + \angle CBE = 180^\circ$

या $\angle CBE = 180^\circ - 70^\circ$

या $\angle CBE = 110^\circ$

इस प्रकार $\angle CBE = 110^\circ$

उदाहरण 5 पार्श्व चित्र 13.31 में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि $\angle A = 65^\circ$ और $\angle B = 70^\circ$ तो $\angle C$ और $\angle D$ ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A$

$\therefore$ परन्तु $\angle A = 65^\circ$ (दिया है।)

$\angle C = 180^\circ - 65^\circ$

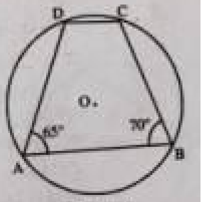
$\therefore \quad = 115^\circ$

और $\angle B + \angle D = 180^\circ$

$\angle D = 180^\circ - \angle B$

$\therefore \quad = 180^\circ - 70^\circ$

$= 110^\circ$

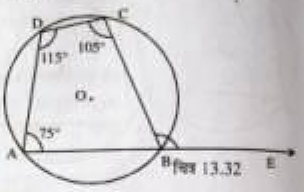


चित्र 13.31

अभ्यास 13 (d)

प्रश्न 1 तथा 2 में सही उत्तर दीजिए

1. पार्श्व-चित्र 13.32 में चक्रीय चतुर्भुज ABCD की भुजा AB आगे बिन्दु E तक बढ़ाई गयी है। बहिष्कोण $\angle CBE$ का मान है:

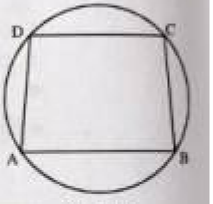


चित्र 13.32

(i) 115° **(ii)** 105°

(iii) 65° **(iv)** 75°

2. पार्श्व चित्र 13.33 में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज इस प्रकार है कि AB || CD निम्नलिखित कथनों को पूरा कीजिए।



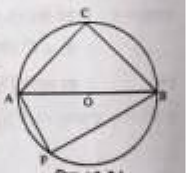
चित्र 13.33

(i) $\angle A + \angle D = 180^\circ$ क्योंकि AB || DC तथा ये .... कोण हैं।

(ii) $\angle B + \angle D = 180^\circ$, क्योंकि ये कोण .... हैं।

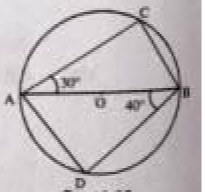
(iii) $\angle A = \angle B$ क्योंकि $\angle A + \angle D$ = ...

3. पार्श्व चित्र 13.34 में बिन्दु O वृत्त का केन्द्र है। यदि जीवा AC = जीवा BC तो $\angle ABC$ तथा $\angle ACB + \angle APB$ का मान ज्ञात कीजिए।



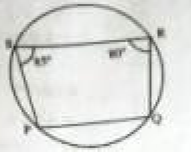
चित्र 13.34

4. पार्श्व चित्र 13.35 में वृत्त का केन्द्र O है और AOB व्यास है। वृत्त पर बिन्दु C और D इस प्रकार हैं कि $\angle CAB = 30^\circ$ और $\angle ABD = 40^\circ$; $\angle CAD$ और $\angle CBD$ के मान ज्ञात कीजिए।



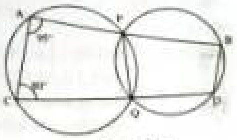
चित्र 13.35

5\. पार्श्व चित्र 13.36 में चतुर्भुज PQRS वृत्त के अन्तर्गत बना है। यदि $\angle R = 80^\circ$ और $\angle S = 85^\circ$ तो $\angle P$ एवं $\angle Q$ के मान ज्ञात कीजिए।

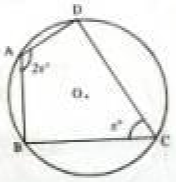


चित्र 13.36

6\. पार्श्व चित्र 12.37 में दो वृत्त एक दूसरे को बिन्दुओं P और Q पर प्रतिच्छेद करते हैं। चक्रीय चतुर्भुज APQC तथा BPQD इस प्रकार है कि APB तथा CQD रेखाखंड है। यदि $\angle A = 95^\circ$ और $\angle C = 80^\circ$, तो $\angle B$, $\angle D$, $\angle APQ$ एवं $\angle PQD$ ज्ञात कीजिए।



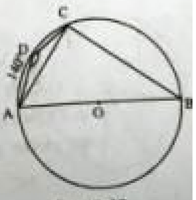
चित्र 12.37



7\. पार्श्व चित्र 13.38 में ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि $\angle C = x^\circ$ और $\angle A = 2x^\circ$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

चित्र 13.38

उदाहरण 6 : पार्श्व चित्र 13.39 में O वृत्त का केन्द्र है। ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। यदि $\angle ADC = 140^\circ$ तो $\angle BAC$ ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.39

हल : $\because$ ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

$\therefore$ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

या, $\angle ABC + 140^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad \angle ABC = 180^0 - 140^0 = 40^0$

$\because$ AB वृत्त का व्यास है।

$\therefore \quad \angle ACB = 90^0$

अब समकोण ΔABC में

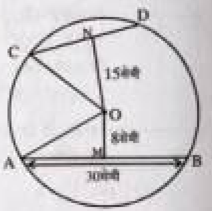
$\angle ABC + \angle BAC = 90^0$

$\therefore \quad \angle BAC = 90^0 - \angle ABC$

$= 90^0 - 40^0$

$= 50^0$

उदाहरण 7 : पार्श्व चित्र 13.40 में O वृत्त का केन्द्र है। वृत्त में दो जीवाएँ AB और CD खींची गयी हैं। इन जीवाओं के मध्यबिन्दु क्रमशः M और N हैं। यदि OM = 8 सेमी, ON = 15 सेमी और जीवा AB = 30 सेमी, तो जीवा CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.40

हल : $\because$ बिन्दु M, जीवा AB का मध्य बिन्दु है।

$\therefore OM \perp AB$

पुनः $\because AB = 30$ सेमी (दिया है)

$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 30$ सेमी $= 15$ सेमी

अब समकोण ΔOMA में

$OA^2 = OM^2 + AM^2$

$= 8^2 + 15^2$

$= 64 + 225 = 289$

$\therefore OA = \sqrt{289} = 17$ सेमी

$\because$ OA और OC त्रिज्याएँ हैं।

$\therefore OC = OA = 17$ सेमी।

पुनः समकोण ΔONC में

$NC = \sqrt{OC^2 - ON^2}$

$= \sqrt{17^2 - 15^2}$

$= \sqrt{64} = 8$ सेमी

$\therefore$ जीवा CD $= 2$ NC ($\because$ N, जीवा CD का मध्य बिन्दु है)

$= 2 \times 8$ सेमी $= 16$ सेमी

दक्षता अभ्यास - 13

प्रश्न 1 से 3 तक सही उत्तर छाँटिए -

1. पार्श्व चित्र में O वृत्त का केन्द्र है और $OM \perp AB$ यदि $AB = 10$ सेमी और $OM = 4$ सेमी, तो त्रिज्या OA की लम्बाई है :

   (i) 5 सेमी

   (ii) 3 सेमी

   (iii) $\sqrt{41}$ सेमी

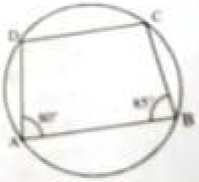
   (iv) $\sqrt{116}$ सेमी

चित्र 13.41

2. पार्श्व चित्र 13.42में यदि $\angle A = 80°$ और $\angle B = 85°$ तो $\angle D$ का मान है।

   (i) 145° (ii) 85°

   (iii) 80° (iv) 95°

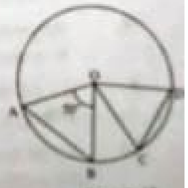


चित्र 13.42

3. पार्श्व चित्र 13.43 में O वृत्त का केन्द्र है। जीवा AB = जीवा CD और $\angle AOB = 70°$ तो $\angle OCD$ का मान है :

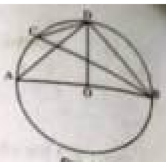
   (i) 35° (ii) 55°

   (iii) 70° (iv) 110°



चित्र 13.43

4. पार्श्व चित्र 13.44 में O वृत्त का केन्द्र है। त्रिज्या OD, व्यास AB पर लम्ब है। यदि वृत्त पर एक बिन्दु C है, तो $\angle ABD$ और $\angle BCD$ ज्ञात कीजिए।

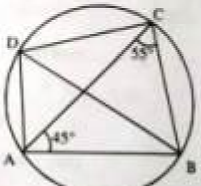


चित्र 13.44

5. पार्श्व चित्र 13.45 में ΔABC एक समबाहु Δ है तथा D, E वृत्त पर दो बिन्दु हैं। $\angle BEC$ एवं $\angle BDC$ ज्ञात कीजिए।

चित्र 13.45

6. पार्श्व चित्र 13.46 में एक वृत्त के अन्तर्गत एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD है। विकर्ण AC और BD खींचे गये हैं। यदि $\angle ACB = 55°$ और $\angle BAC = 45°$ तो $\angle ADC$ ज्ञात कीजिए।



चित्र 13.46

7. 10 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की एक जीवा 16 सेमी लम्बी है। केन्द्र से जीवा की दूरी ज्ञात कीजिए।

8. एक वृत्त की एक जीवा की लम्बाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। जीवा द्वारा केन्द्र पर बने कोण का मान बताइए।

9. 2.5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इस वृत्त के केन्द्र से 0.7 सेमी की दूरी पर एक जीवा खींचिए। इस जीवा की लम्बाई नाप कर ज्ञात कीजिए और गणना द्वारा उत्तर की जाँच कीजिए।

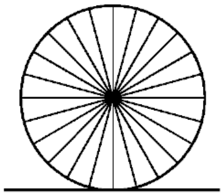
10. 3.0 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इस वृत्त की दो जीवाएँ AB और CD खींचिए जिनमें $AB = CD = 3$ सेमी। प्रत्येक जीवा द्वारा केन्द्र पर बने कोणों को नापिए। क्या दोनों कोणों के मान समान हैं?

□□□□ - 14 □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□

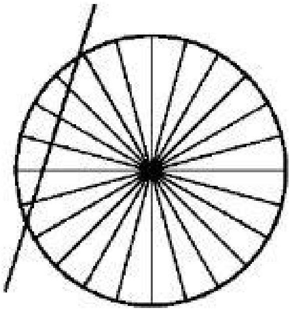
- □□□□□□□, □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□
- □□□□□ □ð□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□, □□□□□ □□□□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□
- □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□ : □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□é□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□

14.1 □□□□□□□

□□□□□ □ü□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □õ□□ □□□□□□□, □□□□□ □□□□□□□, □□, □È□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ý □□□□□ □□□□□ □ð□□□□□□□□ □□□□□ □□□□, □□ □ü□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ (□□□□□ □□□□) □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□ý □□□□ □□ □ü□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ (□□□□□□ 14.1) □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ý



 14.1



 14.2

          ü   ü 142   é ý

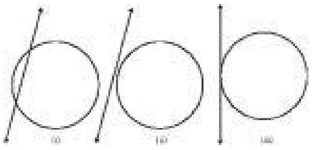
                        -      ý   ý   ý

142 ,

  :

        é   -   é   -   ?

             ,   ý



 14.3

1.   -   õ   (i)   ý

2□ □□□□□, □ð□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□é □□□□ □□, □õ□□ □□ □□□□□□ (ii) □□□ □□□□□□□ □□□ □□ý

3□ □□□□□, □ð□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□, □õ□□ □□ □□□□□□ (iii) □□□ □□□□□□□ □□□ □□ý

□□□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□, □ð□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ý

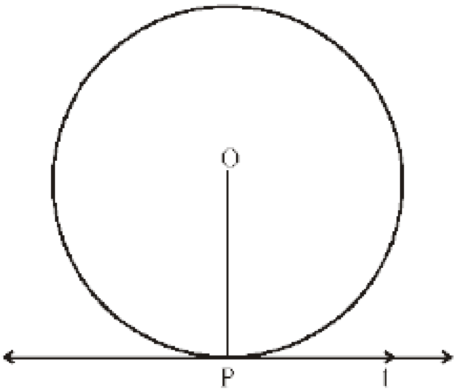
□□: □□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□ □ð□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ý □ð□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□, □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ý

□□ □□□□□□□

□□□□□ **□ð**□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□ **□ð**□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□**ý**

14□3 □□□□□□□ □□□□□□□

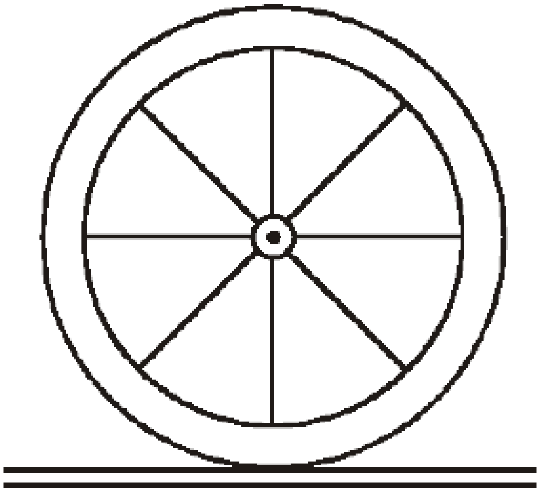
□□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □ð□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□, □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□ý □□□□□□□ □□□□□□□, □ð□□□ □□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ý □□□□□□□□ □□□□□□ 4□4 □□□ t □□□□□□□ □□□□, O □ð□□□ □□ □□□□□□□□ □□ P □□□□□□ □□□□□□□ □□□ý



□□□□□□ 14.4

□□□□□□□ □□□□□□ **:**

□ð□□□, □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□-□ü□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ý □õ□□ □□□□□□ □□□□ □□ □ü□□ □□□□□□ü□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ý □□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□ □□ý □□□ú □ð□□□, □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ý



चित्र 14.5

ú ü   ð , ð

, ý

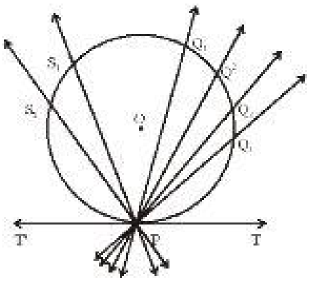
144   :

**, ‡Š **

 146 ð O ý ð
  P ý ð   P
          ý
       ü   ð
P ‡‹   ý

  P   ý
      ð Š P Ä Q1,
Q2, Q3 Q4   ý
 P é S1 S2   ý

P   ,
 ð P ‡‹   é
ý ð   T`PT ý



□□□□□ 14.6

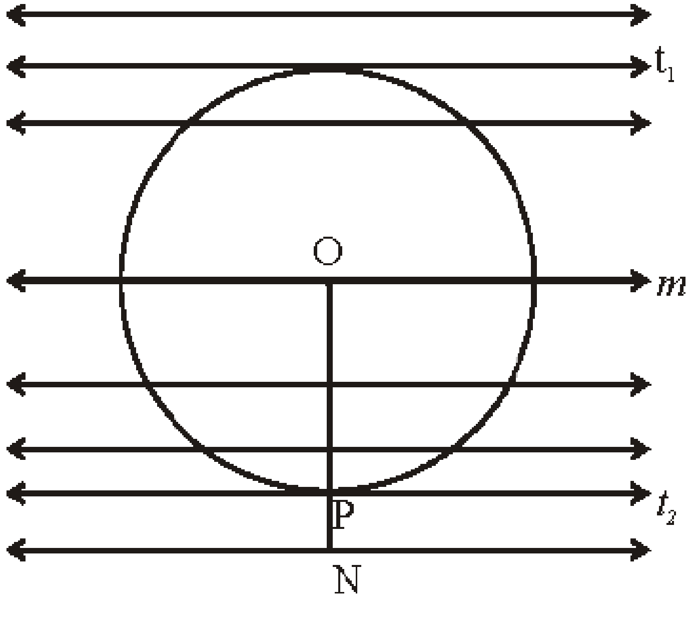
□□□□□□ □□□□□**:**

(i) □ð□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□é□□ □□ □□□□ □□□ ?

(ii) □ð□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□é□□ □□ □□□□ □□□ ?

□□□□□□ □□□□□, □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□

□□□□□□Ä□□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □ð□□□ □□é□□□ □□□□□ □□□□□□□ O □□, □□□ □□□□ □□ □□□ □□‡‹□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□é□□□, □□□□□□



□□□□□ **14□7**

(i) □□ □□□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□□□□ □ □□□□ □□□

(ii) □□□ □□□□□□ □ð□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□

(iii) □□ □□□□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□ý

□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□-□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□‡‹□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□d □□□□□□□□□□ □□□□ý

रेखाएँ	केन्द्र O से दूरी (p मानें)	(r मानें)
वृत्त को प्रतिच्छेद न करने वाली रेखा		
वृत्त की स्पर्श रेखा		
वृत्त की छेदक रेखा		

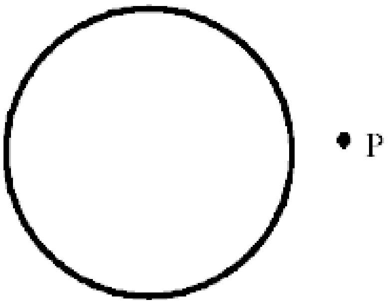
□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□□ O □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ p □□, □□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□□□ r □□, □□

(i) □□□□ $p > r$ □□ □□□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□é □□□□□ □□,

(ii) □□□□ $p = r$ □□ □□□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ý

(iii) □□□□ $p < r$ □□ □□□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ý

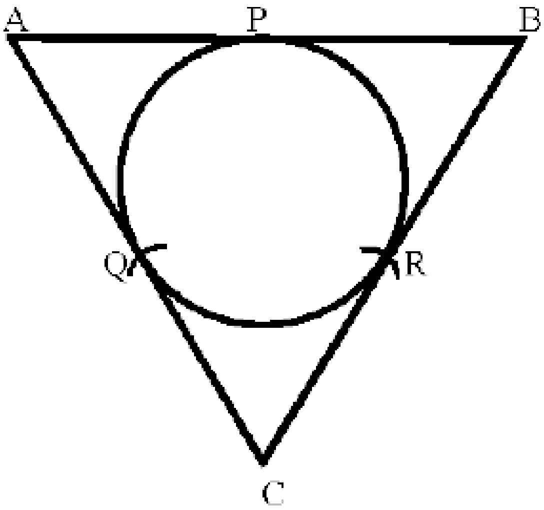
□□□□□□□ **1** - □□□□□□□□ □□□□□□ 14□8 □□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ P □□ý □□□□□□□ P □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□é□□ □□ □□□□□ □□□□ ?



□□□□□□ **14.8**

□□ : □□□□□□□ P □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□é□□ □□ □□□□□ □□□□ý (□□□□□□?)

□□□□□□□ 2- □□□□□□□□ □‡ðŠ□□ 14□9 □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□-□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ ?

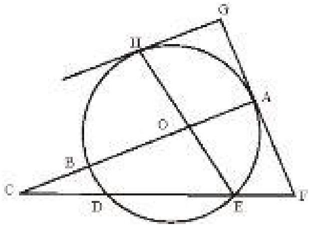


□□□□□□ 14.9

□□ : □□□□, □□□□□□□ □□□□□□□ P, Q □□□□ R □□□□ý

□□□□□□□ 14 (a)

1□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ O □ð□□□ □□ □□□□□□□□ □□, □□ □□□□ □□□□□□□□□ □□é□□ □□□□ □□□□ý □□□□□□ □□□□□□ □ð□□□ □□



□□□□□□ 14.10

(i) □□ □□□□□ □□□□□□□□

(ii) □□ □□□□□□□ □□□□□□□

(iii) □□ □□□□□□

(iv) □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□

(v) □□ □□□□□

2□ □□□□□□□□ O □□ □□□□□□□□□ r □□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ t □□ □□ □ð□□□ □□ P □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ý □□□□ □□□□□ t □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ Q □□, □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□úu□□□ :

(i) OQ > *r* (ii) OQ = *r* (iii) OQ < *r* (iv) OP < *r* (v) OP = *r* (vi) OP > *r* **3.** □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ ‡‹□□ □□□□□□ □□

? □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ý

4□ 2□0 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □ð□□□□ □□é□□□ý □□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ P □□□□□□ý □□□□□□ □□□□□□ □□ ‡‹□□ P □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□é□□ □□ □□□□□ □□ □□ □ð□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ ?

5□ □□□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ ‡‹□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ ? □□□□□□ □□é□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ý

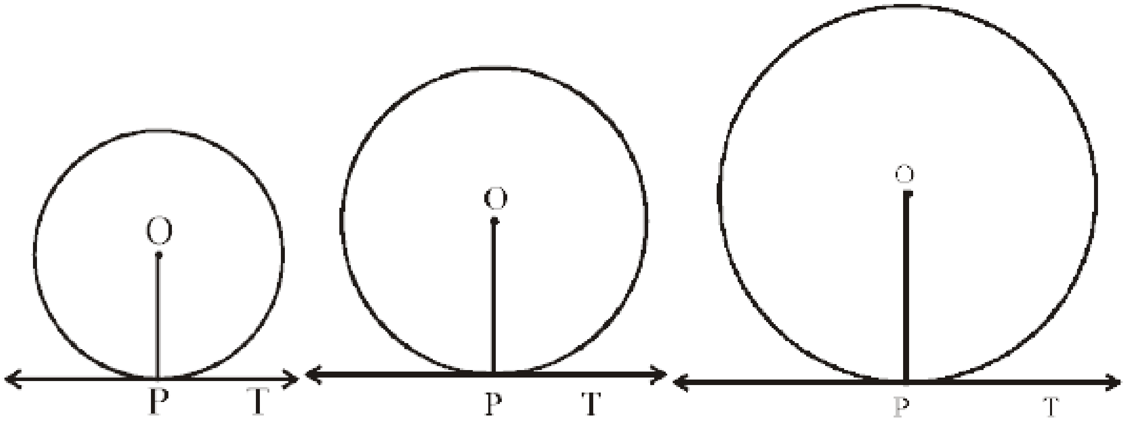
6□ ‡‹□□ □□□□□□ □ð□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ ?

14□5 □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□é□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ (□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□)

□□□□□□□ □□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□-□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□-□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □ð□□□□ □□é□□□ý □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □ð□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ O □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ý

□□□□□ □ð□□□□ □□ □□ □□□□□□□ P □□□□□□ý □□□□□□□ P □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□ PT □□ □□□□□□□ □□é□□□ □□ PT □ð□□□□ □□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□ý □□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ PT □ð□□□□ □□ □□□□□□□ P □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□ý □□□□□□□□□ OP □□é□□□ □□<OPT □□ □□□□□ □□□□ 90° - <OPT □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ý



□□□□□□ 14□11

□□ □□□□□‰ □ Š□□ □□□□□ □□ □ð□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□á □□□□□□□□□ □□□□□□ý

[illegible]	∠OPT	90° - ∠OPT
(i)		
(ii)		
(iii)		

   90° - <OPT   ý   úýý ýý ýý

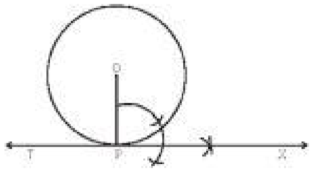
ð   ý

 ýý : ‡‹ OP   P OP   é   ?

**146 ð   ð **

  : O   ð ý ð   P ý

 : P   ð   é ð P ý



 14.12

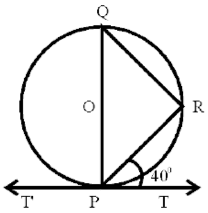
 :

1 OP é ý

2 P   OP   PX é

3 XP T ü ý   XT ð   ð   P   ý

 3 : ‡ðŠ TPT O ð   PQ, P   ý , PR ð   QR   ý <RPT = 40° , <PQR   ‡‹ ?



14.13

 : ú PT ð P   OP, P
     ,

: $<OPT = 90^0 = <QPT$

, $<QPR + <RPT = 90^0$

, $<QPR = 90^0 - \angle RPT$

$= 90^0 - 40^0$

$= 50^0$

ú $\angle PRQ$ ð   ý

 : $\angle PRQ = 90^0$

, $\angle PQR$ ½ãò $\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^0$

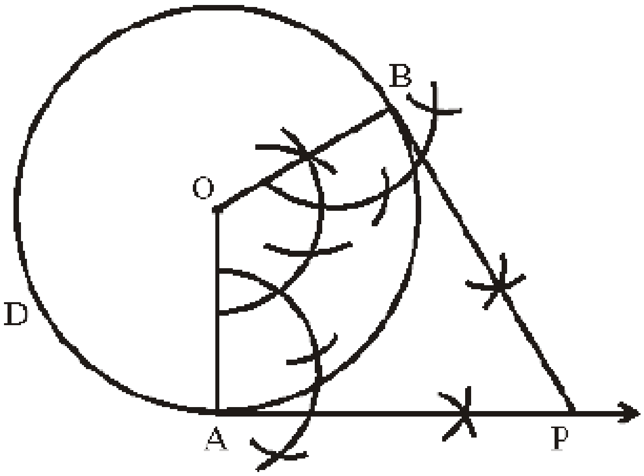
, $\angle PQR + 50^0 + 90^0 = 180^0$

, $\angle PQR + 140^0 = 180^0$

, $\angle PQR = 180^0 - 140^0 = 40^0$

,: $<PQR = 40^0$

 4:25   ð éý O ý ð   OA OB é 1685pngAOB = 1200ý A B ð   é   P ý PA PB



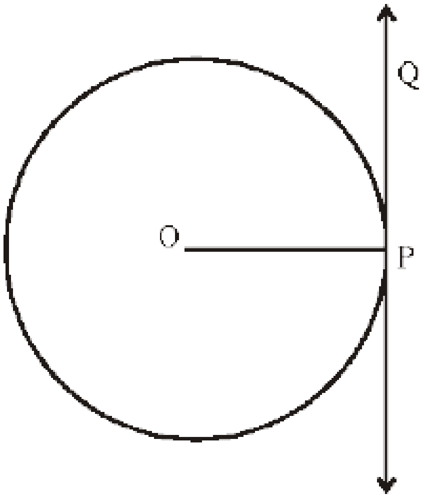
□□□□□ 14.14

□□ :

□□□□ : O □□□□□□□□ □□ □□ □ð□□□ □□é□□□ □□□□□ □□□□□□□□ 2□5 □□□□ □□ý □□ □□□□□□□□ OA □□é□□□ý □□□□□□□□ OA □□ □□□□□□ O □□ 1200 □□ □□□ □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□ OB □□é□□□ý ,□□ □□□□□□□□□ A □□ B □□ □□□□□□□□□□□ ‰□Š□□: OA □□ OB □□ □□□□ □□□□□□ □□é□□□ □□ □□ □□□□□ □□ P □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ý ,□□ PA □□ PB □□ □□□□ □□ □□□□ 4□3 □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ý

□□□□□□ 14 (b)

1□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□ O □ð□□□ □□ □□□□□□□□ □□ý PQ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□ P □□□□□□ □□□□□□ □□ý<OPQ □□ □□□ □□□□□ □□ý



□□□□□ 14□15

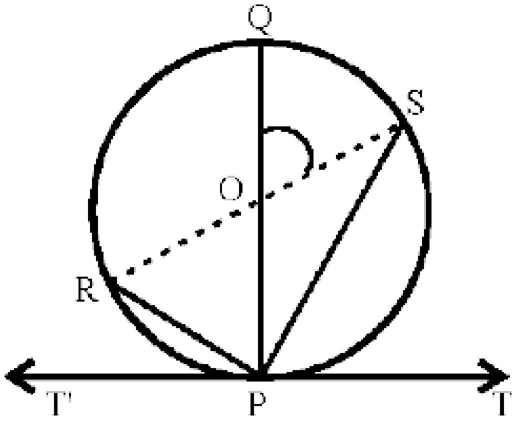
2□ 3□0 □□□□ □□□□□□□□ □□ □□ □ð□□□ □□é□□□ý □ð□□□ □□ □□ □□□□□□ P □□□□□ý □□□□□□ P □□ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□é□□□ý □□□□ □□ □□□□□ý

3□ O □□□□□□□ □□□□ □□ □ð□□□ □□ý □ð□□□ □□ □□ □□□□□□ P □□□□ □□ý □□□□□□□ □□ □□□□□□ P □□ □ð□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□é□□ □□ □□□□ □□ý □□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□é□□□ □□□□□□ □□□□□ý

4□ □□□□ □□□□□□ O □□ □□□□□□□ □□□□□ 3□0 □□□□ □□□□□□□□ □□ □□ □ð□□□ □□é□□□ý □□ú□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □ð□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□ OA □□□ OB □□ □□□□□□ □□é□□□ □□ <AOB = 1250ý □□□□□□□□□ A □□ B □□ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□é□□□ý □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ P □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□ <APB □□ □□□□□ □□□□□ý

□□□□□□ 5:□□□□□□□ □‡ðŠ□□ □□□ PT □□□□□□□ O □□□□ □ð□□□ □□ P □□ □□□□□□ □□□□ □□, PQ □ð□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ PS □□□ PR □ð□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□ □□ $RP \perp PS$ □□ý □□< QOS = 620 □□ (i) <QPS (ii)<SPT (iii) <QOR (iv) <RPT

□□□□□ □□□□□ý



□□□□□ 14.16

□□ : OS □□□ OR □□ □□□□□□

<QOS = 620

,□□<QPS = $\frac{1}{2}$ <QOS = $\frac{1}{2} \times 62^{0} = 31^{0}$ **..............**(i)

□□ú□□ PT □ð□□□ □□ □□□□□□ P □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□ PQ □□ □□□□□ □□ý

(ii) $<QPT = 90^0$

□□, $<QPS + <SPT = 90^0$

□□, $<SPT = 90^0 - <QPS$

□□, $<SPT = 90^0 - 31^0 = 59^0$ ...... (ii) (iii) □□ú□□ $RP \perp PS$

□□

,□□: $\angle RPS = 90^0$

□□, $<RPQ + <QPS = 90^0$

□□, $<RPQ = 90^0 - <QPS$

$= 90^0 - 31^0 = 59^0$

,□□: $<QOR = 2<RPQ$

$= 2 \times 59^0$

(iv) $<RPT = <RPQ + <QPT$

$= 59^0 + 90^0$

$= 149^0$

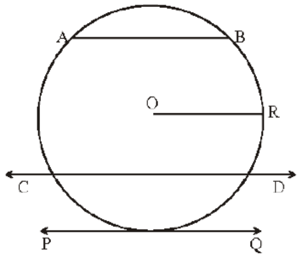
□□□□□□□ 14 (C)

1□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□ /□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□-□□□ □□□□□ □□□□Œã†ý

(i) □ð□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□é□□ □□□□è □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ý

(ii) □□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□□, □□ □ð□□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ý (iii) □□□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□, □□ □ð□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ý (iv) □ð□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□é□□ □□□□ □□□□□, □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ý 2□O □□□□□□□□ □□□□□ 2□5 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □ð□□□ □□é□□□ý □□ □ð□□□ □□ □□ □□□□□□□ P □□□□□□ý □□□□□□□□□ OP □□é□□□ý □□□□□□□□□ OP □□ □□□□□□□ P □□ □□□□□ PT □□é□□□ý ‡‹□□ PT □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ ?

3□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ O □ð□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ý □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□‡‹□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ :



□□□□□ 14□18

(i) □□□□□□□□ AB □ð□□□ □□ ....□□ý

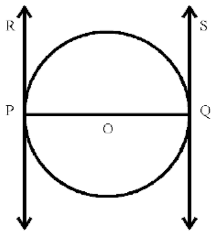
(ii) □□□□□□□□ OR □ð□□□ □□ .... □□ý

(iii) □□□□ CD □ð□□□ □□................. □□ý

(iv) □□□□ PQ □ð□□□ □□ ....□□ý

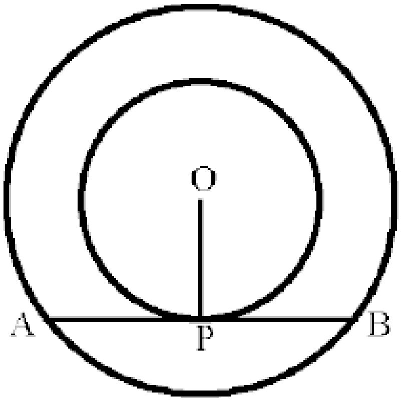
4□ 2□5 □□□□ □□□□□□□□ □□□ O □□□□□□□ □□□□ □□ □ð□□□ □□é□□□ý □□ □ð□□□ □□ □□ □□□□□□ A □□ B □□ □□□□□□ □□□□□ □□ 1853□pngAOB = 600 ý □□□□□□□□□□ A □□ B □□ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ ‰□Š□□: AP □□□ BP □□é□□□ý 1858□ pngAPB □□□□□ □□□□□ý

5□ □□□□□□□ □‡ðŠ□□ □□□ PQ □ð□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□ PR □□□ QS □□ □ð□□□ □□ ‰□Š□□: P □□□ Q □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□ý ‡‹□□ RSIIQS □□? □□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ý



□□□□□ 14.19

6□ □□□□□□□ □‡ðŠ□□ □□□ □□□□□□□ O □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □ð□□□ (□□□□□ □ð□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ O □□) □□□ý □ü□□ □ð□□□ □□ □□ □□□□ AB □□□□ □ð□□□ □□ P □□ □□□□□□ □□□□ □□ý ‡‹□□ □□ □□□ □□□□ □□□□ □□ AB □□□□□□ P □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ ? □□□□□ □□□□□ □□□□□ý

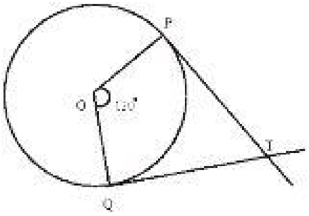


□□□□□ 14□20

□□□□□□□□□ □□□□□□□ 14

□□□□□□□ 1 □□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□

1□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□ O □ð□□□ □□ □□□□□□□□ □□ý □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ OP □□□ OQ □□ □□□□□□□ □□□ □□ <POQ = 120°ý □□□□□□□□□□ P □□ Q □□ □ð□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□é□□ □□□è □□□ý □□ □□ □□□□□□ □□ T □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ý <PTQ □□ □□□ □□ý



□□□□□ 14□17

- **(i)** 60^0
- **(ii)** 120^0
- **(iii)** 90^0
- **(iv)** 100^0

2. □□□□ □ð□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□ 6 □□□□ □□ 8 □□□□ □□□ý □□□□ □□ 1 □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□, □□ □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□□

(i) 14 □□□□ (ii) 10 □□□□ (iii) 8 □□□□ (iv) 5 □□□□

(□□□□□□□□□□ - 2006)

□□□□ ‡‹□□ □□□□□□ □□ ?

1 ð   ð
     ý

2 ð   ,   ð
          ý

3 ð   ð
     ,
ý

4 ð   O   P ,
  r

(i) p > r   ð   é ,

(ii) p = r   ð   ý

(iii) p < r   ð   ý

 14(a)

1(i) AC FC (ii) HG GF (iii) BOA (iv)   A
 H (v) HE DE

2(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)
3   ý 4 é

 14(b)

1 90° 4 <APB = 55°

 14(c)

1 (i) (ii) (iii) (iv) 2 3
(i) (ii) (iii)   (iv) 4
120° 5 6 ú

  14

1 (i) 60° 2 (ii) 10

[illegible] - 15 [illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

15.1 [illegible]

[illegible] [illegible]-[illegible], [illegible], [illegible]-[illegible], [illegible] [illegible], [illegible] (Ra[illegible] Da[illegible]a) [illegible]

[illegible]

15.2 [illegible] :

[illegible] 8 [illegible]-

22, 26, 15, 7, 10, 32 , 40, 40, 25, 28, 16, 15, 35, 25, 25, 16, 20, 42, 45, 48, 10, 8, 26, 8, 1

[illegible]:

1. [illegible]

□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ 48 □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□ 1 □□□□ □□: □□□□□□□ □□ □□□□□□ 48 - 1 =47 □□ □

2. □□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ 47 □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ 0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ 10-20 □□ □□□□□ □□□□ 10 □ 20 □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□, □□□□□□□ 10 □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ 20 □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ 20-30, 30-40 □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□: 20 □ 30 □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ 30 □ 40 □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ 0-10, 10-20, 20-30 □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ 0-10, 8-18, 20-24□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □

□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ 10-20 □ 20-30 □□ □□□□□□□ □□□□ 10-20 □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ 20 □□□□ □□ □□□□□ 20-30 □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ —□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□, □□□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□ - □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□ □ □□□□□ 10 - 20 □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ 20 – 10 =10 □□ □

□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ :

□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□

(1) (2) (3) (4)

1 0-10 $\frac{1}{x}, x \neq 0$ 4

2 10-20 $x \times \frac{1}{x} = 1$ 6

3 20-30 $\frac{p}{q}$ 8

4 30-40 $\frac{p}{q}$ 2

5 40-50 $\frac{q}{p}$ 5

□□□□□□ - 1

3. □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□

[illegible] 0-10 [illegible] 0 [illegible] 10 [illegible]: [illegible] 10 [illegible] 0-10[illegible] 10-20 [illegible]

• [illegible]

• [illegible]-[illegible]

[illegible] :

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible] 5 [illegible] 15 [illegible]

[illegible] 1 :

• [illegible] :

[illegible]

(1) (2) (3) (4)

1 5-10 卌卌 I 11

2 10-15 |||| 4

3 15-20 卌卌 II 12

4 20-25 卌卌卌 III 18

5 25-30 卌卌 |||| 14

6 30-35 III 3

7 35-40 卌 卌 10

I [illegible] ?

[illegible] - 2 [illegible] ?

[illegible] 25-30 [illegible] ?

[illegible] 30-35 [illegible] ?

[illegible] 35-40 [illegible] ?

[illegible] 10 [illegible] ?

[illegible] 15 [illegible] 10-15, 15-20 [illegible] ?

[illegible] ?

[illegible] ?[illegible]

[illegible] ?

[illegible] :

[illegible] 5-10, 10-15, ..., 35-40 [illegible] 7 [illegible]

[illegible] 40-5 =35 [illegible]

[illegible] 25-30 [illegible] 25 [illegible] 30 [illegible]

[illegible] 30-35 [illegible] 35-30 =5

[illegible] 35-40 [illegible] 10 [illegible]

[illegible] 35-40 [illegible] 10 [illegible]

[illegible] 15 [illegible] 15-20 [illegible]

[illegible] 72 [illegible]

[illegible] 72 [illegible]

[illegible] 20-25 [illegible]

[illegible] 15 (a)

1. [illegible] 5 - 5 [illegible] :

(i) 5, 11, 26, 24, 21, 10, 9, 8, 7, 11, 25, 21, 17, 14, 16, 11, 13, 17

(ii) 22, 36, 42, 37, 40, 19, 23, 27, 20, 36, 40, 25, 24, 36, 23,

2. ef[illegible] 22 [illegible] 10- 10 [illegible] :

67, 52, 54, 66, 88, 82, 67, 54, 50, 50, 66, 67, 50, 50, 48, 55, 56, 67, 88, 67, 78, 83

15.3 [illegible] ([illegible])

[illegible] / [illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible] ।

[illegible]-[illegible] ।

[illegible] 60 [illegible] 60 [illegible]

[illegible]	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	[illegible]
[illegible]	2	8	16	18	12	4	60

[illegible]-[illegible]

□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ (□□□□□□□□□□ra□□) □□□□□□□ □□□

□□□□□□□ 2. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ :

□□□□ 30-40 40-50 50-60 60-70 70-80 80-90
□□□□□□□□□□□ 40 30 60 45 20 5
(1) «eeheâ heshej hej keâesF& □□□□□□□ O ueskeâj OX (x-De#e) leLee OY (y-De#e) KeerbefÛeS~yeejcyeejlee

70
30
20
10
60
50
40
0

30 40 50 60 70 80 90

□□□□□□□□□

□□□□□□□ :□□
□ □□□□□ □□ : 1 □□□□□ = 10 □□□□□□□□□□
□□ □□□□□ □□ : 1 □□□□□ = 10 □□□□□□□□□□□

(□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□-□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□ □□ □□ 0 □□ 30 □□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□□)

(2)□□ □- □□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ 1 □□□□□ (10 □□□□□ □□□□□) ·10 □□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ 30-40, 40-50, ..., 80-90 □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □

(3) □□-□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ 1 □□□□□ =10 □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□ 10, 20, 30, ..., 60 □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □

(4)□□ □-□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ 30-40 □□ □□□□□□ □□□□□-□□□□□□□□ 10 □□, □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□-□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ 40 □□, □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ 30-40 □□ □□ □□□□ □□□□r□□□□ □

(5) □□□□ □□□□□□□ □□□□□ 40-50 □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ 30 □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ 30-40 □ □□□□□ 40-50 □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □

(6) □□□ □□□□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□r□□□□
□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□

□□□□□□ 3. □□□□ □□ □□ □□□□□ 25 □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□
□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ 50 □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□
□□□□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□
□□□□ □□□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□
□□□□□ :

7

0 10 20 30 40 50 60

□□□□□□□□□

2861.□□□□

2863.□□□□

2862.□□□□

□□□□□□□ :□□

□ □□□□ □□ : 1 □□□□ = 10 □□□□□□□□□

□□ □□□□ □□ : 1 □□□□ = 2 □□□□□□□□□□

2890.□□□□

2889.□□□□

□□□□□□□□□□ 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50

□□□□□□□□□□□ 2 3 7 8 5

i . [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] ?
[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] 10 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?
[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] 19 [illegible] [illegible] [illegible] 30 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] ?
[illegible]. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] ?
[illegible] : [illegible] . [illegible] [illegible] [illegible] 0-10, 10-20 ... [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] 10 [illegible] [illegible]
[illegible]. 2 [illegible] [illegible] 10 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]. 7 [illegible] [illegible] 19 [illegible] [illegible] [illegible] 30 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible] 0-10 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]. [illegible] 30-40 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] 4: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 50 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

10
3
2
1
11
5
4
6
8
7
9

0 10 20 30 40 50 60 70 80

□□□□□□□□□□□

□□□□□□□ :□□
□ □□□□□ □□ : 1 □□□□□ = 10 □□□□□□□□□□□
□□ □□□□□ □□ : 1 □□□□□ = 2 □□□□□□□□□□□
□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ :
□□ . □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ ?
□□□□. □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□ 10 □□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ ?
□□□□□□□. □□□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□ 40 □□ □□□□□ □□□□ 50 □□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ ?
□□□□. □□□□ □□□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□, □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ ? □□. □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ 40 □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ ?
□□ :
□□ . □□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□□-□□□□□□□□□□ 0-10, 10-20 □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□ 10 □□ □
□□□□. 10 □□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ 0-10 □□ □□□□□-□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ 1 □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□ 1 □□□□□□□□□□□□□□ □□ 10 □□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□
□□□□□□□. 40 □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ 50 □□ □□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ 9 □□ □
□□□□. 50-60 □□ □□□□□-□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ 10 □□□□□□□□□□□ □□□□ □
□□. 40 □□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□-□□□□□□□□ 0-10, 10-20, 20-30, □□□□ 30-40 □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ 18 □□□□ □
□ □□□□□□ □□□□□□ :

[illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible]

[illegible]-[illegible] [illegible]-[illegible] [illegible]-1 [illegible]-[illegible] 30 [illegible], [illegible]-[illegible] 30 [illegible]

[illegible]
[illegible]â[illegible] ([illegible])

[illegible] :[illegible]
[illegible] : 1 [illegible] = 5 [illegible]
[illegible] : 1 [illegible] = 2 [illegible]

[illegible] 15 ([illegible])
1. [illegible] :
I . [illegible] [illegible]â[illegible] ?
[illegible]. 160-165 [illegible] ?
[illegible]. 160 [illegible] ?
[illegible]. [illegible] ?
[illegible]. 155 [illegible] [illegible]â[illegible] ?
2. [illegible] 60 [illegible]

[illegible] 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60 60-70 70-80

[illegible] 2 4 5 8 12 15 9 5

□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□

3. □□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□-

□□□ (□□□□□□□ □□□)25-30 30-35 35-40 40-45 45-50 50-55
□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ 40 60 80 70 60 50

□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□□□□□

16
12
24
20
8
4
0 125 130 135 140 145 150 155 160

□□â□□□ (□□□□ □□□)

□□□□□□□ - □□□□□□□□
□ □□□□ □□ 1 □□□□ = 5 □□□□
□□ □□□□ □□ 1 □□□□ = 4□□□□□□□□□□

3094.□□□□
4. □□□□□ 8 □□ □□□□□□□□□□□□□□ □□ □□â□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ (□□□□□□□□□) □□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□-
□□ . □□□□-□□□□□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□ ?
□□□□. □□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□-□□□□□□□□ □□ □□ □

□□□□□□. 140 □□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ ? □□□□□□. □□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□□ □□ □□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ ? □□□□. 145 □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ 155 □□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ ?

5. □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ :

□□□ 0-10 10-20 20-30 30-40 40-50 50-60

□□□□□□□□□□ 2 8 15 20 16 6

15.4 □□□□□□□□□ □□□□=□□□□ □□ □□□

□□□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□ □□, □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □ □□ □□□□□□ □□□□□: □□□□ □□ □□□□ □□ □□□□ □□-□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □ □□□ □□□□□□ □□ □□-□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□ □ □□□□□□ □□ □□ □□□□=□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□=□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ (□□□□□) □□□□□ □□-□□□ □□□ □□□□□, □□□□□□ □□□□ □□□ ‘□□□□□□□□□ □□□□=□□□□ □□ □□□’ □□□□□□ □□ □

□□ □□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□=□□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □ □□□□□□□ □□□□□, □□□□□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□□-7 □□□ □□ □□□□ □□□ □ □□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□ □□□□□□ □

15.4.1 □□□□□□□□

□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ 5 □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ 48, 54, 42, 56 □□ 51 □□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□ 42, 48, 51, 54□□ 56 □□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□□ 56, 54, 51, 48 □□ 42 □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□ 51 □□□□□□ □□ □ □□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□ □□□ □□ □□

[illegible]

[illegible] :

[illegible], [illegible]

[illegible]

[illegible], [illegible] :

[illegible] ?

[illegible] :

(a) [illegible] :

[illegible], [illegible] 1 [illegible] 2[illegible]

[illegible]â[illegible] ± 1

[illegible] · 4052.[illegible]

2

□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ n □□□□ □□, □□ □□□□□□□□□□ · $\frac{n+1}{2}$ □□□ □□ □□ □□□

□□□□□□ □□ □□□ □□□ n=13 □□, □□ $\frac{8}{3}$ □□□ □□□□□□ 7□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□, □□□□□□□□ □□□□□□

□□□□□□ 7: □□□ □q□□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□ : 148, 151, 153, 145, 143, 152, 155

□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □

□□ : □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□- 143, 145, 148, 151, 152, 153, 155

□□□ □□□□□□□□ □□ □□ · $\left(\frac{-6}{9}\right)$ □□□ □□ =□□□□ □□

□□□□□□□□ □□□□□□□□□ =151 □□□□

(□) □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□-

□□□ □□□□ □□□□ □□□ 4079.□□□□ □□ □□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□ 2 □□ □□□ □□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□ □

$\frac{2}{5}\times\frac{9}{4}$□□□ □□ □□ □□□ ± $\left(\frac{n}{2}+1\right)$□□□ □□ □□ □□□

□□□ □□□□□□□□□ · ______________________

2

□□□□□□ : □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□ □□□ □□□□□□ 10 □□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□

10, 12, 8, 9, 11, 19, 13, 10, 20, 22

□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□

□□ : □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ :

□□□□□ □□□□ □□□ □□ : 8, 9, 10, 10, 11, 12, 13, 19, 20, 22

□□□□ n = 10, □□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□

$\frac{n}{2}$□□□ □□ □□ □□□ ± $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ □□□ □□ □□ □□□

□□□□□□□□ · ______________________

2

5 □□□ □□ □□ □□□ ± 6 □□□ □□ □□ □□□
.
2

= 11.5
□□□□□□□□ □□□□□□□□□ =11.5
(□□) □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□, □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□
□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□ □ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□ □ □□□□□□ □□□□, □□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □

□□□□□□□ 1. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :
□□ 2 4 6 8 10 12 14
□□□□□□□□□□□□ 3 2 2 4 3 12

□□ : □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□ □□ :

□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□

2 3 3

4 2 (3+2) = 5

6 2 (5+2) = 7

8 4 (7+4) = 11

10 3 (11+3) = 14

12 1 (14+1) = 15

14 2 (15+2) = 17

□□□ 17

□□□□ □ =17 □□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□

□□: □□□□□□□□ · $\frac{n+1}{2}$ □□□ □□

· $\frac{17+1}{2}$ · 9 □□□ □□

9 □□□ □□ □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ 11 □□ □□ 11 □□□□□ □□□□□□□□□□ □□ □□ □□□ 8 □□□

□□□ 9 □□□ □□ □□ □□□ =8

4126.□□□□ □□□□□□□□□ =8

□□□□□□ 2. □□□□ □□□□□ □□ 24□□□□□□□□□□□□□□□ □□ (□□□□□□ □□□) □□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□ :

□□□ (□□□□□□ □□□)12 13 14 15 16

□□□□□□□□□□ 4 5 4 6 5

□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□

□□ : □□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ :

□□□ (□□□□□□ □□□) □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□

12 4 4

13 5 (4+5) = 9

14 4 (9+4) = 13

15 6 (13+6) = 19

16 5 (19+5) = 24

□□□□n= 24,□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ $\frac{n}{2}$ □□□ □□ □□□ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ □□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □

$\frac{n}{2}$ □□□ □□ · $\frac{24}{2}$ □□□ □□

· 12 □□□ □□

$\left(\frac{n}{2}+1\right)$ □□□ □□ · $\left(\frac{24}{2}+1\right)$ □□□ □□ · 13 □□□ □□

12 □□□ □□ □□ □□□ ± 13 □□□ □□ □□ □□□

□□□□□□□□ ·

2

· $\frac{ll + ll}{2}$ · 14 [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 14[illegible])

[illegible] [illegible] [illegible]

1. [illegible] [illegible] 8, 12, 9, 15 [illegible] [illegible]r-[illegible] [illegible] [illegible]
2 . 20, 24, 28, 19 [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] ?
3. [illegible] 3, 4, 7, 9, 10, 13, 15 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
4. [illegible] 15, 12, 10, 9, 6 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]?
5. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 40 [illegible], 43 [illegible], 44[illegible], 46 [illegible], 47 [illegible] [illegible] 50 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] 15 ([illegible])

1. [illegible] [illegible] [illegible] 7 [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible]) 25, 57, 32, 23, 42, 30, 47 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
2. [illegible]q[illegible] [illegible] [illegible] 8 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 140, 142, 135, 133, 137, 150, 148 [illegible] 138 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

[illegible]3 4 6 8 12

[illegible] 2 5 4 5 3

4. [illegible] [illegible] [illegible] 40 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

[illegible] [illegible] [illegible] ([illegible])4 5 6 7 8

[illegible] [illegible] [illegible] 6 5 8 15 6

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

15.4.2 [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] 10 [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible]) [illegible] 13, 14, 13, 15, 12, 13, 15, 16, 13, 13 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

4895.[illegible]

[illegible] -[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] : 1 [illegible] = 10 [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] :1 [illegible] = 2 [illegible]
4903.[illegible]

[illegible] ([illegible] [illegible]) 12 13 14 15 16

[illegible] 1 5 1 2 1

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 10 [illegible] [illegible] 5 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 13 [illegible] [illegible] [illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 13 [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

f[illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible] [illegible])

□□□□□□□ 1: 10 □□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ (15 □□□ □□) □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

9, 10, 12, 10, 13, 12, 10, 12, 10, 9

□□ : □□□□□□ 10 □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□: □□□□□ □□□□□□ 10 □□ □

□□□□□□□ 2. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

□□ 12 16 20 24 28

□□□□□□□□□□□ 4 10 14 20 6

□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ 24□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ 20 □□□ □□: □□□□□ □□□□□□ 24□□ □

□□□□□□□□- □□□-□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□ □

□□□□□□□ 15 (□)

1. 12, 12, 13, 12,10 □□ □□□□□□ □□□□□□ □

2. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ ::

(i) 13, 14, 10, 12, 11, 12, 13, 20, 18, 12, 10, 12

(ii) 19, 25, 36, 38, 20, 18, 38, 3, 38, 22, 38, 38

3. □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

□□18 22 26 30 34 38

□□□□□□□□□□□ 3 5 11 3 9 2

□□□□□□□ □□□□□□□ 15

1. □□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) 23, 20, 22, 19, 17, 22, 14, 16, 15

(ii) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

(iii) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

2. □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ :

□□ 4 7 10 12

□□□□□□□□□□□ 5 8 10 1

3. □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ 40 □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□ (□□□□□□ □□□) □□ □□□ □□□ □ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□

□□ (□□□□□ □□□)10 12 14 16 18

efMe#eeefLe&ÙeeW keâer mebKÙee 4 8 12 6 10

4. □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ :

(i) 1, 3, 5, 5, 5, 4, 6

(ii) 2, 4, 6, 3, 4, 3, 4, 4, 7, 2

(iii) 5, 7, 9, 8, 7, 9, 7, 7, 3, 5, 2

5. □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□ □□□ □□□ (□□□□□□) □□□□□□□□□□□ □□□ :-□

20, 25, 20, 17, 15, 13, 17, 19, 20, 21, 25, 20, 15, 23

□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□

6. □□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□□□ □□□ 60 □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□ :

□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ :

□□. □□□□-□□□□□□□ □□□□□ □□?

□□□□. □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ 40 □□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□?

□□□□□□. 50-60 □□ □□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□?

□□□□. 50 □□ □□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□?

□□. 10 □□ □□□□ □□□ 30 □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□ □□□?

7. □□□□ □□□□□ □□ 30 □□□□□□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□ □□□□□□□ □□□□ :

25, 22, 28, 30, 35, 25, 20, 42, 45, 48, 41, 42, 25, 23, 35, 36 37, 38, 30, 21, 25, 23, 28, 25, 25, 24, 23, 48, 29, 30

5 [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] 20 [illegible]

8. [illegible]

[illegible]

3483.[illegible]

[illegible] ([illegible])

[illegible]. ` 70-80 [illegible]?

[illegible]. ` 90 [illegible] ` 120 [illegible]

[illegible]?

[illegible]. [illegible] ` 100 [illegible] ` 100 [illegible]?

[illegible]. [illegible] ` 80 [illegible]?

[illegible]. [illegible]?

9. 50 [illegible] :

[illegible] 1 2 3 4

[illegible] 12 24 8 6

10. [illegible] :

[illegible] 33 34 35 36 37

[illegible] 2 3 4 5 1

11. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] :

[illegible] 21 22 23 24 25

[illegible] 2 3 5 1 2

12. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] : -

([illegible]) 6.2 ([illegible]) 5.6 ([illegible]) 5.0 ([illegible]) 3.0

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

1. [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

2. [illegible] [illegible] ([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible]

3. [illegible] [illegible]=[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]: [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

4. [illegible] [illegible]=[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible]

5. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

6. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] 4169.[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

7. [illegible], [illegible]

[illegible] · $\dfrac{\frac{n}{2} \text{ वें पद का मान } + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{ वें पद का मान}}{2}$,[illegible]

8. [illegible]

9. [illegible], [illegible]

[illegible] ½[illegible]

[illegible] **15 (a) 1. (I)** 0 - 5, 5-10, 10-15, 15-20, 20-25, 25-30; **(II)** 15-20, 20-25, 25-30, 30-35, 35-40, 40-45

2.

[illegible]

1 45-55 IIII III 8

2 55-65 I I 2

3 65-75 IIII II 7

4 75-85 III 3

5 85-95 I I 2

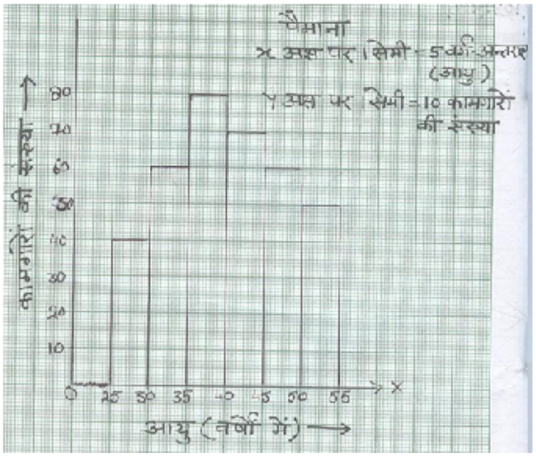
[illegible] 15 ([illegible])

1.[illegible]. 155-160, [illegible]. 10, [illegible] 22, [illegible]. 145-150 [illegible], [illegible]. 30

2.

3.

4.i. 5, **ii.** 125-130, **iii.** 30, **iv.** 140-145, 20, **v.** 28.



5.

□□□□□□□ 15 (□□)
1. 32 □□□□; 2. 139 □□□□; 3. 6; 4. 7 □□□□□□

□□□□□□□ 15 (□)
1. 12, 2. (□□) 12, (□□□□) 38; 3. 26
□□□□□□□ □□□□□□□ 15
1. (□□) 19, (□□□□) 10, (□□□□□□□) 5.5; 2. 7; 3. 14; 4. (□□) 5, (□□□□) 4, (□□□□□□□) 7; 5. 20 □□□□□□□; 6. □□. 10, □□□□. 18, □□□□□□□ 12, □□□□ 27, □□ 9; 8. □□ 8, □□□□ 48, □□□□□□□ 44, □□□□ 80, □□. 4, 9. 2 □□□□ ; 10. 35; 11. 23; 12. □ 5.0;

□□□□ - 16 □□□□□□□□

BEUL6Z

- **□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ (□□□) □□ □□□□ (□□) □□ □â□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□**
- **□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□**
- **□□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□**

16.1□□□□□□

□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□□ □□□-□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□ □□□ □□-

1. □□ □□□□ □□□ □□□□ □□□-□□□□ □□□ □□□, □□□ □□ □□, □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□□

2. □□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□, □□□ □□□□□ □□□ □□□□ □□ □

3. □□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □

4. □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□□ □□, □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□ □□□□ □□ □

[illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible] ‘‘[illegible]’’ [illegible]

16.2 [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible] :

[illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]

[illegible]

[illegible]?

[illegible]

[illegible] [illegible]=[illegible] (…) [illegible] [illegible]=[illegible] (…) [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]-[illegible]-1

[illegible] 10 [illegible], 20 [illegible], 30 [illegible], 40 [illegible], 50 [illegible], 75 [illegible] 100 [illegible]

[illegible]

[illegible]ä[illegible] 10 [illegible], 20 [illegible], 30 [illegible], 40 [illegible], 50 [illegible], 75 [illegible] 100 [illegible]

[illegible]

[illegible]

10

20

30

40

50

75

100

[illegible]-[illegible]-[illegible]

[illegible],

[illegible]

[illegible]

10 7 3

20 11 9

30 14 16

40 18 22

50 23 27

75 35 40

100 48 52

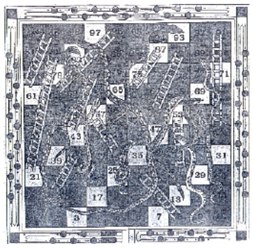
[illegible] 100 [illegible] 48 [illegible] 52 [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] â[illegible] ‘[illegible]=[illegible] (Ra[illegible]) [illegible]’ [illegible]=[illegible]



[illegible], [illegible] 100 [illegible], [illegible]

[illegible] :

(1) [illegible]?
(2) [illegible]? [illegible] ?
[illegible] 10, 20, 30, ...1000, ... [illegible], [illegible], [illegible], [illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]

[illegible]-[illegible]-2

[illegible] 30 [illegible], 60 [illegible], 90 [illegible] [illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]

[illegible]

[illegible]

1 2 3 4 5 6

30

60

90

[illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]

[illegible] (1, 2, 3, 4, 5, 6) [illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]

[illegible] :

[illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]

[illegible]-[illegible] 5 [illegible]-[illegible] 30 [illegible]

[illegible] ।

[illegible]

[illegible]â[illegible]

[illegible] 1 2 3 4 5 6

1. 30
2. 30
3. 30
4. 30
5. 30

[illegible] =150

[illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible] । [illegible] ।

[illegible]-[illegible]-[illegible] [illegible]â[illegible] । [illegible]â[illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible] ।

[illegible]

1. [illegible] ?
2. [illegible]-[illegible] ?
3. [illegible] । [illegible]?
4. [illegible]?

5. [illegible] â [illegible]?

6. [illegible] â [illegible] â [illegible]?

[illegible] 16 (a)

1. [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible]:

[illegible]

20 12 -

30 - 17

- 22 18

- 32 28

n m -

2. [illegible] -

2. [illegible] â [illegible]-

[illegible] â [illegible] peS-

[illegible]-

[illegible] â [illegible]

1 2 3 4 5 6

15 2 3 4 1 1 -

30 4 3 5 6 - 4

45 7 8 8 - 5 5

60 8 9 10 11 - 12

90 13 -- 17 12 14 18

-- 22 18 25 20 16 19

3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 48 [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible]?

4. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 54 [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 25 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]?

16.4 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] -

(1) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(2) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(3) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(4) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible], [illegible] [illegible], [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible]

T

[illegible] â [illegible] 8 [illegible] â [illegible] 8 [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible], [illegible], [illegible], ... [illegible]

[illegible], [illegible]

[illegible]-[illegible]-3

[illegible] 10 [illegible], 20 [illegible], 30 [illegible]-

[illegible]

[illegible]

10

20

30

[illegible] -[illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible]-[illegible]- 4

[illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible] HHH HHT HTH HTT THH THT TTH TTT
20

40

60

80

[illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

16.5 [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible]

[illegible]â[illegible] [illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]â[illegible] [illegible] 1, 2, 3, 4, 5, 6 [illegible]-

[illegible], [illegible]â[illegible] 36 [illegible] 36 [illegible] [illegible]36 [illegible]-

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6) (2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2 ,6) (3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6) (4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6) (6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6) [illegible] (1, 2), (2, 1) [illegible] (5, 6) , (6, 5) [illegible], [illegible]

[illegible] :

[illegible]-

(1) [illegible]â[illegible]?

(2) [illegible]?

(3) [illegible]?

(4) [illegible]?

(5) [illegible]?

[illegible]

[illegible]

• [illegible]=[illegible], [illegible] ([illegible]a[illegible]a[illegible]) [illegible], [illegible]

[illegible] = [illegible], [illegible]

[illegible]

• [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]-[illegible] [illegible]=[illegible]-

S = {HH, HT, TH, TT}

• [illegible], [illegible], [illegible]=[illegible] ([illegible]) HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT [illegible]

[illegible] S = {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

[illegible]=[illegible]

[illegible] 2503.[illegible] 2508.[illegible]

• [illegible]=[illegible], [illegible], [illegible] 2513.[illegible]

• [illegible]=[illegible] 8 [illegible] 2518.[illegible]

HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH Deewj TTT □□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ 2523.□□□□ □□ □

□ □□□□□□□□□ :

• □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ · $\frac{19}{18}$

• • □□ ,, ,, ,, · $1\frac{1}{18}$

• □□□ ,, ,, ,, · $\frac{1}{8}$

• □□ □□□□□ □□□â□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□â□□ □□□□ □□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□ □□□ □□ □□□□□□ (□□ □□□□□□□□□) □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□â□□□ □□ □□=□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □ □□□□ □□□ □

□□□ □ = □1, 2, 3, 4, 5, 6□

□□□□ □□ □□□□□□□□□ 1, 2, 3, 4, 5, 6 □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□

□□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ $\frac{1}{6}$ □□ □□□□□ □□ □

एक घटना की प्रायिकता P = घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या (E) / कुल सम्भव परिणामों की संख्या (S)

□□□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□□ □□□â□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□ 36 □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□ -

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6) (2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2 6) (3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6) (4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6) (6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6) □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□ $\frac{1}{3}$ □□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□· $\frac{1}{6}$

• □□ □□□□□□ ,, ,, ,, · $\frac{1}{3}$

[illegible] **(1)** [illegible] ([illegible] E[illegible]) [illegible]

(2) [illegible] ([illegible]r[illegible]a[illegible]) [illegible]

16.6 [illegible]

[illegible], [illegible] 8 [illegible]? [illegible]-[illegible] [illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible], [illegible]? [illegible] ([illegible]-[illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible]-[illegible], [illegible], [illegible], [illegible]) [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]-[illegible]

[illegible] ।

[illegible], [illegible] '[illegible]' [illegible], [illegible] ([illegible]r[illegible]a[illegible]) [illegible] ।

[illegible] 50 [illegible] 50,000 [illegible], [illegible] $\frac{[illegible]}{[illegible],000}$ [illegible] $\frac{1}{1000}$ [illegible] $\frac{1}{1000}$ [illegible] ।

[illegible] : [illegible]â[illegible] 10 [illegible] 50 [illegible] ।

[illegible] : [illegible] · $\frac{[illegible],0\ ,000}{[illegible],0\ ,000}$

· $\frac{1}{5}$ [illegible]

[illegible], [illegible], [illegible] ।

[illegible]

1. [illegible]â[illegible] ?

2. □□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ ?

3. □□ □□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□?

4. □□ □□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□ ?

5. □□□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □

□□□□□□ 16 (b)

1. □□ □□□□□□ □□ □□□ 40 □□□ □□□□□ □□□ □ □□□ HH, HT, TH ›eâceMeŠ 9, 8, 12 □□□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□ □ □ □□□□□ □□□ □□□ □□□□□ ?

2. □□ □□□□□□□ 1000 □□□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□ □□□ □□ □□□ 455 □□□ □□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □

3. □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□ 400 □□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□ □□

□□ □□□ 90 □□□

□□ □□□ 210 □□□

□□□ □□ □□□ □□□□ 100 □□□

□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □

4. □□ □□□□□ □□ 1000 □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ 1, 2, 3, 4, 5 □□ 6 □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□ □□□ □□ □□□ □□□ □ 1, 2, 3, 4, 5, 6 □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□

□□□□□□ 1 2 3 4 5 6

□□□□□□□□□□ 180 150 160 140 180 190

5. □□ □□□□□ □□ □□□ □□□â□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□-

(□□) □□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□ □□,

(□□□□) □□□□□□□ □□□ 3 □□ □□□□□□□□□ □□,

(□□□□□□) □□□□□□□ □□□ 4□□ □□□□□ □□,

(□□□□) □□□□□□□□ □□□ 10 □□ □□□□□ □□□

6. □□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□□□□□-

(□□) □□□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□,

(□□□□) □□□□□ □□ □□□ □□□ □□,

(□□□□□□□) □□ □□ □□ □□ □□□ □□□□□□ □□□□□ □□□,

(□□□□) □□□□□□ □□□ □□□ □□□ □

7. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□ □

8. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□

9. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□

10. □□ □□□□□□ □□ □□ □□□ □□□â□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□

11. □□ □□□□□□ □□□ 100 □□□□□ □□□ □□□□□ □□□□□ 100000 □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □

□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ ?

1. □□□□□ □□□□□□□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □ □□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ ‘□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□’ □□ □□□ □□□ □□□□□ □□□□□ □□□

2. □□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□ (□□□) □□ □□□□□ (□□) □□ □□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□

3. □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□â□□□ □□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□ 1, 2, 3, 4, 5, 6 □□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□□

4. □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□ □□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ 2588.□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□

5. □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ 1, 2, 3, 4, 5, 6 □□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ 2593.□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□□

6. [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible] 1654 [illegible] (...a...ar [illegible]) [illegible], [illegible] ...a... ...a...a... (1623-1662) [illegible] ...r... ...a... (1601-1665) [illegible] (...r... ...f ...r...a...) [illegible]

[illegible] :

• [illegible] ...0 [illegible] ...ar...a... (1501 - 1576)

• ...0 [illegible]. [illegible] (1654- 1705)

• ...0 [illegible] ...r... ...a...a... (1749 - 1827)

• ...0 ...0 [illegible] A. A. ...ar... (1856 - 1922)

• ...0 ...0 [illegible] A. [illegible]. ...r... (... 1903)

□□□□□□ 16 (a)

1. □□□□□□□□□ 8,13, 40, 60, □ - □□; 2. □□□□□□□□□ 4, 8, 12, 10, 16, 120; 3. 8 □□□; 4. 29

□□□□□□ **16 (b) 1.** 11; **2.** 54.5%; **3.** 22.5%, 52.5%, 25% ; **4.** 18%, 15%, 16%, 14%**,** 18%,19% **5.** (i) { (1,1) (1, 3) (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (5, 1), (5, 3), (5, 5,), (6, 2), (6, 4), (6, 6)} (ii) {(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (6, 3), (6, 6)} (iii) {(1, 1), (1, 2,), (2, 1)} (iv) {(5, 6), (6, 5), (6, 6)}**6. (i)** { TTT} (ii) {HTT, THT, TTH} (iii) {HHT, HTH, THH, HHH}, (iv) {HHH}; **7.** {(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)}; **8.** {(1, 1) ,(1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3,) (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)}; **9.** {(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 5)} **10.** {(1, 1) (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1) (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5),}**11.** $\frac{1}{1000}$

[illegible] - 17 [illegible]

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

17.1 [illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

[illegible] 30 [illegible] 5 [illegible] 6 [illegible]?

[illegible] ‘2’ [illegible]-[illegible] 6 [illegible] ‘[illegible]’ [illegible] 5 [illegible]-[illegible]

[illegible], [illegible] 5 [illegible] ‘[illegible]’ [illegible] 2 [illegible] 5 [illegible]

[illegible] ([illegible]) [illegible] â [illegible]

17.2 [illegible] â

[illegible], [illegible]

[illegible] 1848.[illegible] 1853.[illegible]

[illegible] 1858.[illegible] 1863.[illegible] (0) [illegible] 17.4[illegible]

2052.[illegible]

1493.[illegible]

[illegible] - II

[illegible] - III

-3 -2 -1 +1 +2 +3

+3
+2

+1

-1
-2

-3

O

Y

Y′

[illegible] - I
[illegible] - IV

[illegible] :

[illegible]

[illegible] (a ra) [illegible] :

[illegible]

[illegible] (a ra) [illegible] ([illegible] O [illegible]) [illegible] ($= \frac{(-5)^3}{(2 \times 2 \times 3)^3}$) [illegible]

[illegible] (ar a a) [illegible]

[illegible] â [illegible] (R ar) [illegible]

[illegible] (ar a [illegible]) [illegible] -[illegible] -[illegible], [illegible]

[illegible] (A) [illegible]

[illegible] X [illegible] x- [illegible] 1898. [illegible] 1903. [illegible] -[illegible]

[illegible] X

-3 -2 -1 o +1 +2 +3

□□□□□ 17.2

+3

+2

+1

o

-1

-2

-3

Y

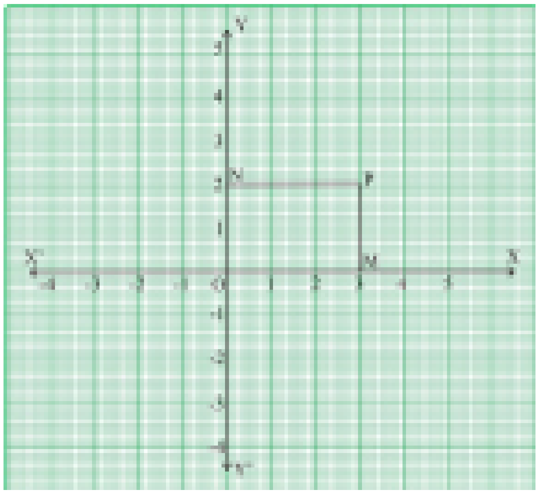
×

[illegible] ([illegible]) [illegible], [illegible] ([illegible]r[illegible]) [illegible]
[illegible]- [illegible]-
[illegible]
[illegible]-[illegible], [illegible]-[illegible]
[illegible]â[illegible]

17.3 [illegible]
[illegible], [illegible]
[illegible] 1913.[illegible]
[illegible]-[illegible]
[illegible]-[illegible] N [illegible]-
[illegible]-[illegible]
[illegible] $\frac{4}{125}$
[illegible]-[illegible] N = [illegible] =
3 [illegible]-[illegible] = N = 2
[illegible]-[illegible] =

[illegible] = 3 [illegible] = [illegible] = 3 [illegible]

[illegible] (A[illegible]a)[illegible] +3 [illegible] -3 [illegible]



Q

S

T

[illegible] ([illegible]r[illegible]a[illegible]) [illegible]

[illegible] +2 [illegible] -3 [illegible]

[illegible] :[illegible]

[illegible]

(x, y) [illegible] P [illegible] (Coordinates) [illegible]

X

N

O

'

Y

$\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$

x

P

M

y

(x, y)

`

[illegible] -[illegible]

[illegible] -[illegible]

[illegible] **(x, y)** [illegible]

- [illegible] (**(x, y)** [illegible]

17.3.1 [illegible]

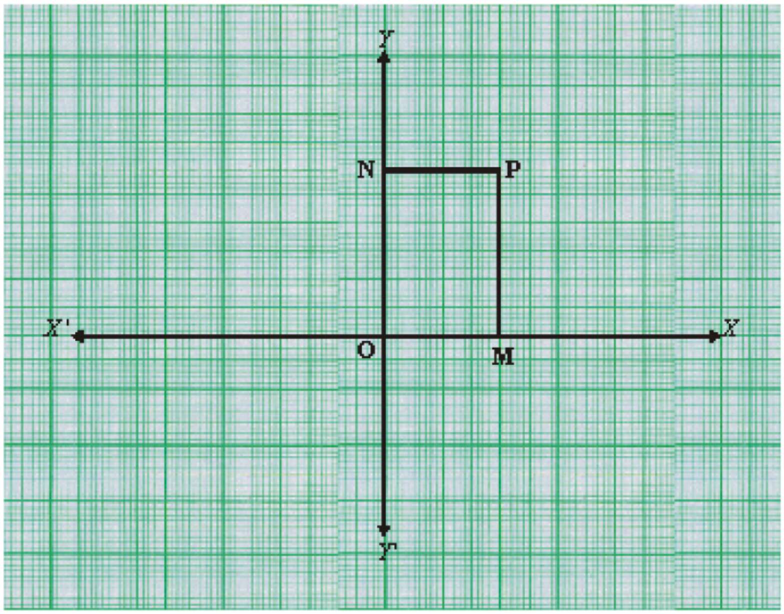
[illegible] ( ) [illegible] (,) [illegible] (*x*, *y*) [illegible]

[illegible],

[illegible] **0** [illegible] **0** [illegible] **(0, 0)** [illegible] ***(x, y)*** [illegible] ***(y, x)*** [illegible]-[illegible]

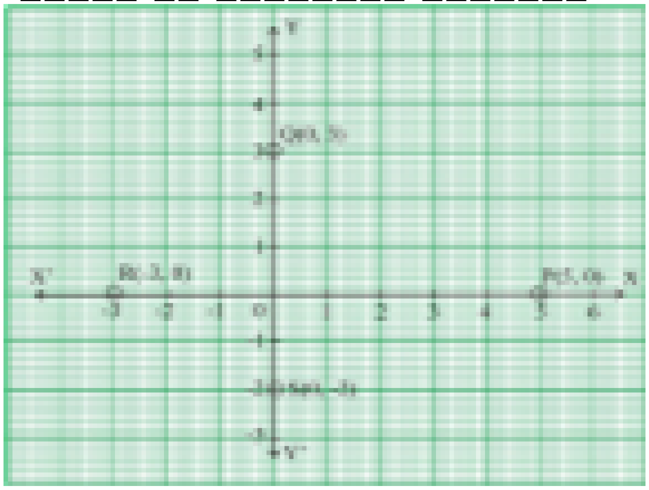
17.4 [illegible]

[illegible] **â** [illegible], [illegible]-[illegible]-[illegible] **N** [illegible] *(x, y)* [illegible]



[illegible]

[illegible] ([illegible], [illegible]) [illegible] ([illegible] [illegible]) [illegible] [illegible], [illegible]



(i) [illegible], [illegible] - [illegible] +5 [illegible]

[illegible],[illegible]

[illegible] - [illegible] (5, 0) [illegible]

([illegible]) [illegible] , [illegible] -[illegible] +3 [illegible]

□□□□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □

□□□□□□ □□□□□□ □□,

□□- □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ (0, 3) □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □

(□□□□□□□) □□□: □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ R□□, □-□□□□□ (□□□□□□□□ □□□□□) □□ □□□□□□□ -3 □□ □□□□□□ □□,

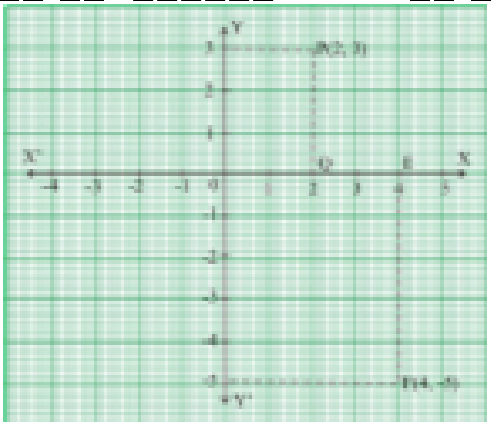
□□□□ R □□ (-3, 0) □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □

(□□□□□) □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □, □□- □□□□□ (□□□□□□□□ □□□□□) □□ □□□□□□□ -2□□ □□□□□□ □□,

□□: □ □□ (0, -2) □□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □

□□□□□□□ (2, 3) □□ □□□□□□

□□□□□ □□□□ □□□□□□□ (2, 3) □□ □□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □-□□□□□ □□ +2 □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□ □- □□□□□ □□ □□□□ □□ □□ □□-□□□□□ □□ □□□□□□□□ 3 □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□, □□ □□□□□□□ □□, □□□□□□□ (2, 3) □□ □□□□□ □□ □



□□□□□□□ (4, -5) □□ □□□□□□

□□□□□□□ **(4, -5)** □□□□ □□□□ □□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ **+4**□□ □□□□□□ □□□□□□□ **E** □□□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□’ □□ □□□□□□□□ **5** □□□□□ □□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□ □ □□□□□□□ **(4, -5)** □□ □□□□□□□ □□□□□□□ □ □□ □

□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (+, +) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (–, +) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (–, –) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (+, –) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] ± ±

[illegible] – ±

[illegible]=[illegible] – –

[illegible] ± –

[illegible] [illegible] [illegible] :

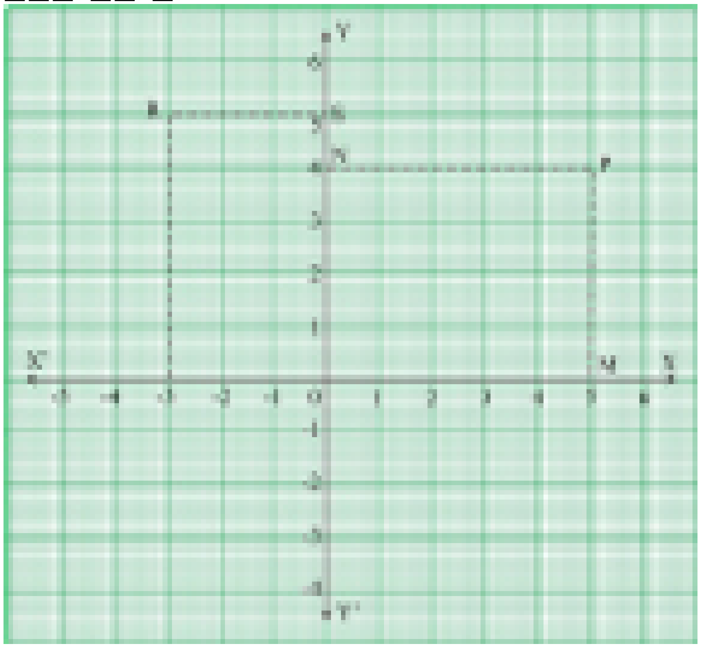
[illegible] (– 2, – 4) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]?

17.5 [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible], [illegible]â [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] ([illegible] [illegible] [illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]N [illegible]

□□□ □□ □



□□□□□□□ □□ □□ □□-□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□N = □□□□ = 5 □□□□ □□□□ □□□□□□□ □-□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □ □□□ □□□ =5□□

□-□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□-□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□ □□□□ = □□N = 4□□□□ □□ □ □□□ □□□□ =4

□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□ □□ □□□□□□□□□□□ (5, 4) □□□ □

(□□) □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ R □□ □□□□□□□ □□-□□□□ □□ □□□□□□□ R □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □-□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□ □□□□ □□ ?

(ii) *x*-□□□□ □□ □□□□□□□ R □□ □□□□□□□□ □□□□ □□-□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□ □□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□? □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ R □□ □□□ -3 □□□ □□□□□□ 5 □□□ □□ □□□□□□□ □□□□□□□ R □□ □□□□□□□□□□□ (-3, 5) □□□□

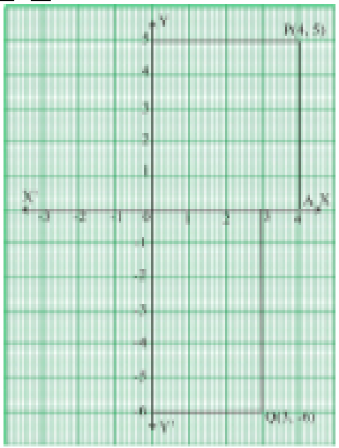
□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□

□□□□□□□ 1: □□□□□□□ (4, 5) □□ (3, -6) □□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □

□□ : □□□□□□□ (4, 5) □□ □□□□□□□ □□□□ □□ □□□ □□□□ □□ □□ □□ □□□□□□□ □□ □□□ +4□□□ □□□□□ +5 □□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□□ □-□□□□ □□ □□-□□□□ □□ □□□□ 4□□□□ □□, □□

[illegible]-[illegible] 5 [illegible]

[illegible]-[illegible] 4[illegible] A [illegible] A [illegible]-[illegible] 5 [illegible]



[illegible] :

[illegible] (3, -6) [illegible]

[illegible] 17 (a)

1. [illegible] :

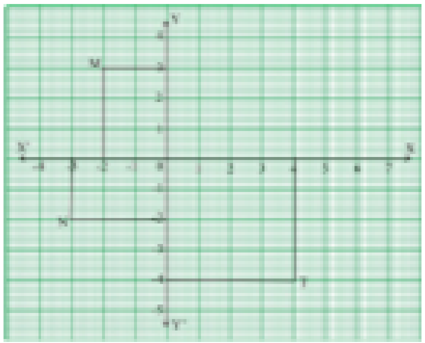
([illegible]) [illegible], [illegible]-[illegible] ----- [illegible]

([illegible]) [illegible]-[illegible] ----- [illegible]

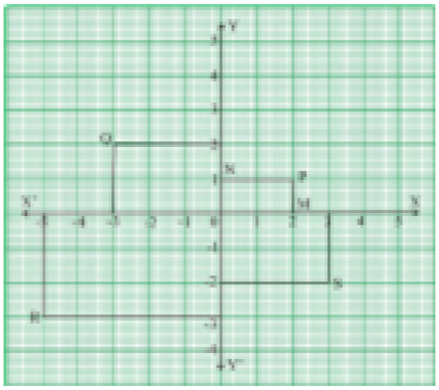
([illegible]) [illegible] N, [illegible] -[illegible]---- [illegible] N [illegible]-[illegible] ----- [illegible]

([illegible]) [illegible] .... [illegible]

([illegible]) [illegible]-[illegible] ----- [illegible]



2. ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿ :



(i) ￿q￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿... ￿￿ ￿￿￿￿￿ ...￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ (..., ...) ￿￿￿￿ ￿

(￿￿￿￿￿) ￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿ ...￿￿ ￿￿￿￿￿... ￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ (..., ...) ￿￿￿￿ ￿

(￿￿￿￿￿￿￿) ￿￿￿￿￿￿￿ R ￿￿￿￿￿ ￿- ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ... ￿￿ ￿￿-￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ... ￿￿, ￿￿￿￿ R ￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ (..., ...) ￿￿￿￿ ￿

(￿￿￿￿￿) ￿￿￿￿￿￿￿ ￿ ￿￿￿￿￿ ￿-￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ... ￿￿ ￿￿-￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ... ￿￿, ￿￿￿￿ ￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ (..., ...) ￿￿￿￿￿

3. ￿q￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿ ?

(i) (-3, -7) **(ii)** (- 5, 7) **(iii)** (2, -10) **(iv)** (5, 9) **(v)** (-6, 5) **(vi)** (-7, -5) **4.** ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿ :

(i) (7, 5) **(ii)** (7, 0) **(iii)** (-3, -6) **(iv)** (0, -4) **(v)** (-6, -7) **(vi)** (10, -5) **(vii)** (0, 0) **17.6**￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿

￿￿￿￿￿￿￿ **2 :** ￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿ ￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿ ￿￿￿￿￿￿￿￿￿ ￿￿

[illegible]

[illegible] : [illegible] $y = x + x + x + x = 4x$ x [illegible]

[illegible] (x[illegible]) 0 1 2 3 4 5

[illegible] y (**4**x[illegible]) 0 4 8 12 16 20

[illegible]

[illegible] 3 : [illegible]

[illegible] : [illegible], [illegible] $y = x^2$ [illegible]-[illegible]

[illegible] (x [illegible]) 0 1 2 3 4 5 6 7

[illegible] (y [illegible]) 0 1 4 9 16 25 36 49

[illegible] (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36), (7, 49) ...... [illegible], [illegible]-

[illegible] 4: [illegible]

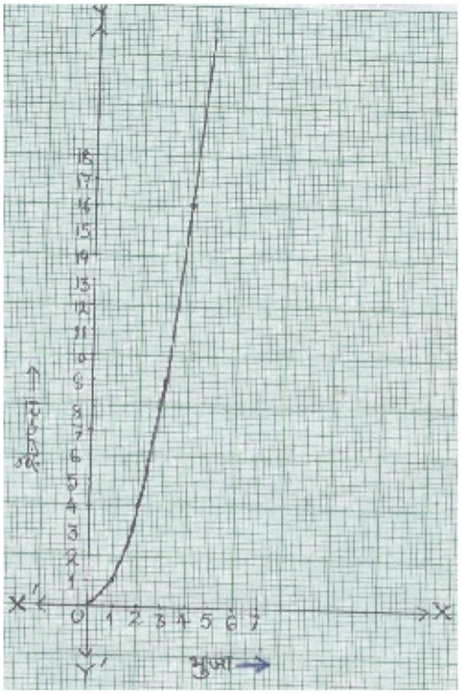
[illegible] : [illegible], [illegible] 100 [illegible], 5 [illegible] = 5 [illegible] = 5 [illegible]

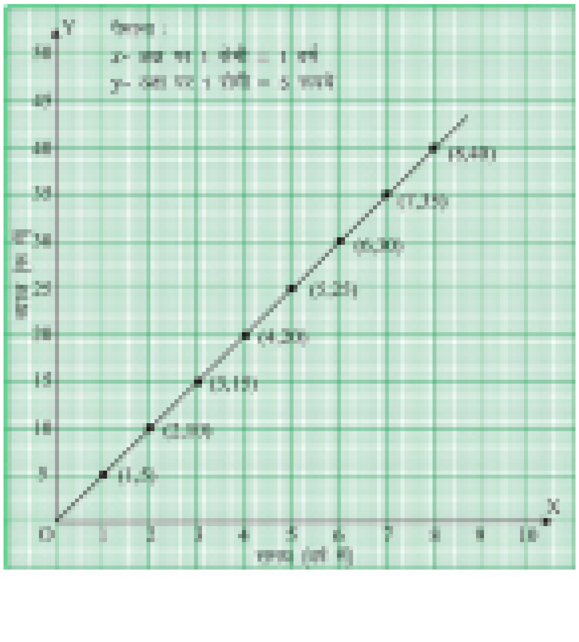
□□□□□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □

□ (□□□□□□□ □□□□) 1 2 3 4 5 6 7 8

□□ = 5 □ (□□□□□□□ □□□□) 5 10 15 20 25 30 35 40

□□□□□□□□ □□□□□□□□□ (1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20), (5, 25), (6, 30), (7, 35), (8, 40) □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□ □□□□ □□□□□ □□□□





[illegible] 5 : [illegible] 1 [illegible] 50 [illegible] = 50[illegible], [illegible]

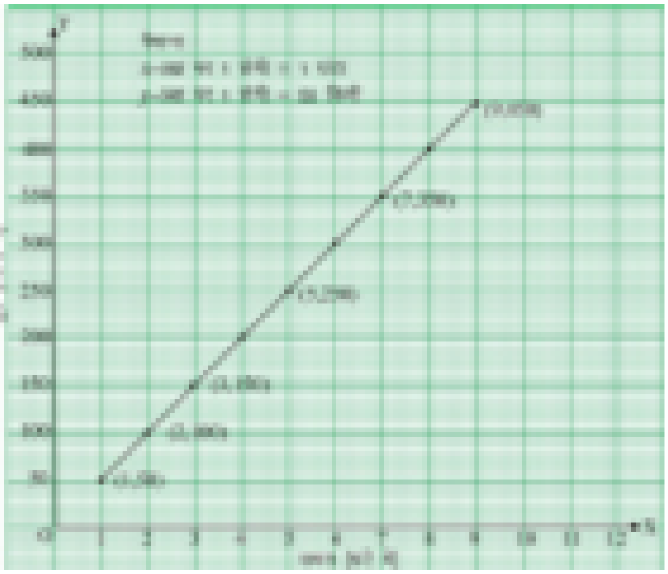
[illegible] t 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

([illegible])

[illegible] S=50 t 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500

([illegible])

[illegible] : [illegible] (1, 50), (2, 100), (3, 150), (4, 200), (5, 250), ... [illegible]



[illegible] 17 ([illegible])

1. [illegible]

2. [illegible]

([illegible] - [illegible] [illegible] [illegible] $A = 2x$ [illegible] $x = 2x^2$)

3. 200 [illegible] [illegible] 3 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

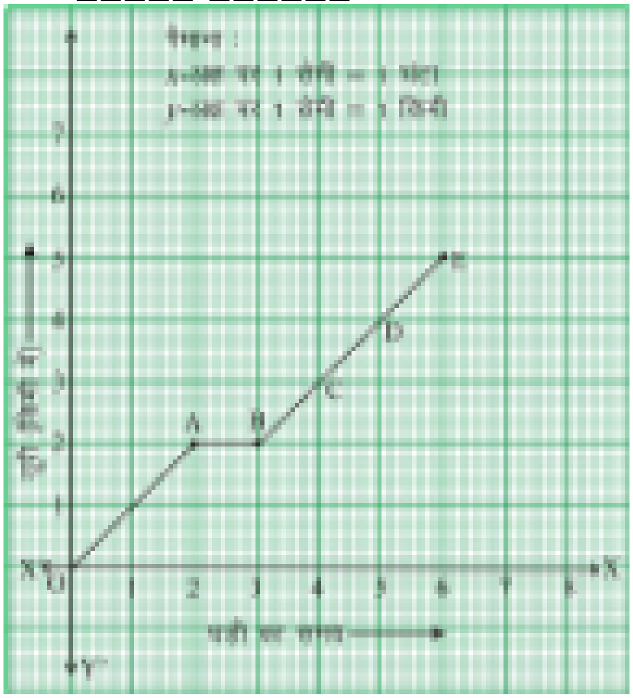
4. [illegible] [illegible] 1 [illegible] [illegible] 40 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

5. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]- [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

(a) [illegible] 2 [illegible], 3 [illegible], 4[illegible], 5 [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

([illegible]) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] : [illegible] 1 [illegible] [illegible] 4[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]



[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ?

1. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]â[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

2. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

3. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2021.[illegible]
[illegible] [illegible]-[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 2026.[illegible] [illegible]
[illegible]-[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
(x, y) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] (*x*, *y*) [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]

4. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] (0, 0) [illegible] [illegible]

5. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]

[illegible] ½[illegible]

[illegible] 17 (a) 1. (i) [illegible], ([illegible]) 3,
([illegible]) [illegible], 2 ([illegible]) [illegible] ([illegible])
4. 2. ([illegible]) 2, 1 [illegible](2, 1) ([illegible])
-3, 2 [illegible] (-3, 2) ([illegible]) -5, -3
[illegible] (-5, -3) ([illegible]) 3,
-2[illegible] (3, -2) 3. ([illegible]) [illegible]
([illegible]) [illegible] ([illegible]) [illegible] ([illegible])
[illegible], ([illegible]) [illegible], ([illegible])[illegible]

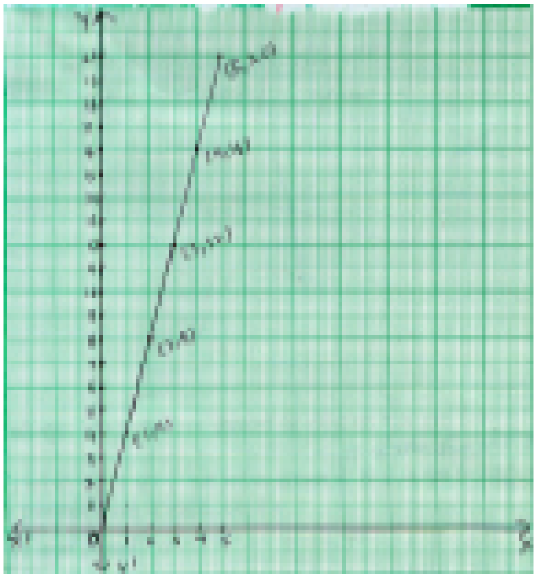
[illegible] 17 (b) 5. (a) 2 [illegible], 2 [illegible], 3
[illegible], 4[illegible], ([illegible]) 1 [illegible] (2 [illegible] 3 [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible])

6. [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]

[illegible] 17.1

[illegible] 17.4

[illegible] 17.3



□□□□□□ (y)

[illegible] - 18 [illegible] ([illegible])

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

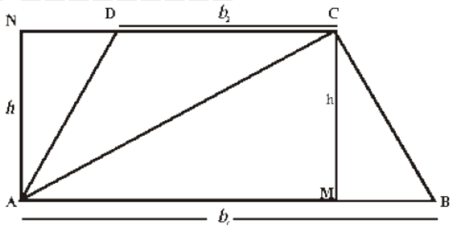
18.1 [illegible]

[illegible]: [illegible], [illegible], [illegible], [illegible]

□□□□□ □□ □□ □□ □‰□Š□ð□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□ □□ □□□□ □□, □□□□□ □□□□ □□õ□ □□ □□□□ □□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□ □□ □‰□Š□ð□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□ □□ □□□□□

□□ □□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□□, □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□, □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□ □ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □ð□□□□ □□□□ □□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □õ□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ ‡‹□□□□□ □□-□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□□□ □‡ðŠ□□□□□ □□ □□□□□□: □□□□□ □□□□□ □□□□

18.2 □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□



□□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□

□□□□□□□Ä□□□ □□□□□□ □□□□□□□ ABCD □□ □□□□□□□

□□ □□□□□□□□□ □□□□ AB ll DC □□□□ AD □□ BC □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ AB □□ DC □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □ú□□□ □□□□ □□□□□ □□□□ □□□□□□ □□□□ □□ □ú□□□ AN = CM = h □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□ □□□□

□□ □□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ AC □□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□□□□□ ABCD □□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□ ABC □□ ACD □□□□ □□ú□ □□□□□ □□□□ □□□□

□□: □□□□□□□ ABCD □□ □□□□□□□□□□ = □□□□□□□□ ABC □□ □□□□□□□□□□ + □□□□□□□□ ACD □□ □□□□□□□□□□

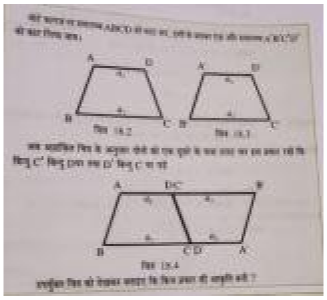
□□□□ □□□□□ AB = b1 □□ DC= b_2

$\left(\frac{-8+9}{12}\right)\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)$ □□ □□□□□□□□□□ = $b_1 \times h$ □□ $\overline{3\times 3}$ □□ □□□□□□□□□□ = $b_2 \times h$ □□: □□□□□□□ ABCD □□ □□□□□□□□□□ = $b_1 \times h +\ b_2 \times h =\ (b_1 +$

b_2) h □□:

□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ = 0.5(□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□) x □ú□□□

□□□□□□□ □□ □□□□□, □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□□□□



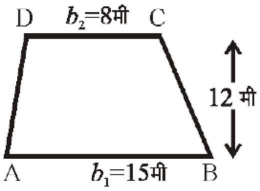
□□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□□□ □□□
□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ = (□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□)

$= \frac{1}{2}$ (□□□□ x □□□□ □ú□□□)= 1/2($a_1 + a_2$) × □□□□ □ú□□□

□□:

□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ = 1/2 (□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□ □□□) x□ú□□□

□□□□□□□ : □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ 15 □□ □□ 8 □□ □□□, □□□□ □□□ □□ □□□□ 12 □□é □□□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□
□□□□□□ 18□5



□□ : □□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ A =1/2($b_1 + b_2$) $\times h$ □□□ b_1 = 15 □□, b_2 = 8 □□ □□ h = 12□□

□□: A = 1/2 (15+8)x12 □□2

= 138 □□2

□□□□□□□ 2 : □ú□□□ 3 □□□□ □□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ 12 □□□□2 □□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□ 3 □□□□ □□, □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ ‡‹□□ □□ ?

□□ : □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□

□□□□□□□□□□ $=1/2(b_1 + b_2) \times h$ □□□ú

□□□□□□□□□□ = 12□□□□2, h = 3 □□□□

□□:

$= \frac{2 \times 12}{3}$ □□□□

= 8 □□□□

□□□□□□□ b1 = 3 □□□□

□□□□□□ b2 = 8 □□□□ - 3 □□□□ = 5 □□□□

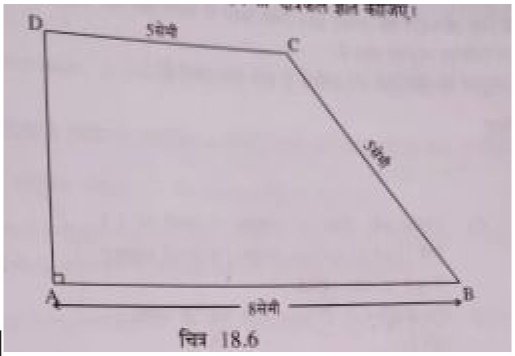
□□: □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□ 5 □□□□ □□□

□□□□□□□ 18 (a)

1□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ 3 □□□□ □□ 4 □□□□ □□□□ □□□□ □□□ □□ □□□□□ 3 □□□□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□

2. 3 □□□□ □ú□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ 36 □□□□ □□□□ □□□ □□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□ □□ □□ □□□□ □□ □□□□□□□ 9 □□□□ □□□ □□□□□ □□□□□□□□ □□□□ □□ □□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□

3□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ ABCD □□□ AB II CD□□ , AB = 8 □□□□, BC = DC = 5 □□□□□ □□□□□□□□□ ABCD □□ □□□□□□□□□□ □□□□□ □□□□□□□



चित्र 18.6

4. □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ 8 □□ □□ 6 □□ □□□, □□

□□□□ □ú□□□ 4 □□ □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□□

18□3 □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□

□□□□□□□ □□□□□□

□□□□□□□Ä□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ :

(i) □□□□□□ □□ □□□□□□□□ □□□-□□ □□□□□□□ □□ ?

(ii) □ð□□□ □□ □□□□□□□□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□

(iii) □ð□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□□

(iv) □ð□□□ □□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□□□□□□□ □□□□□□□

(v) □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ r □□, □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ r □□ □□□□□ □□□

□□□□□□□‡‹□ □□□□□□□

(vi) □□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ D □□, □□ □□□□□□ □□ □□□□□□□□□ □□□□□□ □□□□□□

□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ 112 □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□ □□□□□□□ □□ □□□□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□ □□□ □□ □□□ □□□□□ □□ □□□□□□ □□□□□□ □□á□□ □□□□□□ ?

□□□□□ □□□□□ □□ □□á□□ □□ □□□□□□□ □□□ □õ□□□ □□□□□ □□ □□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□, ‡‹□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□□ □□ □□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□ □□□

□□ □□□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□ □□□ □□□□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□ □□□□□

□□□□□□□ □□□□□□

□‰□Š□□ □□□□□

(i) □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□‹□□ □□ 3.5 □□□□□ □□□□□□□□□ □□ □□ □□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□ □□□□□□□

(ii) □□□ □□□□□ □□□□□ □□ □□□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□ □□ □□□□□□

[illegible] = 22 [illegible] ([illegible])

[illegible] = 7 [illegible]

[illegible] -

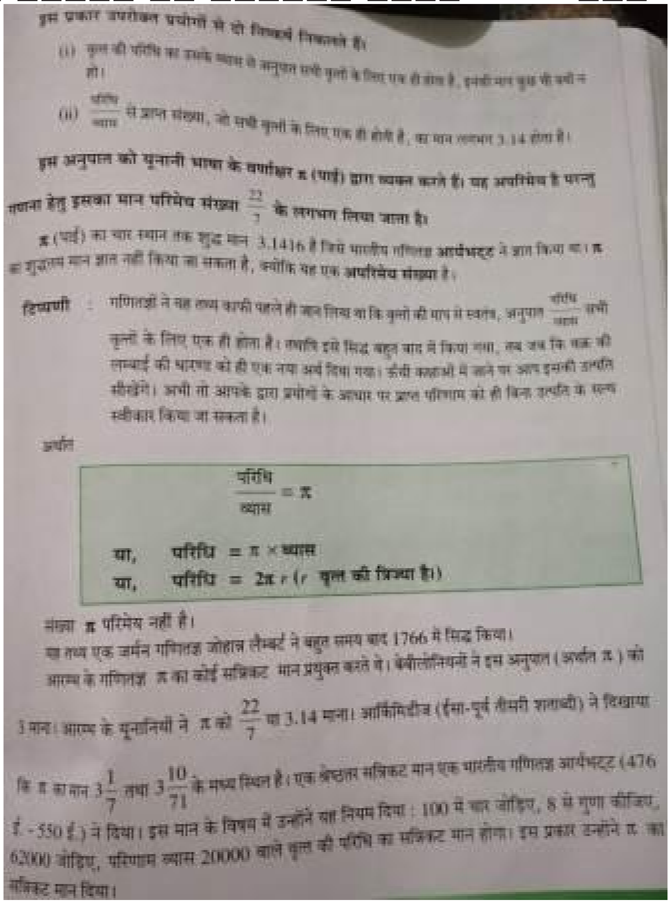
([illegible])

[illegible]

[illegible]-[illegible]

[illegible]

[illegible] 22/7 [illegible]



इस प्रकार उपरोक्त प्रयोगों से दो निष्कर्ष निकलते हैं।

(i) वृत्त की परिधि का उसके व्यास से अनुपात सभी वृत्तों के लिए एक ही होता है, इसकी माप कुछ भी क्यों न हो।

(ii) $\frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}}$ से प्राप्त संख्या, जो सभी वृत्तों के लिए एक ही होती है, का मान लगभग 3.14 होता है।

इस अनुपात को यूनानी भाषा के वर्णाक्षर π (पाई) द्वारा व्यक्त करते हैं। यह अपरिमेय है परन्तु गणना हेतु इसका मान परिमेय संख्या $\frac{22}{7}$ के लगभग लिया जाता है।

π (पाई) का चार स्थान तक शुद्ध मान 3.1416 है जिसे भारतीय गणितज्ञ **आर्यभट्ट** ने ज्ञात किया था। π का शुद्धतम मान ज्ञात नहीं किया जा सकता है, क्योंकि यह एक **अपरिमेय संख्या** है।

टिप्पणी : गणितज्ञों ने यह तथ्य काफी पहले ही जान लिया था कि वृत्तों की माप से स्वतंत्र, अनुपात $\frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}}$ सभी वृत्तों के लिए एक ही होता है। तथापि इसे सिद्ध बहुत बाद में किया गया, तब जब कि वक्र की लम्बाई की धारणा को ही एक नया अर्थ दिया गया। ऊँची कक्षाओं में जाने पर आप इसकी उत्पत्ति सीखेंगे। अभी तो आपके द्वारा प्रयोगों के आधार पर प्राप्त परिणाम को ही बिना उत्पत्ति के सत्य स्वीकार किया जा सकता है।

अर्थात

$$\frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \pi$$

या, **परिधि = π × व्यास**

या, **परिधि = 2π r (r वृत्त की त्रिज्या है।)**

संख्या π परिमेय नहीं है।

यह तथ्य एक जर्मन गणितज्ञ जोहान्न लैम्बर्ट ने बहुत समय बाद 1766 में सिद्ध किया।

आरम्भ के गणितज्ञ π का कोई सन्निकट मान प्रयुक्त करते थे। बेबीलोनियनों ने इस अनुपात (अर्थात π) को 3 माना। आरम्भ के यूनानियों ने π को $\frac{22}{7}$ या 3.14 माना। आर्किमिडीज (ईसा-पूर्व तीसरी शताब्दी) ने दिखाया कि π का मान $3\frac{1}{7}$ तथा $3\frac{10}{71}$ के मध्य स्थित है। एक श्रेष्ठतर सन्निकट मान एक भारतीय गणितज्ञ आर्यभट्ट (476 ई. - 550 ई.) ने दिया। इस मान के विषय में उन्होंने यह नियम दिया : 100 में चार जोड़िए, 8 से गुणा कीजिए, 62000 जोड़िए, परिणाम व्यास 20000 वाले वृत्त की परिधि का सन्निकट मान होगा। इस प्रकार उन्होंने π का सन्निकट मान दिया।

$\frac{62832}{20000}$ या 3.1416

आर्यभट्ट पहले गणितज्ञ थे जिन्होंने चार दशमलव तक π का शुद्ध मान दिया। अब कम्प्यूटर की सहायता से π का सन्निकट मान ऐसी संख्या ज्ञात की जा चुकी है जो दशमलव के पाँच लाख स्थानों तक शुद्ध है। 20 स्थान तक शुद्ध π का मान निम्न है

3.14159 26535 89793 23846

आगे यदि अन्यथा न कहा गया हो तो हम गणना के लिए π का मान $\frac{22}{7}$ या 3.14 लिया करेंगे।

अतः π को एक संकेत मानकर परिधि व व्यास तथा परिधि व त्रिज्या में सम्बन्ध निम्नांकित है :

> (1) यदि एक वृत्त की परिधि (Circumference) C तथा उसका व्यास (diameter) d हो, तो
>
> $$C = \pi d \quad \text{तथा} \quad d = \frac{C}{\pi}$$
>
> (2) यदि एक वृत्त की परिधि C तथा उसकी त्रिज्या (radius) r हो, तो
>
> $$C = 2\pi r \quad \text{तथा} \quad r = \frac{C}{2\pi}$$

टिप्पणी : चूँकि सभी संख्यात्मक परिकलनों में हम π के एक सन्निकट मान का प्रयोग करेंगे, अतः यह परिणाम, अर्थात C अथवा r का प्राप्त मान केवल एक सन्निकट मान है, चाहे इसे स्पष्ट कहा जाए या नहीं।

उदाहरण 3 : उस वृत्त की परिधि ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 21 सेमी है।

हल : ∵ परिधि = $2\pi r$

यहाँ r = 21 सेमी

∴ परिधि = $2\pi \times 21$ सेमी

= $2 \times \frac{22}{7} \times 21$ सेमी

= 132 सेमी

अतः वृत्त की परिधि = 132 सेमी

उदाहरण 4 : दौड़ के लिए वृत्ताकार ट्रैक (रास्ता) ऐसा बनवाना है कि एक चक्कर में 110 मीटर की दौड़ पूरी हो जाए। इस ट्रैक का व्यास कितना होगा ?

हल : वृत्त की परिधि = 110 मीटर

$$\text{व्यास} = \frac{\text{परिधि}}{\pi}$$

$$\text{व्यास} = \frac{110}{\pi}\ \text{मीटर}$$

$$= \frac{110}{\frac{22}{7}}\ \text{मी}$$

$$= \frac{110 \times 7}{22}\ \text{मी}$$

$$= 35\text{मीटर}$$

अतः ट्रैक का व्यास = 35 मीटर

उदाहरण 5 : जिस वृत्त की परिधि 15.7 सेमी है उसका व्यास ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि

$$C = \pi D$$

जहाँ $C = 15.7$ सेमी

$$D = \frac{C}{\pi} = \frac{15.7}{22} \times 7\ \text{सेमी}$$

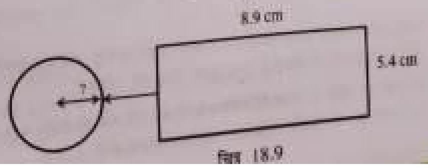
$$\frac{109.9}{22}\ \text{सेमी} = 5\ \text{सेमी (लगभग)}$$

उदाहरण 6 : तार के एक टुकड़े को जो 8.9 सेमी लम्बे तथा 5.4 सेमी चौड़े आयत के रूप में था, नयी आकृति प्रदान कर एक वृत्त के रूप में मोड़ा जाता है। इस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल : तार की लम्बाई = आयत की परिमाप

$$= 2 \times (8.9 + 5.4)\ \text{सेमी}$$

$$= 28.6\ \text{सेमी}$$



चित्र 18.9

अब तार वृत्त बन गया है। हमें ज्ञात है कि

$$C = 2\pi r$$

या, $r = \frac{C}{2\pi}$

यहाँ $C = 28.6$ सेमी

$$r = \frac{28.6 \times 7}{2 \times 22}$$

$$= \frac{286 \times 7}{2 \times 22 \times 10}$$

$= 4.55$ सेमी

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित सारणी को पूरा कीजिए :

क्रम संख्या	वृत्त की त्रिज्या	वृत्त का व्यास	वृत्त की परिधि
1.	-	7 सेमी	-
2.	1.4 सेमी	-	-
3.	-	-	88 सेमी
4.	-	1.82 सेमी	-
5.	16.1 डेसीमी	-	-

अभ्यास 18 (b)

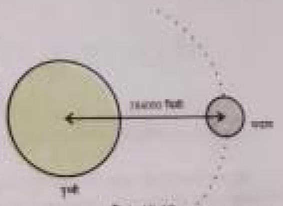
1. लोहे के पतले तार से समान व्यास वाले 8 छल्ले बनाए जाते हैं। यदि एक छल्ले का व्यास 22.75 सेमी हो तो छल्लों को बनाने में कुल कितने मीटर तार लगेगा ?
2. हॉकी के डंडे (स्टिक) पर पतली डोरी लपेटनी है। यदि डंडे का व्यास 4.9 सेमी हो और 250 फेरे लगाने हों, तो कितनी लम्बी डोरी की आवश्यकता होगी ?

3. एक साइकिल के पहिए का व्यास 77 सेमी है। 2.42 किमी चलने में पहिया कितने चक्कर लगायेगा?

4. दौड़ के लिए एक वृत्ताकार पथ बनाना है, जिससे कि 8 चक्कर में एक किलोमीटर पूरा हो जाय। निकटतम डेसीमी तक पथ का व्यास ज्ञात कीजिए।

5. 66 सेमी चाँदी के तार से बराबर नाप के 10 छल्ले बनाना है। प्रत्येक छल्ले का व्यास क्या होगा ?

6. पृथ्वी से चन्द्रमा की दूरी लगभग 384000 किमी है। यदि पृथ्वी के चारों ओर इसका पथ वृत्ताकार हो, तो चन्द्रमा के पथ की परिधि ज्ञात कीजिए।

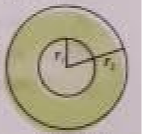


चित्र 18.10

7. दो वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात 2 : 3 है। इनके परिधियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

8. एक वृत्ताकार घास के मैदान के आर-पार जाने के दो रास्ते हैं। एक व्यास से होकर और दूसरा परिधि से होकर। यदि इन दोनों रास्तों में 16.4 मीटर का अन्तर हो, तो घास के मैदान का व्यास और परिधि ज्ञात कीजिए।

9. पृथ्वी की भूमध्य रेखा की लम्बाई (परिधि) 40040 किमी है। यदि इस रेखा के ऊपर 7000 किमी की ऊँचाई पर एक स्पुतनिक लगातार उड़े तो पृथ्वी का एक चक्कर काटने में उसे कितनी दूरी तय करनी पड़ेगी ?



चित्र 18.11

18.4 वृत्त का क्षेत्रफल

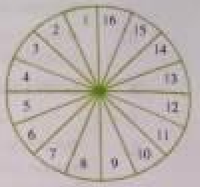
इन्हें कीजिए और निष्कर्ष लिखिए

क्रिया कलाप - 1

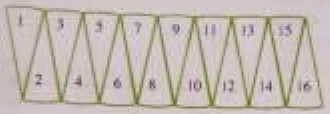
मोटे कागज पर एक वृत्त बनाइए। इस वृत्त की परिधि को 16 बराबर भागों में बाँटिए। त्रिज्याओं को खींचि
और देखिए वृत्तीय क्षेत्र चित्रानुसार 16त्रिज्यखंडों में विभक्त हो गया है। इन त्रिज्यखंडों पर क्रम से 1 से 16 तक
अंक अंकित कीजिए। प्रत्येक भाग को काट कर अलग कीजिए।

इन त्रिज्यखंडों को दो बराबर समूहों में बाँट लीजिए। एक समूह के शीर्ष नीचे तथा दूसरे समूह के शीर्ष ऊपर की ओर रख कर निम्नांकित चित्रानुसार व्यवस्थित कीजिए।

यह आयताकार क्षेत्र की भाँति दिखाई दे रहा है किन्तु ठीक-ठीक आयत नहीं है। क्यों ?



18.12



चित्र 18.13

यदि इसी प्रकार से और अधिक त्रिज्यखंड करके व्यवस्थित करने की कल्पना करें तो हम आयताकार क्षेत्र के बिल्कुल पास होंगे। इस प्रकार वृत्तीय क्षेत्र आयताकार क्षेत्र के बराबर होगा।

आयताकार क्षेत्र की लम्बाई वृत्त की परिधि की आधी होगी और चौड़ाई वृत्त की त्रिज्या होगी। क्यों ?

मान लिया वृत्त की त्रिज्या = r सेमी

वृत्त की परिधि = $2\pi r$ सेमी

$\frac{1}{2} \times$ (वृत्त की परिधि) = πr सेमी

या आयताकार क्षेत्र की लम्बाई = πr सेमी

और आयताकार क्षेत्र की चौड़ाई = r सेमी

आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = $\pi r \times r$ सेमी^{2}

= πr^2 सेमी^{2}

अत: वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 सेमी^{2}

वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi \times$ त्रिज्या^{2}

= πr^2

क्षेत्रफल सम्बन्धी सरल प्रश्न

उदाहरण 7 : घास के मैदान में एक खूँटे से बँधी एक गाय 10.5 मी दूरी तक घास चर सकती है। वह कितने क्षेत्रफल की घास चर सकती है ?

हल : गाय 10.5 मीटर त्रिज्या के वृत्ताकार क्षेत्र की घास चर सकेगी।

त्रिज्या = 10.5 मी

$= \frac{21}{2}$ मी

अभीष्ट क्षेत्रफल $= \pi \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ मी^{2}

$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ मी^{2}

$= \frac{693}{2}$ मी^{2}

= **346.5 मी^{2}**

उदाहरण 8 : एक वृत्ताकार नलकूप घर के फर्श का क्षेत्रफल 55 वर्ग मी है। कमरे की भीतरी त्रिज्या दशमलव के दो स्थान तक शुद्ध ज्ञात कीजिए, जब कि दिया है $\pi = \frac{22}{7}$

हल : मान लीजिए कि त्रिज्या = r मी

$\therefore \quad \pi r^2 = 55$

$\frac{22}{7} \times r^2 = 55$

$r^2 = \frac{55 \times 7}{22}$

$= 2.5 \times 7 = 25 \times 0.7$

$r = 5 \times \sqrt{0.7}$

$= 5 \times 0.8366 = 4.18$

अत: भीतरी त्रिज्या = 4.18 मी

उदाहरण 9 : त्रिज्या 2.1 सेमी वाले एक वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि

वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

यहाँ $r = 2.1$ सेमी, तथा हम $\pi = \frac{22}{7}$ ले रहे हैं।

वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$ सेमी^{2}

$= 13.86$ सेमी^{2}

उदाहरण 10 : एक वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल 154 सेमी² है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल : हम जानते हैं कि वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल A निम्न होता है।

$$A = \pi r^2$$

$$\therefore r = \sqrt{A \div \pi}$$

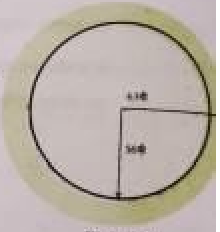
यहाँ A = 154 सेमी² है। $\pi = \frac{22}{7}$ मान लीजिए।

तब

$$r = \sqrt{154 \times \frac{7}{22}} \text{ सेमी} = 7 \text{ सेमी}$$

अत: वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है।

उदाहरण 11 : एक वृत्ताकार मैदान की त्रिज्या 56 मी है। मैदान के बाहर चारों ओर 7 मी चौड़ी सड़क बनी है। सड़क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



चित्र 18.14

हल : छोटे वृत्त की त्रिज्या = 56 मी

बड़े वृत्त की त्रिज्या = (56 + 7) मी

= 63 मी

अब छोटे वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 56 \times 56$ मी²

बड़े वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 63 \times 63$ मी²

सड़क का क्षेत्रफल $= \frac{22}{7} \times 63^2 - \frac{22}{7} \times 56^2$

$= \frac{22}{7}(63^2 - 56^2)$ मी²

$= \frac{22}{7}(63-56) \times (63+56)$ मी²

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 119$ मी²

= **2618 मी²**

प्रयास कीजिए :

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

क्रम संख्या	वृत्त की परिधि	वृत्त की त्रिज्या	वृत्त का क्षेत्रफल
1.	-	3.5 सेमी	-
2.	-	-	154मी²
3.	3.14 मी	-	-
4.	-	-	12.58मी²
5.	-	2.5मी	-

अभ्यास 18 (c)

1. उस वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल बताइए जिसका व्यास 14 डेसीमी है।

2. एक वृत्ताकार दफ्ती का क्षेत्रफल $9\frac{5}{8}$ वर्ग डेसीमी है। उसका व्यास बताइए।

3. 28 सेमी भुजा की लोहे की वर्गाकार चादर से दयाराम लोहार बड़े से बड़ा वृत्ताकार सम्भावनीय तवा तैयार करता है। तवे का क्षेत्रफल बताइए। कितनी चादर बची होगी ?

संकेत - तवे का व्यास = वर्ग की भुजा

4. एक अर्ध वृत्ताकार साइनबोर्ड की रंगाई का खर्च 15 पैसा प्रति वर्ग सेमी की दर से ₹. 49.50 है। यदि भीतरी अर्धवृत्त की त्रिज्या 14 सेमी हो, तो बोर्ड की चौड़ाई बताइए।

चित्र 18.15

5. एक वर्ग और एक वृत्त के परिमाप समान हैं। यदि दोनों के परिमाप 44 सेमी हों, तो किसका क्षेत्रफल अधिक होगा और कितना ?

6. एक वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल दूसरे वृत्ताकार क्षेत्र के क्षेत्रफल का 100 गुना है। उनकी परिधियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

7. एक प्लास्टिक की आयताकार शीट 36 सेमी × 24 सेमी माप की है। इसमें से 1 सेमी व्यास के 864 वृत्ताकार बटन काट कर निकाल लिए गये हैं। बची शीट का क्षेत्रफल बताइए।

8. एक वृत्ताकार थाली का व्यास 28 सेमी है। उस वृत्ताकार तश्तरी का व्यास बताइए, जिसका क्षेत्रफल इसका आधा हो।

18.5 लम्बवृत्तीय बेलन का आयतन एवं सम्पूर्ण पृष्ठ

18.5.1 लम्ब वृत्तीय बेलन

नीचे कुछ वस्तुओं की आकृतियाँ दी गयी हैं। इन्हें देखिये और इसी प्रकार की अपने पास-पड़ोस में पायी जाने वाली अन्य वस्तुओं के भी नाम बताइए।

चित्र 18.16

इन आकृतियों की वस्तुओं के मुख्य भाग आकार में समान हैं और इनके आकार बेलनाकार हैं।

इन्हें कीजिए

चित्र 18.17

प्रयोग 1 : दफ्ती के समान मोटाई वाली शीट के समान त्रिज्या वाले वृत्ताकार टुकड़ों को काटिए। इन वृत्ताकार टुकड़ों को काट कर एक दूसरे के ऊपर इस प्रकार रखिए कि एक दूसरे को पूरा-पूरा ढँक ले और देखिए कि निर्मित आकृति बेलन है अथवा नहीं। हम देखते हैं कि इस प्रकार निर्मित आकृति बेलनाकार है।

वृत्तीय समतल परिच्छेद (Cross-section) की त्रिज्या को बेलन की त्रिज्या कहते हैं। पार्श्व चित्र में बेलन की त्रिज्या बताइए।

बेलन के वृत्तीय समतल परिच्छेद के केन्द्र में हो कर जाने वाली रेखा को बेलन का अक्ष कहते हैं। पार्श्व चित्र में बेलन के अक्ष का नाम बताइए।

बेलन का निचला वृत्ताकार तल आधार कहलाता है। बेलन में कितने आधार होंगे ?

बेलन को उलट देने पर इसका ऊपरी तल आधार बन जायेगा।

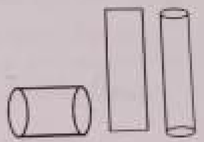
बेलन के दोनों आधारों के बीच की दूरी को बेलन की लम्बाई या बेलन की ऊँचाई (h) कहते हैं।

चित्र 18.18

यदि बेलन का अक्ष प्रत्येक वृत्तीय परिच्छेद के लम्बवत् है तो बेलन को लम्ब वृत्तीय बेलन कहते हैं।

यहाँ हम लम्ब वृत्तीय बेलन को केवल बेलन कहेंगे।

प्रयोग 2 : एक आयताकार मोटा कागज लीजिए। कागज की चौड़ाई को मोड़कर चित्रानुसार (पार्श्व चित्र) बेलन बनाइये। देखिए आयताकार कागज की लम्बाई बेलन की ऊँचाई और आयताकार कागज की चौड़ाई बेलन के आधार की परिधि है।



चित्र 18.19

इसी प्रकार यदि लम्बाई को मोड़ कर बेलन बनायें, तो बेलन की ऊँचाई और परिमाप क्या होगा ?

आयताकार कागज को उसकी एक भुजा के परितः घुमायें तो किस प्रकार की आकृति निर्मित होगी?

हम देखते हैं कि आयताकार कागज को उसकी एक भुजा के परितः घुमाने पर भी एक लम्ब वृत्तीय बेलन बनता है।

अतः

किसी आयत को उसकी एक भुजा के परितः घुमाने से बने ठोस को लम्ब वृत्तीय बेलन कहते हैं। जिस भुजा के परितः घुमाया जाता है, उस भुजा की लम्बाई बेलन की ऊँचाई तथा दूसरी भुजा बेलन के आधार की त्रिज्या होती है।

लम्ब वृत्तीय बेलन का उपरोक्त वर्णन हमारे मस्तिष्क के सम्मुख दो भिन्न-भिन्न किन्तु सम्बंधित आकृतियाँ उपस्थित करता है। खोखला बेलन तथा ठोस बेलन।

18.5.2 लम्ब वृत्तीय बेलन का आयतन

मान लीजिए कि बेलन की ऊँचाई h मात्रक और त्रिज्या r मात्रक है।

हम जानते हैं कि घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

किन्तु लम्बाई × चौड़ाई = घनाभ के आधार का क्षेत्रफल

अतः घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

उपर्युक्त परिणाम बेलन के लिए भी लागू होता है।

अतः बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

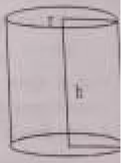
$= \pi r^2 \times h$ घन मात्रक

$= \pi r^2 h$ घन मात्रक

अतः

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

18.5.3 लम्ब वृत्तीय बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ



चित्र 18.20

पार्श्वांकित बेलन को देखिए। बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ इसके वक्र पृष्ठ और समतल पृष्ठों को मिला कर बना है। बेलन के दो समतल पृष्ठ समान त्रिज्या के वृत्त हैं।

इस प्रकार बेलन के दोनों समतल पृष्ठों का क्षेत्रफल

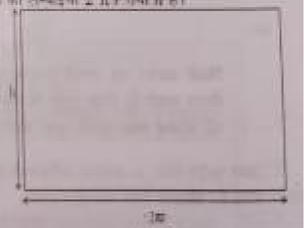
$= \pi r^2 + \pi r^2$ (r वृत्त की त्रिज्या)

$= 2\pi r^2$

अब कागज का एक खोखला बेलन बनाइए। टेप से जोड़ कर बेलन पर ऊँचाई के समान्तर एक रेखा खींचिए। इस रेखा खंड के अनुदिश कैंची से बेलन को काटिए और उसे खोलिए। देखिए ये एक आयताकार हो गया।

आप ने यह देखा कि आयताकार टुकड़े की भुजाओं की लम्बाईयाँ $2\pi r$ तथा h हैं।

चित्र 18.21



18.22

इस प्रकार बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi r \times h$

$= 2\pi r h$

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = बेलन का वक्रपृष्ठ + दोनों समतल पृष्ठों का क्षेत्रफल

$= 2\pi r h + 2\pi r^2$

$= 2\pi r (h + r)$

बेलन का वक्रपृष्ठ $= 2\pi r h$

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 2\pi r (h + r)$

उदाहरण 12 : एक बेलन की ऊँचाई 18 सेमी तथा त्रिज्या 10.5 सेमी है। इस बेलन का आयतन, वक्रपृष्ठ और सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ $r = 10.5$ सेमी और $h = 18$ सेमी

$\therefore$ बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \left(\frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 18\right)$ सेमी³

$= 6237$ सेमी³

वक्रपृष्ठ $= 2\pi r h$

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 18\right)$ सेमी²

$= 1188$ सेमी²

आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \left(\frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5\right)$ सेमी²

$= 346.5$ सेमी²

सम्पूर्ण पृष्ठ = वक्रपृष्ठ + 2 × आधार का क्षेत्रफल

$= (1188 + 2 \times 346.5)$ सेमी²

$= (1188 + 693)$ सेमी²

$= \mathbf{1881}$ **सेमी²**

उदाहरण 13 : 550 घन सेमी लोहे से लम्ब वृत्तीय बेलनाकार सरिया बनाई जाती है। यदि सरिया का व्यास 1 सेमी हो, तो सरिया की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि सरिया की लम्बाई = h सेमी

सरिया (बेलन के आकार में) का आयतन = $\pi \times (0.5)^2 \times h$

प्रश्नानुसार, सरिया का आयतन = लोहे का आयतन

अतः $\pi \times 0.5 \times 0.5 \times h = 550$

या, $\frac{22}{7} \times 0.5 \times 0.5 \times h = 550$

या, $h = \frac{550 \times 7}{22 \times 0.5 \times 0.5}$

या, h = 700 सेमी

= 7 मी

अतः **सरिया की लम्बाई = 7 मी**

प्रयास कीजिए :

बेलन के सम्बन्ध में निम्नांकित सारिणी को पूरा कीजिए :

क्रम संख्या	त्रिज्या	ऊँचाई	वक्रपृष्ठ	सम्पूर्ण पृष्ठ	आयतन
(i)	7 सेमी	7 सेमी	-	-	-
(ii)	7 सेमी	-	-	-	3080 घन सेमी
(iii)	-	15 सेमी	1320 वर्ग सेमी	-	-

अभ्यास 18 (d)

1. एक लम्ब वृत्तीय बेलन के आधार का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 सेमी है, तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।
2. एक वर्गाकार कागज जिसकी भुजा 25 सेमी है, उसको मोड़ कर बेलन बनाया गया है। बने बेलन का वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए।
3. एक लम्ब वृत्तीय बेलनाकार ड्रम का व्यास 55 सेमी तथा लम्बाई 120 सेमी है। उस ड्रम में कितने लीटर पानी आयेगा ?

4. यदि एक रोलर का व्यास 70 सेमी और लम्बाई 2मी है, तो बताइए कि 50 चक्कर में रोलर कितने वर्ग मीटर चलेगा।

5. 3 मीटर व्यास का 14 मीटर गहरा कुआँ 30 रुपया प्रति घन मीटर की दर से खोदने में कितना रुपया खर्च होगा?

6. एक 11 सेमी व्यास वाले बेलनाकार बर्तन में कुछ पानी भरा है। यदि 5.5 सेमी भुजा का एक घनाकार ठोस पूरी तरह पानी में डुबो दिया जाय, तो बर्तन में पानी की सतह कितनी ऊपर उठ जायेगी ?

7. एक 17 सेमी लम्बे और 7 सेमी चौड़े आयत को चौड़ाई के परितः घुमाने पर बने बेलन का आयतन और वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

8. यदि एक लम्बवृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या 7 सेमी तथा ऊँचाई 14 सेमी हो, तो बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

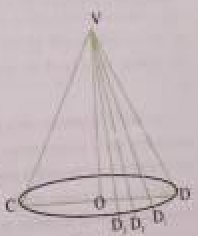
9. एक लम्बवृत्तीय बेलन का वक्रपृष्ठ 1320 वर्ग सेमी है। यदि बेलन की ऊँचाई 15 सेमी हो, तो बेलन के आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

18.6 लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन एवं सम्पूर्ण पृष्ठ

हम जोकर की टोपी, आइसक्रीम कोन, घुंघरू की पुड़िया, आदि बहुत सी वस्तुओं को देखते हैं। इस प्रकार की वस्तुओं को लम्ब वृत्तीय शंकु के आकार वाली वस्तुएँ कहा जाता है। इनका आधार वृत्ताकार और पार्श्व पृष्ठ वक्र होता है।

अपने पास-पड़ोस की लम्बवृत्तीय शंकु के आकार की कुछ और वस्तुओं के नाम बताइए।

समकोण त्रिभुज के आकार की दफ्ती का एक टुकड़ा लीजिए। उसे समकोण बनाने वाली किसी भुजा के परितः घुमाइए। निर्मित ठोस शंकु है अथवा नहीं ?



चित्र 18.23

पार्श्व चित्र को देखिए। इस चित्र में समकोण त्रिभुज VOD को भुजा VO के परितः घुमाने से कर्ण VD की भिन्न-भिन्न स्थितियाँ VD_1, VD_2, VD_3 .... आदि दिखाई गई हैं। ये एक वक्र पृष्ठ का निर्माण कर रही हैं। भुजा OD एक चक्कर पूर्ण कर लेने पर वृत्ताकार समतल क्षेत्र का निर्माण करती है।

इस प्रकार

समकोण त्रिभुज को यदि समकोण बनाने वाली उसकी एक भुजा के परितः घुमाया जाय तो इसके द्वारा निर्मित ठोस को लम्बवृत्तीय शंकु कहते हैं।

निम्नांकित चित्र में V शंकु का शीर्ष है। VO लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई (h) और शीर्ष को आधार वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु को मिलाने वाला रेखा खंड VC या VD उसकी तिरछी ऊँचाई (l) कहलाती है।

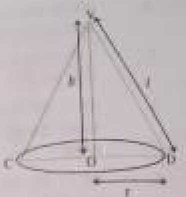
समकोण Δ VOD में

$$VD^2 = VO^2 + OD^2$$

या, $l^2 = h^2 + r^2$

या, $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

अत:

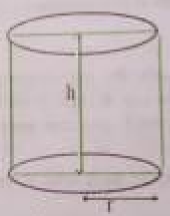


चित्र 18.24

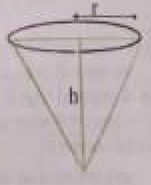
शंकु की तिरछी ऊँचाई $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

18.6.1 लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन

समान ऊँचाई तथा समान आधार की त्रिज्या वाले एक बेलनाकार और एक शंक्वाकार पात्र को लीजिए। शंक्वाकार पात्र में पूरा-पूरा जल (अथवा बालू) भर कर बेलनाकार पात्र में डालिए। बेलनाकार पात्र को जल अथवा बालू से पूरा-पूरा भरने के लिए शंक्वाकार पात्र से कितनी बार जल डालना पड़ा ?



चित्र 18.25



चित्र 18.26

हम देखते हैं कि शंक्वाकार पात्र से तीन बार जल (या बालू) भरने से बेलनाकार पात्र पूरा-पूरा भर जाता है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि **शंक्वाकार पात्र का आयतन बेलनाकार पात्र के आयतन का एक तिहाई होता है। अत: समान ऊँचाई तथा समान त्रिज्या वाले आधार के बेलनाकार तथा शंक्वाकार पात्रों के आयतन में 3 : 1 अनुपात होता है।** दूसरे शब्दों में शंकु का आयतन उसी आधार पर समान ऊँचाई के बेलन के आयतन का एक तिहाई होता है।

r त्रिज्या तथा h ऊँचाई वाले बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

अत: r त्रिज्या तथा h ऊँचाई वाले शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

h ऊँचाई तथा r त्रिज्या वाले आधार के लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

अत: **बेलन का आयतन = 3 × शंकु का आयतन**

पार्श्वांकित शंकु को देखिए। इसका सम्पूर्ण पृष्ठ दो पृष्ठों से मिल कर बना है :

(i) वृत्ताकार समतल पृष्ठ

(ii) पार्श्व पृष्ठ या तिर्यक (तिरछा) पृष्ठ

चित्र 18.27

शंकु के वृत्ताकार समतल पृष्ठ का क्षेत्रफल = πr^2

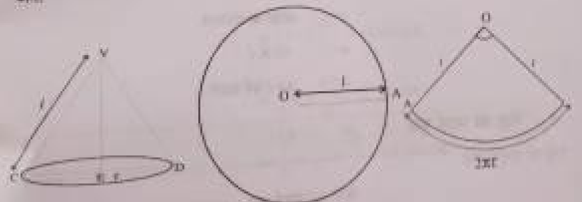
(r वृत्त की त्रिज्या है।)

अब गणित किट से शंकु निकालिए, मान लीजिए इसके आधार की त्रिज्या r और तिरछी ऊँचाई l है। कागज पर त्रिज्या l से एक वृत्त बनाइए।

शंकु के आधार की परिधि कितनी है ? हम जानते हैं कि परिधि $2\pi r$ है। वृत्त की त्रिज्या OA मिलाइए। कैंची की सहायता से वृत्त को O से A तक काटिए। इसे शंकु पर इस प्रकार रखिए कि बिन्दु O, शंकु के शीर्ष V पर तथा बिन्दु A, बिन्दु C पर पड़े। वृत्त को शंकु के चारों ओर एक चक्कर लपेटिए। वृत्त के बचे भाग को कैंची से काट कर अलग कर दीजिए। शंकु पर लिपटे वृत्त के भाग को कागज पर फैलाइए और देखिए यह एक त्रिज्यखंड है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। इस फैले हुए कागज के चाप तथा शंकु की परिधि की लम्बाई को पटरी तथा धागे की सहायता से नापिए। दोनों की लम्बाइयों में क्या सम्बन्ध है ?

हम देखते हैं कि दोनों की लम्बाई समान है।

अतः

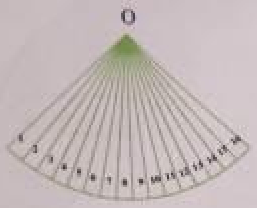


चित्र 18.28

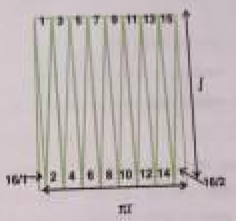
त्रिज्यखंड के चाप की लम्बाई शंकु की परिधि के बराबर है।

अब इस त्रिज्यखंड को इस प्रकार मोड़िए कि चित्रानुसार 16 त्रिज्यखंडों में विभक्त हो जाए। प्रत्येक त्रिज्यखंड को सावधानी से काट कर अलग कीजिए। इन त्रिज्यखंडों में से 8 त्रिज्यखंडों के शीर्ष ऊपर तथा 7 त्रिज्यखंडों के शीर्ष नीचे की ओर एकान्तर क्रम में रखकर निम्नांकित चित्रानुसार व्यवस्थित कीजिए तथा शेष बचे

सोलहवें त्रिज्यखंड के दो बराबर भाग कर के एक भाग (16/1) को प्रारम्भ में तथा दूसरे भाग (16/2) को अन्त में चित्रानुसार व्यवस्थित कीजिए।



चित्र 18.29



चित्र 18.30

बताइए

(i) इस आयत की लम्बाई कितनी होगी ?

(ii) इस आयत की चौड़ाई कितनी होगी ?

हम देखते हैं कि इस आयत की लम्बाई $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$ है तथा चौड़ाई l है।

अतः शंकु का पार्श्वपृष्ठ (तिरछा पृष्ठ)

$=$ आयत का क्षेत्रफल

$= \pi r \times l$

$= \pi r l$ वर्ग मात्रक

शंकु का पार्श्व पृष्ठ	$=$	$\pi r l$

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ

$=$ पार्श्व पृष्ठ + आधार का क्षेत्रफल

$= \pi r l + \pi r^2$

$= \pi r (l + r)$ वर्ग मात्रक

अतः

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ	$=$	$\pi r (l + r)$

उदाहरण 14 : एक शंकु के आधार की त्रिज्या 3.5 सेमी तथा ऊँचाई 12 सेमी है। शंकु का आयतन तथा वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

: शंकु की ऊँचाई h = 12 सेमी

शंकु की त्रिज्या $r = \frac{7}{2}$ सेमी

चित्र 18.31

तिरछी ऊँचाई l $= \sqrt{h^2 + r^2}$ (सूत्र)

$= \sqrt{12^2 + \frac{7^2}{2}}$

$= \sqrt{144 + \frac{49}{4}}$

$= \sqrt{\frac{625}{4}}$

$= \frac{25}{2}$

$=$ **12.5 सेमी**

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (सूत्र)

$= \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 12$ घन सेमी

$= \frac{1}{3}\pi \times \frac{49}{4} \times 12$ घन सेमी

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{49}{4} \times 12$ घन सेमी

=154 घन सेमी

शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$ (सूत्र)

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{25}{2}$

= 137.5 वर्ग सेमी

उदाहरण 15 : 15 मीटर ऊँचे शंक्वाकार तम्बू के आधार की परिधि 44 मीटर है। इस तम्बू को तैयार करने के लिए कितनी कैनवस की आवश्यकता होगी ? तम्बू में आबद्ध वायु का आयतन भी ज्ञात कीजिए।

हल :

आधार की परिधि $= 2\pi r$

$\therefore$ प्रश्नानुसार, $2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

$\therefore \quad r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$

$\therefore \quad r = 7$ मी

तिरछी ऊँचाई $= \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{15^2 + 7^2}$

$= \sqrt{225 + 49}$

$= \sqrt{274}$ मी

अतः कैनवस का क्षेत्रफल = शंकु का वक्रपृष्ठ

$= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times \sqrt{274}$

$= 22\sqrt{274}$ वर्ग मी

तम्बू द्वारा आबद्ध वायु का आयतन

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 15$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15$

$= 770$ घन मी

सामूहिक चर्चा कीजिए

1. एक शंकु की तिरछी ऊँचाई 5 सेमी और ऊँचाई 3 सेमी है। शंकु के आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
2. किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण को छोड़ कर किसी अन्य भुजा के परितः त्रिभुज को घुमाने से कौन-सी आकृति निर्मित होती है ?

3. समान ऊँचाई और समान त्रिज्या के आधार वाले शंकु तथा बेलन के आयतन में क्या अनुपात होगा ?

अभ्यास 18 (ह)

1. पार्श्वांकित चित्र में दिये गये शंकु का वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए, जब कि VO = 15 सेमी और OB = 8सेमी है।

चित्र 18.32

2. एक शंकु का आयतन 100 π घन सेमी है। यदि आधार की त्रिज्या 5 सेमी हो, तो उसका वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए।

3. किसी शंक्वाकार तम्बू के निर्माण के लिए 264 वर्ग मी किरमिच की आवश्यकता पड़ती है। यदि शंकु की तिरछी ऊँचाई 12 मी हो, तो उसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

4. एक जोकर की टोपी शंक्वाकार है। यदि उसमें 840 वर्ग सेमी कपड़ा लगा हो और उसके गोल सिर का परिमाप 56 सेमी हो, तो टोपी की तिरछी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

5. उस बड़े से बड़े शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए, जो उस घन से काटा जाय जिसकी प्रत्येक कोर 12 सेमी लम्बी हो।

6. यदि एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 3 सेमी तथा ऊँचाई 4 सेमी है, तो उसका सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

7. एक लम्बवृत्तीय शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $301\frac{5}{7}$ वर्ग मीटर तथा उसके आधार की त्रिज्या 6 मीटर है। शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

दक्षता अभ्यास - 18

1. निम्नांकित कथनों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

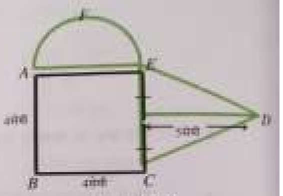
   (i) समलम्बाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = ...

   (ii) एक वृत्त की त्रिज्या r सेमी है। इस वृत्त की परिधि = ... तथा उससे घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल = ...

   (iii) एक बेलन के आधार की त्रिज्या r सेमी तथा ऊँचाई h सेमी है। इस बेलन का आयतन = ... तथा वक्रपृष्ठ = ...

   (iv) एक शंकु की त्रिज्या r सेमी, ऊँचाई h सेमी और तिरछी ऊँचाई l सेमी है। इस शंकु का आयतन = ... वक्रपृष्ठ = ... तथा सम्पूर्ण पृष्ठ = ...

2. पार्श्व चित्र में बनी आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। जहाँ ABCE वर्ग, CDE समद्विबाहु त्रिभुज तथा EFAE एक अर्ध वृत्त है।



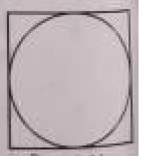
चित्र 18.33

3. 5 सेमी आधार त्रिज्या के शंकु के सम्पूर्ण पृष्ठ और वक्र पृष्ठ का अन्तर ज्ञात कीजिए।

4. एक शंकु की ऊँचाई 48 सेमी और आधार का व्यास 28 सेमी है। इस शंकु का आयतन, वक्रपृष्ठ और सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

5. एक वृत्ताकार पार्क का व्यास 84 मीटर है। 3.5 मीटर चौड़ी सड़क, पार्क से बाहर चारों ओर बनी हुई है। सड़क का 20 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से मरम्मत कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

6. चित्र 18.34 में 28 सेमी भुजा का एक वर्ग है। इसमें भुजाओं को स्पर्श करता हुआ वृत्त बना है। वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



चित्र 18.34

7. 3.5 मीटर त्रिज्या तथा 20 मी गहराई के कुएं से निकाली गयी मिट्टी को 25 मीटर लम्बे और 16 मीटर चौड़े आयताकार मैदान में फैला दिया जाता है। बताइए मैदान कितनी ऊँचाई तक पट जायेगा, जबकि मिट्टी के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

8. किसी रोलर का व्यास 2.4 मी तथा लम्बाई 1.68 मी है। यदि किसी मैदान को समतल करने के लिए उसको 1000 पूर्ण चक्कर लगाने पड़ते है, तो मैदान का क्षेत्रफल होगा
(क) 126720 वर्ग मी
(ख) 12672 वर्ग मी
(ग) 1267.2 वर्ग मी
(घ) 12.672 हेक्टेयर

(एन.टी.एस. 2005)

9. वर्षा जल संग्रह के लिए एक लम्बवृत्तीय बेलनाकार पक्की टंकी बनायी गयी है, जिसके आधार का व्यास 14 मीटर तथा गहराई 9 मीटर है। इस टंकी में कितना लीटर वर्षा का जल एकत्रित होगा ?

10. एक शंक्वाकार तम्बू के आधार की त्रिज्या 3.5 मीटर तथा ऊँचाई 12 मीटर है। कपड़े की दीवार की मोटाई को नगण्य मानते हुए ज्ञात कीजिए कि तम्बू के बाहरी एवं भीतरी दीवारों तथा फर्श पर कीटाणुनाशक दवाओं का छिड़काव करने पर कुल कितना व्यय होगा यदि प्रति वर्गमीटर ₹ 2.5 खर्च होते है।

इस इकाई में हमने सीखा

1. समलम्बाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ (समान्तर भुजाओं का योग) × समान्तर भुजाओं के बीच की दूरी

2. वृत्त की परिधि व व्यास में सम्बन्ध $= \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \pi = \frac{22}{7} = 3.14$ (लगभग)

3. वृत्त की परिधि C $= \pi D$, (जहाँ D वृत्त का व्यास है।)
$= 2\pi r$, ($D = 2r$, r वृत्त की त्रिज्या है)

4. वृत्ताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल $= \pi r^2$, (जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है)

5 (i). लम्ब वृत्तीय बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$
(जहाँ r आधार की त्रिज्या तथा h ऊँचाई है)

(ii) लम्ब वृत्तीय बेलन का वक्रपृष्ठ $= 2\pi r h$

(iii) लम्ब वृत्तीय बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 2\pi r(h + r)$

6 (i). लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
जहाँ r शंकु के आधार की त्रिज्या तथा h ऊँचाई है।

(ii) लम्ब वृत्तीय शंकु का वक्रपृष्ठ $= \pi r l$ (जहाँ l शंकु की तिरछी ऊँचाई है।)

(iii) लम्ब वृत्तीय शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ $= \pi r(l + r)$

अभ्यास 18 (a)

1. 10.5 सेमी^{2} **2.** 15 सेमी **3.** 26 सेमी^{2} **4.** 28 वर्ग मी; **6.** 24 सेमी, 12 सेमी

अभ्यास 18 (b)

1. 5.72 मी, **2.** 38.50 मी, **3.** 1000 चक्कर, **4.** 398 डेसीमी , **5.** 2.1 सेमी, **6.** 2413714.28 किमी, **7.** 2 : 3 **8.** 28.70 मी, 90.2 मी **9.** 84040 किमी

अभ्यास 18 (c)

1. 154 डेसीमी^{2} **2.** 3.5 डेसीमी **3.** 616 सेमी^{2}, 168 सेमी^{2} **4.** 6.15 सेमी , **5.** फूल का क्षेत्रफल, 33 वर्ग सेमी

6. 10 : 1 **7.** $185\frac{1}{7}$ सेमी^{2} **8.** $14\sqrt{2}$ सेमी,

अभ्यास 18 (d)

1. 1000 सेमी^{3} **2.** 625 सेमी^{2} **3.** 285.21 लीटर **4.**220 वर्ग किमी, **5.** रु. 2970, **6.** 1.75 सेमी, **7.**6358 घन सेमी, 748 वर्ग सेमी; **8.** 924 सेमी^{2}, **9.** 14 सेमी

अभ्यास 18 (e)

1. 136 π वर्ग सेमी **2.** 65π वर्ग सेमी, **3.**9.75 मी **4.** 30 सेमी, **5.** 452.57 घन सेमी, **6.** 24π वर्ग सेमी, **7.** 8 मी

दक्षता अभ्यास 18

1. **(i)** $\frac{1}{2}$ (समान्तर भुजाओं का योग) x ऊँचाई, (ii) 2 πr, πr^2 (iii) $\pi r^2 h$, 2 πrh **(iv)** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, πrl, πr(l + r) **2.** 32.28 वर्ग सेमी, **3.** 78.57 सेमी^{2} **4.** **(i)** 9856 घन सेमी, 2200 वर्ग सेमी, 2816 वर्ग सेमी, **5.** ₹ 19250 **6.** 616 वर्ग सेमी **7.** 1.925 मीटर **8.** (ख) 12672 वर्ग मी, **9.** 1386000 लीटर, **10.** ₹ 783.75

परिशिष्ट : भारतीय प्राचीन गणितीय पद्धति

- गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त
- भाग निखलम्
- भाग परावर्त्य
- भाग ध्वजांक विधि
- घन सूत्र अनुप्योग, घनमूल विलोकनम्

19.1 महान् गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त

भारतीय गणित के इतिहास का मध्यकाल ई. सन् 400 से ई. सन् 1200 तक माना जाता है। इस काल को गणित के इतिहास का स्वर्णयुग कहा जाता है क्योंकि इसी काल में महान् भारतीय गणितज्ञों आर्यभट्ट प्रथम (499 ई.), भास्कर प्रथम (600 ई.), ब्रह्मगुप्त (598 ई.), श्रीधराचार्य (850 ई.), आर्यभट्ट द्वितीय (950 ई.), श्रीपति मिश्र (1039 ई.) नेमीचन्द्र सिद्धान्त चक्रवर्ती (11वीं शती) और भास्कराचार्य (द्वितीय) (1114 ई.) की महान् उपलब्धियाँ उनकी अमूल्य कृतियों के रूप में गणिताकाश में चमकते सूर्य जैसी प्रकाशमान हुईं।

ब्रह्मगुप्त का जन्म सन् 598 ई. में हुआ था और उनके पिता का नाम जिष्णु था। दक्षिण राजस्थान का एक छोटा-सा नगर भीलमाल (श्रीमाल) इनका जन्मस्थान माना जाता है। इन्होंने केवल 30 वर्ष की आयु में अत्यन्त प्रसिद्ध ग्रन्थ "ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त" की रचना (सन् 628 ई. में) की जिसमें 25 अध्यायों में से केवल दो अध्यायों में गणितीय सिद्धान्तों एवं विधियों का विस्तृत वर्णन किया है। शेष अध्यायों में ज्योतिष विषयक सिद्धान्तों का विवेचन किया गया है।

ब्रह्मगुप्त को अरबवासी गणितज्ञों का आदिगुरु माना जाता है। इनके "ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त" पुस्तक का भारतीय गणितज्ञों की सहायता से अरबी भाषा में अनुवाद किया गया। इन्होंने आर्यभट्ट (प्रथम) की परम्परा को आगे बढ़ाते हुए "ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त" को श्लोकों में ही वर्णित किया है। ज्ञातव्य है कि शून्य सहित केवल दस संकेतों (0, 1, 2, 3, ...9) द्वारा "दाशमिक स्थानमानपद्धति" द्वारा सभी संख्याओं को व्यक्त करने की परम्परा आर्यभट्ट (प्रथम) द्वारा ही प्रारम्भ की जा चुकी थी। जिसका अनुसरण ब्रह्मगुप्त ने भी किया और ये प्रथम भारतीय गणितज्ञ हैं जिन्होंने बीजगणित में शून्य का प्रयोग करते हुए बताया कि

$a-0=a$, $-a-0=-a$, $0-0=0$, $a\times0=0$, $0\times0=0$ तथा $a\div0$ (कोई भी धन अथवा ऋण राशि $\div$ 0) = अनन्त।

इन्होंने अ $\div$ 0 को "खच्छेद" कहा है। यहाँ "खच्छेद" का अर्थ है "ख-छेद" अर्थात् अनन्त।

शून्य है कि भास्कराचार्य द्वितीय ने इसे "ख-हर" (अनन्तराशि) कहा है। आज "ख-हर" को अपरिभाषित मानते हैं। (शून्य से भाग अपरिभाषित मानी जाती है।)

ब्रह्मगुप्त ने समखात (प्रिज्म), सूची स्तम्भ और शंकु के घनफल निकालने की विधि भी दी है। इन्होंने वर्ग समीकरण ($x^2 + px - q = 0$) को हल करने का सूत्र $x = \frac{\sqrt{p^2+4q}-p}{2}$ भी दिया है जिससे केवल एक मूल ज्ञात होता है। आगे चल कर श्रीधराचार्य ने वर्ग समीकरण के दोनों मूल ज्ञात करने का सूत्र दिया है जो उनके नाम से आज भी प्रचलित है।

ब्रह्मगुप्त ने क, ख, ग, घ भुजाओं वाले चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र $\sqrt{(स-क)(स-ख)(स-ग)(स-घ)}$ भी दिया है।

जहाँ $स = \frac{क+ख+ग+घ}{2}$

ब्रह्मगुप्त का ज्यामिति के क्षेत्र में अत्यन्त सराहनीय कार्य है। उन्होंने त्रिभुजों, आयतों, समलम्बों, वर्गों इत्यादि के क्षेत्रफल से सम्बन्धित सूत्र प्रतिपादित किये हैं।

अल्बरूनी (1016 ई.) ने "इण्डिका" में ब्रह्मगुप्त के ज्योतिष एवं गणित की भूरि-भूरि प्रशंसा की है। यह कहना अतिशयोक्ति नहीं है कि ब्रह्मगुप्त भारतीय गणित के जाज्वल्यमान सितारे हैं, बल्कि विश्वगणित का इतिहास में भी इनका विशेष स्थान है। उल्लेखनीय है कि बीजगणित में ब्रह्मगुप्त ने जिन समीकरण साधनों के नियमों तथा अनिर्णीत द्विघात समीकरण का समाधान प्रस्तुत किया है, उसे ही आयलर ने 1764 ई. तथा लाग्रेंज ने 1768 ई. में किया है।

19.2 भाग : (निखिलम् विधि) (आधार 10, 100)

वैदिक गणित में भाग की क्रिया को सरल बनाने के लिए कई विधियाँ हैं, जिनमें एक विधि है, "निखिलम् विधि"।

इसी विधि का प्रयोग वहाँ करते हैं जहा भाजक आधार 10, 100, ... के समीप होता है। इसमें आधार से भाजक का विचलन ज्ञात कर एक संशोधित भाजक प्राप्त करते हैं, और फिर उसी से भाग की क्रिया सम्पन्न की जाती है। उदाहरण द्वारा हम इसे समझते हैं।

उदाहरण 1 : 2312 में 9 का भाग दीजिए।

हल :

	भाज्य			
भाजक 9	2	3	1	2
संशोधित भाजक		2		
10 − 9 = 1			5	
				6
	2	5	6	8

अतः भागफल = 256

शेषफल = 8

क्रियाविधि

(1) यहाँ भाजक 9 है जिसका आधार 10 से विचलन 1 है। यही संशोधित भाजक है।

(2) संशोधित भाजक में चूँकि केवल एक अंक है, अतः भाज्य 2312 में इकाई के अंक के ठीक पहले एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींच दी गई है।

(3) भाज्य का प्रथम अंक 2 यथा प्रदर्शित एक क्षैतिज रेखा खींच कर ठीक उसी के नीचे लिखा गया है। यह भागफल का पहला अंक (बायें से) होगा।

(4) अब संशोधित भाजक 1 से 2 का गुणाकर भाज्य के ठीक दूसरे अंक 3 के नीचे लिखकर इनका योग (3 + 2 = 5) क्षैतिज रेखा के नीचे 2 के आगे (दायीं ओर) लिखा गया है।

(5) अब संशोधित भाजक 1 का गुणा 5 में करके इसे भाज्य के तीसरे अंक 1 के ठीक नीचे लिखा गया है और इसके योगफल (1 + 5 = 6) को क्षैतिज रेखा के नीचे 5 के ठीक दायीं ओर लिखा गया है।

(6) अब संशोधित भाजक 1 से 6 का गुणा करके ऊर्ध्वाधर रेखा के दायीं ओर 2 के नीचे लिखा गया है। 2 और 6 का योगफल 2 + 6 = 8 यही अभीष्ट शेषफल है तथा ऊर्ध्वाधर रेखा के बायें की संख्या 256 अभीष्ट भागफल है।

टिप्पणी - प्रारम्भ में क्रियाविधि समझने में अवश्य कठिनाई का अनुभव होता होगा किन्तु अभ्यास के बाद भाग की क्रिया सरल प्रतीत होगी।

उदाहरण 2 : 21212 में 89 का भाग दीजिए।

हल : यहाँ आधार 100 से 89 का विचलन 11 है। यही संशोधित भाजक होगा। अब संशोधित भाजक 11 में 2 अंक है, अतः भाज्य के दायें से 2 अंक छोड़ कर ऊर्ध्वाधर रेखा खींची गयी है। शेष भागफल की क्रिया उदाहरण (1) की भाँति ही होगी।

आधार 100

भाजक 89

संशोधित भाजक 11

भाज्य

2	1	2	1	2	
	2	2			
		3	3		
			7	7	
2	3	7	1	1	9
				1	1
		↑1	1	3	0
2	3	8		3	0

भागफल = 238
शेषफल = 30

ध्यान दें :

ऊर्ध्वाधर रेखा के दायीं ओर का योगफल 119 है जो भाजक 89 से बड़ा है, अतः संशोधित भाजक से एक बार और भाग देने की क्रिया पूर्ववत् की गयी है और तब ऊर्ध्वाधर रेखा के दायीं ओर के योगफल 130 का सैकड़े वाला अंक ऊर्ध्वाधर रेखा के ठीक बायीं ओर के अंक 7 में जोड़ कर भागफल 237 + 1 = 238 प्राप्त किया गया है।

19.3 भाग (परावर्त्य विधि)

भाजक जब आधार के समीप होता है तथा इसका प्रथम अंक 1 होता है, तब "परावर्त्य योजयेत्" सूत्र का उपयोग कर भाग की क्रिया की जाती है। इस क्रिया विधि में भाजक के प्रथम अंक (जो 1 है) को छोड़कर शेष अंकों का चिह्न बदल देते हैं। संशोधित भाजक के जितने अंक के चिह्न बदलते हैं, भाज्य के दायें से उतने ही अंक छोड़कर एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींच देते हैं। निम्नांकित उदाहरण से क्रिया विधि स्पष्ट हो जायेगी।

उदाहरण 3 : 354223 में 11 का भाग दीजिए।

हल :

भाज्य

भाजक 11	3	5	4	2	2	3	आधार 10
परावर्त्य भाजक $\bar{1}$		$\bar{3}$					
			$\bar{2}$				
				$\bar{2}$			
					0		
						$\bar{2}$	
भागफल =	3	2	2	0	2	1	

भागफल = 32202

शेषफल = 1

क्रियाविधि

(1) भाजक 11 के प्रथम अंक 1 को छोड़कर अगले अंक का चिह्न बदल कर परावर्त्य भाजक प्राप्त किया गया है।

(2) पूर्व की भाँति भाज्य के दायें से एक अंक (जो यहाँ 3 है) को छोड़कर ऊर्ध्वाधर रेखा खींची गई है।

(3) शेष क्रिया विधि पूर्ववत् है। भागफल का प्रथम अंक (बायें से) 3 है। इसमें जब परावर्त्य भाजक $\bar{1}$ का गुणा करेंगे तो $3 \times \bar{1} = \bar{3}$ प्राप्त होगा, जो 5 के ठीक नीचे लिखा गया है। अब $5 + \bar{3}$

= 2 प्राप्त होता है, जिसे भागफल के प्रथम अंक 3 के दायीं ओर लिखा गया है। शेष क्रिया पूर्ववत् ही है।

भाग की बीजांक से जाँच

हम जानते हैं कि

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

उपर्युक्त उदाहरण में भाज्य 354223 का बीजांक = 1

भाजक 11 का बीजांक = 2

भागफल 32202 का बीजांक = 9

शेषफल 1 का बीजांक = 1

अब भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

में बीजांकों को प्रतिस्थापित करने पर

1 = 2 × 9 + 1

1 = 18 + 1

= 19 जिसका बीजांक 1 है।

अतः बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

उपर्युक्त विधि से बीजांक द्वारा हम किसी भी भाग की शुद्धता की जाँच कर सकते हैं।

19.4 भाग (ऊर्ध्व एवं ध्वजांक विधि)

इस विधि में "ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् एवं ध्वजांक" सूत्र का प्रयोग किया जाता है। इसमें भाजक को सर्वप्रथम दो भागों में विभाजित कर लिया जाता है। बायें भाग को भाजक और शेष भाग को ध्वजांक कहते हैं। ध्वजांक के अंकों की संख्या के बराबर दिये गये भाज्य के दायें से उतने अंक छोड़ कर एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींची जाती है। इसी रेखा की दायीं ओर शेषफल को प्रदर्शित करते हैं। अब चुने हुए नये भाजक से भाज्य के बायें भाग को भाग देते हैं, भागफल को सबसे नीचे खींची गयी क्षैतिज रेखा के नीचे उतार लेते हैं तथा शेषफल को भाज्य के अगले अंक के ठीक पहले बायीं ओर उतार लेते हैं। यह संख्या भाज्य के अगले अंक के साथ (एक नयी संख्या के रूप में) पढ़ी जाती है। अब प्राप्त भागफल और ध्वजांक का "ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम्" विधि से गुणा कर गुणनफल को नये भाज्य से घटाकर संशोधित भाज्य प्राप्त करते हैं।

संशोधित भाज्य = नया भाज्य − भागफल × ध्वजांक

अब संशोधित भाज्य में पूर्ववत् भाग की क्रिया करते हैं। यह क्रिया तब तक चलती रहती है जब तक अन्तिम संशोधित शेषफल प्राप्त नहीं हो जाता है।

उदाहरण 4 67172 में 63 का भाग दीजिए।

MI NOTE 5 PRO
DUAL CAMERA

हल - भाजक 63
ध्वजांक 3
नया भाजक 6

	6	7	1	7	2
	0				
		4			
			5		
				3	
भागफल =	1	0	6	6	

संशोधित शेषफल = 32 − 6 × 3 = 14

क्रिया विधि के चरण

(1) 6) 6 (1
6
0

संशोधित भाज्य = नया भाज्य − भागफल × ध्वजांक
= 07 − 1 × 3 = 04

(2) 6) 04 (0
00
04

संशोधित भाजक = 41 − 0 × 3 = 41

(3) 6) 41 (6
36
5

संशोधित भाजक = 57 − 6 × 3 = 39

(4) 6) 39 (6
36
3

संशोधित शेषफल = 32 − 6 × 3 = 14

उत्तर की जाँच

(1) भाज्य 67172 का बीजांक = 5
(2) भाजक 63 का बीजांक = 9
(3) भागफल 1066 का बीजांक = 4
(4) शेषफल 14 का बीजांक = 5

अब

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल
5 = 9 × 4 + 5

$= 36 + 5$

$= 41 =$ बीजांक 5

अतः भाग की क्रिया एवं उत्तर शुद्ध है।

क्षेत्रफल एवं आयतन ज्ञात करने के प्रश्नों में वैदिक गणित की गुणा करने की विधियों का प्रयोग कर गणना को सुगमतापूर्वक कर सकते हैं। ध्यान देने योग्य है कि किसी साधारण संख्या में विनकुलम संख्या का गुणा ठीक उसी प्रकार से करते हैं जैसे साधारण गुणा के प्रश्नों में करते हैं।

जैसे $\bar{3} \times \bar{4} = (-3) \times (-4) = 12$

$\bar{2} \times 5 = (-2) \times 5 = -10$

$1\bar{3} \times \bar{2}1$ ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम् विधि से

$1\ \bar{3}$

$\times\ \bar{2}\ 1$

$1\times\bar{2}\ /\ 1\times1+\bar{2}\times\bar{3}\ /\ \bar{3}$

$= \quad \bar{2}\ /\ 7\ /\ \bar{3} \quad = \quad \bar{2}7\bar{3}$

$= \quad (-200 + 70 - 3) = -133$

उत्तर की जाँच : $1\bar{3} \quad = 10 - 3 = 7$

$\bar{2}1 \quad = -20 + 1 = -19$

अब $1\bar{3} \times \bar{2}1 \quad = 7 \times (-19)$

$= -133$

19.5 वर्ग सूत्र

(1) एक न्यूनेन पूर्वेण

जब कोई संख्या अपने आधार से ठीक 1 कम होती है, तब उस संख्या का वर्ग करने के लिए इस सूत्र का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण : 999999 का वर्ग कीजिए।

हल : यहाँ दी हुई संख्या का आधार 1000000 है। तथा यह अपने आधार से ठीक 1 कम है।

अतः $(999999)^2$ का बायाँ पक्ष $= 999999 - 1$

$= 999998$

तथा उपर्युक्त का दायाँ पक्ष $= (-1)^2$

$= 000001$

(ध्यान दें, चूंकि आधार में छः शून्य हैं, अतः संख्या 999999 के वर्ग के दायें पक्ष में छः स्थान होंगे।)

अतः $(999999)^2$ $= 999998/000001$

$= 999998000001$ उत्तर

(2) एकाधिकेन पूर्वेण

जब किसी संख्या का इकाई वाला अंक 5 होता है तब इस सूत्र का प्रयोग करते हैं। इस संख्या के वर्ग का दायाँ पक्ष $5^2 = 25$ ही सदैव रहता है तथा इसका बायाँ पक्ष ज्ञात करने के लिए संख्या में इकाई को छोड़ शेष अंकों की संख्या में उसके उत्तरवर्ती संख्या का गुणा करते हैं।

उदाहरण : 285 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

हल : उपर्युक्त नियम विधि से वर्ग का दायाँ पक्ष $= 5^2$

$= 25$

तथा वर्ग का बायाँ पक्ष $= 28 \times (28+1)$

$= 28 \times 29$

$= 812$

अतः $(285)^2$ $= (812/25)$

$= 81225$ उत्तर

(3) ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम्

यह सर्वाधिक शक्तिशाली क्रियाविधि है। इसमें दो संख्याओं के परस्पर गुणा करने की " ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् सूत्र" का प्रयोग कर संख्या का वर्ग ज्ञात करते हैं।

उदाहरण : 3478 का वर्ग कीजिए।

हल : ह सै द इ

3 4 7 8

3 4 7 8

दायें से बायें के क्रम में

वर्ग का प्रथम भाग $= 8 \times 8 = 64$

वर्ग का द्वितीय भाग $= 8 \times 7 + 7 \times 8 = 2\,(7 \times 8) = 112$

वर्ग का तृतीय भाग $= 8 \times 4 + 4 \times 8 + 7 \times 7 = 2\,(4 \times 8) + 49 \quad = 113$

वर्ग का चतुर्थ भाग $= 8 \times 3 + 3 \times 8 + 7 \times 4 + 4 \times 7 = 2\,(8 \times 3) + 2\,(4 \times 7) = 104$

वर्ग का पंचम भाग $= 7 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 4 = 2\,(7 \times 3) + 16 = 58$

वर्ग का छठाँ भाग $= 4 \times 3 + 3 \times 4 + = 2\,(4 \times 3) = 24$

वर्ग का सातवाँ भाग $= 3 \times 3 = 9$

अतः $(3478)^2 =$

दस लाख	लाख	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
9	24	58	104	113	112	64

$=$ 12096484 उत्तर

टिप्पणी : क्रिया-विधि समझ लेने के बाद इस विधि से किसी भी संख्या का वर्ग एक पंक्ति में कर सकते हैं। क्रम से दायें से बायें बढ़ते हुए, हासिलों को मस्तिष्क में रखते हुए तथा इनको यथास्थान जोड़ते हुए संख्या का वर्ग सरलतापूर्वक कर सकते हैं।

वास्तव में इस क्रियाविधि में सूत्र

$$((a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca)$$

का ही प्रयोग करते हैं।

यदि संख्या में केवल एक अंक है, तब $(a)^2 = a \times a = a^2$

यदि संख्या में दो अंक हैं तो $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

तथा यदि संख्या में 4अंक हैं तो $(a+b+c+d)^2 = a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$

का प्रयोग करते हैं।

संख्या के वर्ग का बीजांक विधि से जाँच

संख्या 3478 का बीजांक $= 3+4+7+8 \quad = 4$

अब 4 के वर्ग 16 का बीजांक $\quad = 7$

अब $(3478)^2 = 12096484$ का बीजांक $= 7$

अतः उत्तर सही है।

19.6 वर्गमूल विलोकनम्

किसी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने की विधि निम्नांकित उदाहरणों द्वारा समझते हैं।

उदाहरण 1 : 4096 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल : दायें से बायें के क्रम में 2-2 का युग्म बनाते हैं।

स्पष्टतः ये युग्म 96 एवं 40 होंगे। अतः 4096 के वर्गमूल के दो अंक होंगे।

अब वर्गमूल ज्ञात करने की क्रिया विधि देखें।

```
      6 4
   |-------
 6 | 4 0 9 6
   | -3 6
   |-------
   |    4 9
   |   -4 8
   |   -------
   |      1 6
   |     -1 6
   |     -----
   |      0 0
```

$2a = 2 \times 6 = 12$ (भाजक संख्या) अब $12 \times 4 = 48$ घटायेंगे। यहीं 4 वर्गमूल का अगला अंक होगा अर्थात् $b = 4$ अब $b^2 = 4^2 = 16$ घटायेंगे।

(i) $1^2, 2^2, 3^2, \ldots$ में हम देखते हैं कि 6^2 ही वह वर्ग संख्या है जो 40 से ठीक छोटी है क्योंकि $7^2 = 49$, 40 से बड़ा है, अतः $7^2 = 49$ ग्राह्य नहीं है।

(ii) 40 में से 6^2 घटाने पर शेष 4 बचता है। हम इसके आगे केवल एक अंक (जो 9 है) ही उतारते हैं।

(iii) 49 में से 48 घटाने पर शेष 1 बचा, इसके आगे ऊपर से अगला अंक 6 उतारेंगे। अब इस प्रकार प्राप्त संख्या 16 में से $4^2 = 16$ घटायेंगे।

अतः $\sqrt{4096} = 64$ उत्तर

उदाहरण 2 : 15625 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

हल : उपर्युक्त क्रियाविधि का प्रयोग करते हुए

हम देखते हैं कि $15625 = \overline{1}\,\overline{56}\,\overline{25}$

अतः 15625 के वर्गमूल में कुल 3 अंक होंगे।

ध्यान दीजिए, उदाहरण (1) में वर्णित विधि के अनुसार हम शेषफल के ठीक आगे ऊपर से केवल एक अंक ही उतारते हैं। आज की वर्गमूल की प्रचलित विधि के अनुसार हम कभी भी जोड़ों को नहीं उतारते हैं।

```
     (12)5
   |----------
 1 | 1 5 6 2 5
   | 1
   |----------
   | x 5
   | -4
   |----------
   |  1 6
   |
   |  -4
   |----------
   |    1 2 2
   |   -1 2 0
   |----------
   |      2 5
   |     -2 5
   |----------
   |      x x
```

$2 \times 1 = 2$ (भाजक संख्या) $2 \times 2 = 4$ वर्गमूल का द्वितीय अंक 2 है, अतः $2^2 = 4$ घटायेंगे। अब यहाँ वर्गमूल के प्रथम दो अंकों से बनी संख्या (12) है, हम इसका दुगुना कर नयी भाजक संख्या $2 \times 12 = 24$ प्राप्त करेंगे।

हम देखते हैं कि $24 \times 5 = 120$ जो 122 से कम है। अतः 122 में से 120 घटायेंगे तथा वर्गमूल का अगला अंक 5 होगा अब $5^2 = 25$ घटायेंगे।

अतः $\sqrt{15625} = 125$ उत्तर

टिप्पणी : हम देखते हैं कि पूर्ण वर्ग संख्या 15625 में बायें से तीन अंकों से बनी संख्या 156 में से वर्गमूल के बायें से दो अंकों की संख्या 12 का वर्ग 144 घटाने पर शेषफल 16 प्राप्त होता है, अतः यह जाँच है कि हल के उपर्युक्त चरण शुद्ध हैं।

ध्यान दें

n अंकों वाली किसी पूर्ण वर्ग संख्या में यदि n विषम है तो उस संख्या के वर्गमूल में अंकों की संख्या सदैव $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ होती है और यदि n सम है तो वर्गमूल में अंकों की संख्या सदैव $\left(\frac{n}{2}\right)$ होती है।

19.7 घनसूत्र (आनुरूप्येण)

किसी दो अंकों वाली संख्या का घन ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम हम उसके अंकों के बीच का अनुपात ज्ञात करते हैं और फिर प्रथम अंक (दहाई वाला अंक) का घन ज्ञात कर प्रथम स्तम्भ में लिखते हैं। उसके ठीक आगे के स्तम्भ में हम स्तम्भ वाली घन संख्या में संख्या के (इकाई : दहाई) वाली संख्या का गुणा कर लिखते हैं। पुनः तीसरे स्तम्भ में द्वितीय स्तम्भ वाली संख्या में उपर्युक्त अनुपात वाली संख्या से गुणा कर लिखते हैं और पुनः चौथे स्तम्भ में भी इसी विधि का अनुसरण करते हुए तीसरे स्तम्भ वाली संख्या में उपर्युक्त आनुपातिक संख्या का गुणा कर लिख देते हैं। चौथे स्तम्भ में इस प्रकार लिखी हुई संख्या निश्चय ही दी हुई संख्या के इकाई के अंक का ही घन होना चाहिए। यदि ऐसा नहीं है तो निश्चय ही गणना में कहीं कोई त्रुटि हुई होगी।

अब हम उदाहरणों के द्वारा इसे समझते हैं।

उदाहरण 1 : 36 का घन कीजिए

हल : $\left| 3^3 = 27 \right| 27 \times \frac{6}{3} = 54 \left| 54 \times \frac{6}{3} = 108 \right| 108 \times \frac{6}{3} = 216 \Big|$

यहाँ हम देखते हैं कि 36 में इकाई 6, दहाई 3 का दुगुना है, अतः हम सीधे स्तम्भ की संख्या $3^3 = 27$ प्राप्त कर क्रमशः दुगुना करते हुए शेष तीनों स्तम्भों की संख्याएँ 54, 108 व 216 प्राप्त कर सकते हैं।

अब इसके आगे मध्य के दो स्तम्भों में ऊपर वाली संख्या का दुगुना कर इनके नीचे लिख कर स्तम्भों की संख्याओं का निम्नवत् योग प्राप्त करते हैं :

$(36)^3$ =

दस.ह	ह.	सै.	द.	इ.
		1	1	
	19	34	21	
	27	54	108	216
		108	216	
4	6	6	5	6

अतः $(36)^3 = 46656$ उत्तर

उपर्युक्त स्तम्भों की संख्याओं के योगफलों को निम्नवत् जोड़कर घन वाली संख्या के इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार एवं दस हजार के अंकों को ज्ञात करें।

```
    2 1 6
  3 2 4
1 6 2
2 7
---------
4 6 6 5 6
```

उदाहरण 2 : 69 का घन ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ इकाई : दहाई = 9 : 6 = $\frac{3}{2}$ है।

अतः

$(69)^3 = \left| 6^3 = 216 \right| 216 \times \frac{3}{2} = 324 \left| 324 \times \frac{3}{2} = 486 \right| 486 \times \frac{3}{2} = 729$

स्पष्टतः 729 = $(9)^3$ अतः चारों स्तम्भों की संख्याएँ शुद्ध हैं।

अब आगे की क्रिया विधि के चरण देखें -

$(69)^3$ =

द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
	216	324	486	729
		648	972	
	216	972	1458	729
32	8	5	0	9

```
      7 2 9
    1 4 5 8
    9 7 2
  2 1 6
-----------
3 2 8 5 0 9
```

अतः $(69)^3 = 328509$ उत्तर

उदाहरण 3 : 125 का घन कीजिए।

यहाँ 125 में (12) को एक साथ लेकर चलेंगे। और तब 5 और 12 के बीच का अनुपात $\frac{5}{12}$ लेकर उपर्युक्त विधि से आगे बढ़ेंगे।

$(125)^3 = \left| \begin{matrix} (12)^3 \\ =1728 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 1728 \times \frac{5}{12} \\ = 720 \end{matrix} \left| \begin{matrix} 720 \times \frac{5}{12} \\ = 300 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 300 \times \frac{5}{12} \\ = 125 \end{matrix} \Big|$

अतः $(125)^3$ =

1728	720	300	125
	1440	600	
1728	2160	900	125

```
            1 2 5
          9 0 0
        2 1 6 0
      1 7 2 8
अतः (125)³ =    1 9 5 3 1 2 5 उत्तर
```

ध्यान दें : यदि a और b अंको से कोई संख्या बनी है तो $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ होता है। उपर्युक्त क्रिया विधि में,

प्रथम स्तम्भ में a^3 वाली संख्या है,

द्वितीय स्तम्भ वाली संख्या $a^3 \times \frac{b}{a} = a^2b$

तृतीय स्तम्भ की संख्या $a^2b \times \frac{b}{a} = ab^2$ है।

और चतुर्थ स्तम्भ की संख्या $ab^2 \times \frac{b}{a} = b^3$ है।

अतः चारों स्तम्भों की संख्याएँ, क्रमशः (a^3, a^2b, ab^2, b^3) है। इसी कारण मध्य के स्तम्भों की संख्याओं का दुगुना उनके नीचे लिखकर उनका योग करते हैं, जिससे $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ प्राप्त हो जाय।

19.8 घनमूल विलोमन

हम उपर्युक्त सूत्र $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ के आधार पर पूर्णघन संख्याओं का घनमूल ज्ञात करें और यहाँ ध्यान दें कि एक अंक वाली संख्या के घन में 1 या 2 या 3 अंक होंगे, जैसे :

$1^3 = 1$, $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$, $7^3 = 343$, $8^3 = 512$ और $9^3 = 729$

यदि संख्या में 2 अंक हैं तो उसके घन में 4 या 5 या 6 अंक होंगे। 3 अंकों वाली संख्या के घन में 7 या 8 या 9 अंक होंगे।

व्यापक रूप में n अंको वाली संख्या के घन में (3n–2) या (3n-1) या 3n अंक होते हैं।

इसीलिए पूर्ण घन संख्या का घनमूल ज्ञात करने में हम दायें से बायें के क्रम में 3-3 अंकों के समूह बनाकर घनमूल में अंकों की संख्या ज्ञात कर लेते हैं। सबसे बायें वाले समूह में 1 या 2 अंक भी हो सकते हैं।

अब हम उदाहरणों के माध्यम से घनमूल ज्ञात करना समझते हैं।

उदाहरण 1 : 13824 का घनमूल ज्ञात कीजिए

	24
$2^3 = 8$ घटाया	$\overline{13}\,\overline{824}$
भाजक संख्या $3a^2$ $=3\times2^2=12$	-8
	58
$12\times4=48$ घटाया	-48
यहाँ $b = 4$ प्राप्त	102
अब $3ab^2=$ $3\times2\times4^2=96$ घटाया	-96
	64
पुनः $b^3=4^3=64$ घटाया	-64
	××

अतः

13824 का घनमूल = 24 है।

टिप्पणी : घनमूल में भी वर्गमूल की भाँति शेषफल के आगे ऊपर (दी हुई संख्या) में क्रमशः एक-एक अंक ही उतार नये भाज्य प्राप्त करते हैं तथा भाजक क्रमशः $a^3, 3a^2b, 3ab^2$ तथा b^3 मान वाली संख्याएँ ही होती हैं।

उदाहरण 2 : 1953125 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल : $1953125 = 1\,\overline{953}\,\overline{125}$

अतः घनमूल में 3 अंक होंगे। क्रियाविधि पूर्ववत् ही रहेगी।

	(12)5
$1^3=1$ घटाया	$1\,\overline{953}\,\overline{125}$
$3a^2 = 3\times1^2 = 3$ (भाजक)	-1
$3\times2= 6$ घटाया	×9
स्पष्टतः $b = 2$	-6
अब $3(ab^2)=3\times1\times2^2= 12$घटाया	35
$b^3=2^3=8$ घटाया	-12
अब $a = 12$ मानेंगे।	233
$(12)^3$तक घटा चुके हैं अतः अब $3a^2=3\times12^2=432$ नयी भाजक संख्या है।	-8
स्पष्टतः 2251 में 5 बार भाग जायेगा।	2251
अतः घनमूल का अगला अंक 5 होगा।	-2160
$3ab^2 = 3\times(12)\times5^2$	91
= 900 घटाया	912
	-900
$b^3=5^3=125$ घटाया	125
	-125
	×××

आप देख सकते हैं कि 1953 में से $(12)^3=1728$ घटाने पर 225 प्राप्त होता है। अतः घनमूल के चरण पूर्णतः शुद्ध है।

अतः 1953125 का घनमूल = 125 उत्तर

विशेष टिप्पणी

यदि हम 1 से लेकर 9 तक के अंकों के घन (जो क्रमशः 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729 है) पर ध्यान दें तो पाते हैं कि घनवाली संख्या के इकाई के स्थान पर जो अंक प्राप्त होते हैं, वे अद्वितीय हैं, उनकी कभी भी दुबारा आवृत्ति नहीं होती है। अतः यदि दी हुई संख्या पूर्ण घन है तो उसके घनमूल में इकाई का सही अनुमान लगा सकते हैं, उदाहरण (1) में 13824) के घनमूल में इकाई 4 है और उदाहरण (2) में 1953125 के घनमूल में इकाई का अंक 5 है।