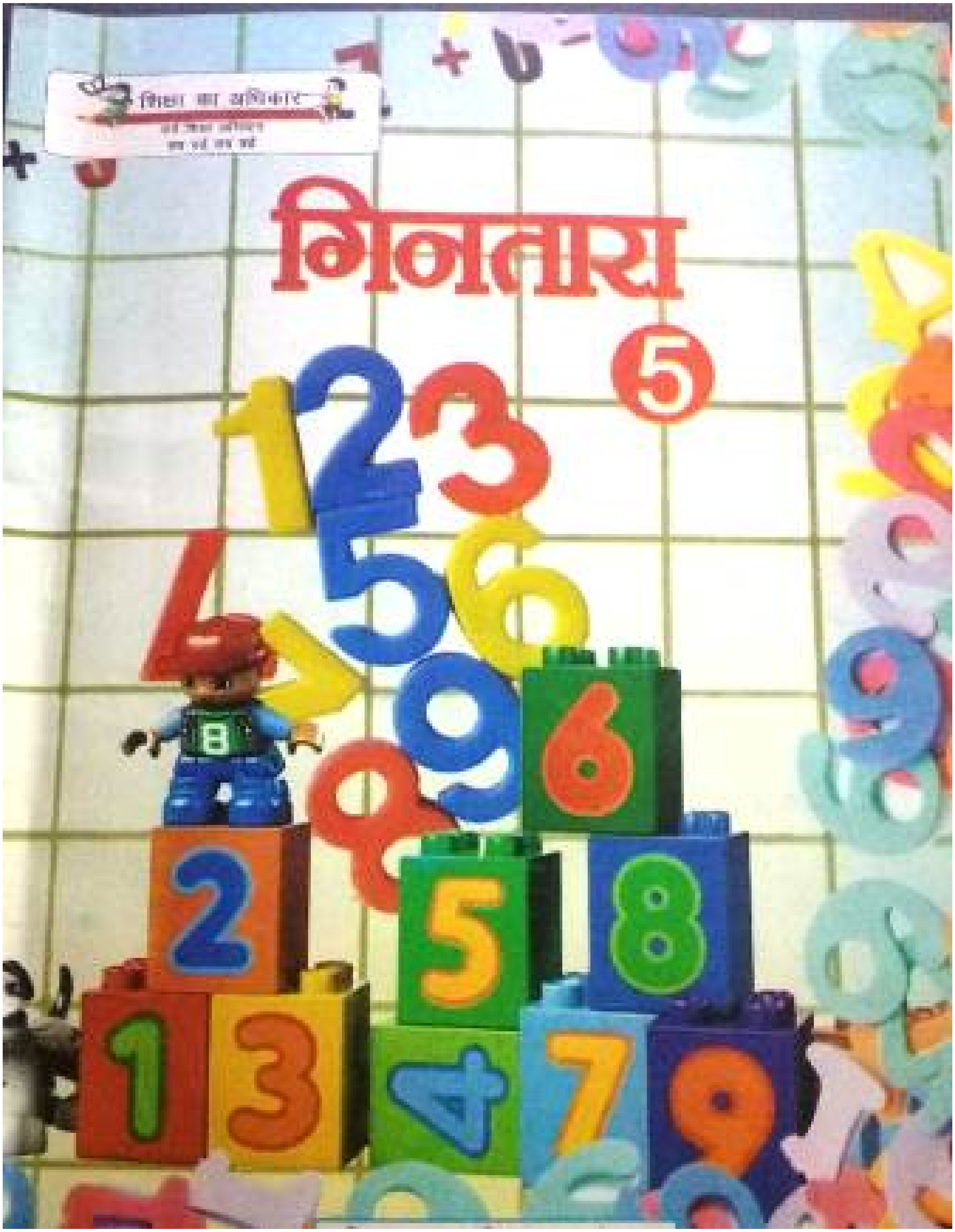
गिनतारा

5

शिक्षा का अधिकार


शिक्षा का अधिकार
गिनतारा
5

गिनतारा कक्षा - 5

E-BOOKS DEVELOPED BY

1. Dr.Sanjay Sinha Director SCERT,U.P,Lucknow

2. Ajay Kumar Singh J.D.SSA,SCERT,Lucknow

3. Alpa Nigam(H.T)Primary Model School,Tilauli Sardarnagar,Gorakhpur

4.Amit Sharma(A.T)U.P.S Mahatwani,Nawabganj,Unnao

5. Anita Vishwakarma(A.T)P.S Saidpur,Pilibhit

6. Anubhav Yadav(A.T)P.S Gulariya,Hilauli,Unnao

7. Anupam Choudhary(A.T)P.S Naurangabad,Sahaswan,Budaun

8. Ashutosh Anand Awasthi(A.T)U.P.S Miyanganj,Barabanki

9. Deepak Kushwaha(A.T)U.P.S Gazaffarnagar,Hasanganz,Unnao

10.Firoz Khan(A.T)P.S Chidawak,Gulaothi,Bulandshahr

11.Gaurav Singh(A.T)U.P.S fatehpur Mathia,Haswa,Fatehpur

12.Hritik Verma(A.T)P.S Sangramkheda,Hilauli,Unnao

13.Maneesh Pratap Singh(A.T)P.S Premnagar,Fatehpur

14.Nitin Kumar Pandey(A.T)P.S Madhyanagar,Gilaula,Shravasti

15.Pranesh Bhushan Mishra(A.T)U.P.S Patha,Mahroni Lalitpur

16. Prashant Chaudhary(A.T)P.S Rawana,Jalilpur,Bijnor

17.Rajeev Kumar Sahu(A.T)U.P.S Saraigokul,Dhanpatganz,Sultanpur

18.Shashi Kumar(A.T)P.S Lachhikheda,Akohari,Hilauli,Unnao

19.Shivali Jaiswal(A.T)U.P.S Dhaulri,Jani,Meerut

20.Varunesh Mishra(A.T)P.S Madanpur Paniyar,Lambhua,Sultanpur

1.संख्याएँ(Numbers)

1 संख्याएँ (Numbers)

हमारे प्रदेश में वृक्षारोपण कार्यक्रम मनाया गया। इस कार्यक्रम के अन्तर्गत किसी जनपद में लगभग नौ लाख पौधे लगाए गए।

राहुल ने नौ लाख की संख्या को इस तरह लिख कर दिखाया– 900000

अब तुम इस संख्या को पढ़कर शब्दों में लिखो 999999 ________

बताओ इस संख्या में 1 और जोड़ने पर कौन सी संख्या प्राप्त होगी ?

999999+1 = ________

जिस प्रकार हम हजार के बाद दस हजार के स्थान की संख्या को पढ़ते हैं, ठीक उसी प्रकार लाख के बाद दस लाख के स्थान की संख्या को पढ़ते हैं।

दस लाखवें स्थान पर अंक 1 है इसलिए 1000000 को पढ़ते हैं दस लाख।

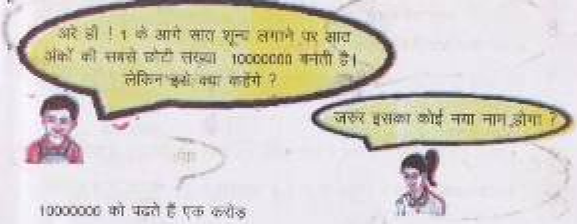
सोचो और बताओ–

सात अंकों की सबसे बड़ी संख्या ....

बिल्कुल सही, सात अंकों की सबसे बड़ी संख्या – 9999999

आओ इसे पढ़कर शब्दों में लिखें – ....

इसी प्रकार 9999999 + 1 = 10000000



10000000 को पढ़ते हैं एक करोड़

आओ इन्हें पढ़कर लिखते हैं –

- 4689732 – ....
- 93121810 – ....

स्थानीय मान (Place Value) व अंकित मान (Face Value)

आओ समझें – 5 2 3 4 5 6 8 5

स्थानीय मान	5 करोड़	5 हजार	5 इकाई
अंकित मान	5	5	5

हमने देखा, यहाँ 5 का स्थानीय मान अलग–अलग स्थान पर अलग–अलग है परन्तु अंकित मान प्रत्येक स्थान पर 5 ही है।

स्वयं करो– रेखांकित अंकों के स्थानीय व अंकित मान बताओ–

संख्या	स्थानीय मान	अंकित मान
• 56789056	....	....
• 3145209	....	....

विस्तारित रूप (Expanded Form)

आओ, आठ अंकों की संख्या को देखें– 68734521

इसे पढ़ते हैं – छः करोड़ सत्तासी लाख चौंतीस हजार पाँच सौ इक्कीस

इसे ऐसे भी लिखते हैं –

6 करोड़ + 8 दस लाख + 7 लाख + 3 दस हजार + 4 हजार + 5 सैकड़ा + 2 दहाई + 1 इकाई

या 6 x 10000000 + 8 x 1000000 + 7 x 100000 + 3 x 10000 + 4 x 1000 + 5 x 100 + 2 x 10 + 1 x 1

या 60000000 + 8000000 + 700000 + 30000 + 4000 + 500 + 20 + 1

यह संख्या 68734521 का विस्तारित रूप है।

आओ ऐसे भी समझें–

विस्तारित रूप = 30000000 + 2000000 + 800000 + 50000 + 9000 + 700 + 40 + 6

इस विस्तारित रूप को संक्षेप में लिखते हैं – 32859746

और इसे पढ़ते हैं – तीन करोड़ अट्ठाइस लाख उनसठ हजार सात सौ छियालीस

स्वयं करो–

- 6 करोड़ में कितने शून्य हैं ?
- 79485832 का विस्तारित रूप लिखो ।
- 4000000 + 900000 + 50000 + 7000 + 200 + 40 + 8 को संक्षिप्त रूप में लिखो ।

संख्याओं की तुलना

आओ देखें– कौन सी संख्या बड़ी और कौन सी संख्या छोटी है ?

562312	<	762312
5894321	>	589432

देखो और समझो–

43805492 | < | 43850492

स्वयं करो–

- 6589364 | | 6580364
- 43893501 | | 43883501

आरोही व अवरोही क्रम

आओ, इन संख्याओं को आरोही क्रम बनाएँ–

86532464 , 66532464 , 76532461 , 96532464

ऊपर दी हुई संख्याओं में करोड़वें स्थान के अंकों की तुलना करें–

8, 6, 7, 9

6 < 7 < 8 < 9

हम कह सकते हैं कि इन संख्याओं का आरोही क्रम है –

66532464, 76532461, 86532464, 96532464

आरोही क्रम का उल्टा क्रम अवरोही क्रम होता है।

क्या तुम ऊपर दी गई संख्याओं का अवरोही क्रम लिख सकते हो ? ....

हम सीख गए

- सात एवं आठ अंकों की संख्या को पढ़ना व लिखना।
- किसी संख्या में प्रत्येक अंक का स्थानीय मान एवं जातीय मान।
- सात एवं आठ अंकों की संख्या का विस्तारित रूप और मानक रूप लिखना।
- दिए गए अंकों से संख्याएँ बनाना।
- छोटी एवं बड़ी संख्याओं को समझ के साथ पहचान लेना।
- आठ अंक तक की संख्याओं को आरोही एवं अवरोही क्रम में लगाना।

अभ्यास

1. नीचे लिखी संख्याओं को पढ़ो और शब्दों में लिखो –

(क) 437665 (ख) 86[illegible]573 (ग) 3200[illegible]

(घ) 95637012 (च) 210579543 (छ) 15963[illegible]040

2. नीचे लिखी संख्याओं को अंकों में लिखो –

(क) सैंतीस लाख पन्द्रह हजार एक सौ सात

(ख) अड़सठ हजार पाँच सौ तिहत्तर

(ग) तीन करोड़ पचहत्तर लाख सत्ताइस हजार चार सौ चौंतीस

(घ) पैंतीस करोड़ चौरानवे लाख उनसठ हजार नौ सौ एक

3. नीचे लिखी संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखो –

(क) 395432 = ...+......+......+......+......+......

(ख) 7931925 = ...+......+......+......+......+......+......

(ग) 8765496 = ...+......+......+......+......+......+......

4. नीचे लिखी संख्याओं का संक्षिप्त रूप लिखो –

(क) 4000000 + 200000 + 10000 + 8000 + 700 + 50 + 1

(ख) 80000000+9000000+700000+60000+5000+300+40

अभ्यास

5. निम्नलिखित संख्याओं में 9 का स्थानीय मान कितना है ?

   (क) 9654876 (ख) 10879632 (ग) 48752935

6. संख्याओं के बीच में बड़ा या छोटा का चिह्न (> या <) लगाओ –

   (क) 8159632 ☐ 98654321

   (ख) 9064079 ☐ 9645179

   (ग) 765438601 ☐ 965138602

   (घ) 896300568 ☐ 896301568

7. नीचे लिखे अंकों का प्रयोग करते हुए आठ अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या लिखो (किसी भी अंक का प्रयोग दो बार न करें) –

   (क) 1, 0, 2, 5, 9, 8, 7, 3

   (ख) 2, 9, 8, 5, 6, 7, 3, 1

   (ग) 1, 3, 5, 7, 9, 8, 6, 2, 4

   (घ) 5, 3, 0, 7, 6, 1, 9, 2, 4

जीरो बना हीरो

सैकड़ा — दहाई — इकाई

100 ← 10 गुना × 10 ← 10 ← 10 गुना × 10 ← 1

1000 ← 100 ← 10 ← 1

10 गुना — 10 गुना — 10 गुना

10 x 100= 1000 10 x 10= 100 10 x 1= 10

अब करें–

लाख — दस हजार — हजार — सौ — दस — एक

100000 ← 10000 ← 1000 ← 100 ← 10 ← 1

__ गुना — __ गुना — __ गुना — __ गुना — __ गुना

__ x 10000= 100000 __ x 1000= 10000 __ x 100= 1000 __ x 10= 100 10 x 1= 10

करोड़ — दस लाख — लाख

______ ← 10000000 ← 1000000 ← 100000

__ गुना — __ गुना — __ गुना

__ x ____ = ____ 10 x ____ = 10000000 __ x 100000= 1000000

2. जोड़-घटाना(Addition-Subtraction)

2 जोड़–घटाना (Addition- Subtraction)

जगतपुर गाँव में विकास के कार्य कराये गए। भवन, सड़क, नाली आदि के निर्माण में लगाई गई ईंटों की संख्या निम्नवत है –

कराया गया निर्माण कार्य	लगायी गई ईंटें
• सड़क से स्कूल तक खड़ंजा	465690
• स्कूल भवन	68460
• पंचायत भवन	27245
• शौचालय	4678
• पुस्तकालय	17885
• नाली	24968

तालिका देखकर बताओ –

- गाँव के विकास कार्य में कुल कितनी ईंटें लगीं ?
- खड़ंजा और नाली बनवाने में कुल कितनी ईंटें लगीं ?

- खड़ंजा बिछाने में नाली बनवाने से कितनी अधिक ईंटें लगीं ?
- पुस्तकालय और स्कूल बनवाने में कुल कितनी ईंटें लगीं ?
- स्कूल भवन, पंचायत भवन और नाली बनवाने में कुल कितनी ईंटें लगीं ? यह संख्या खड़ंजे में लगी ईंटों की संख्या से कितनी कम है ?

आओ दोहराएँ –

- संख्याओं का क्रम बदलकर जोड़ने पर योगफल नहीं बदलता है।

  100 + 200 = 200 + 100 = 300

  1500 + 500 = 500 + 1500 = 2000
- किसी संख्या और शून्य का योगफल सदैव वह संख्या ही होती है।

  35 + 0 = 35 0 + 154 = 154

गतिविधि – बड़ा कौन ?

तुम छः–छः अंकों की दो संख्याएँ बनाओ। अब बनाई गई दोनों संख्याओं को जोड़ो।

साहिल ने संख्याएँ बनाई – 5 6 0 8 1 9 एवं 6 5 8 9 1 0

जोड़ा –

```
  5 6 0 8 1 9
+ 6 5 8 9 1 0
-------------
1 2 1 9 7 2 9
```

जोड़ने पर प्राप्त योगफल की संख्या के अंकों का प्रयोग करके उतने ही अंकों की एक नई संख्या बनाओ।

साहिल ने नई संख्या बनाई – 9 1 2 1 9 2 7

अब बड़ी संख्या से छोटी संख्या घटाओ–

```
  9 1 2 1 9 2 7
– 1 2 1 9 7 2 9
---------------
  7 9 0 2 1 9 8
```

इस प्रकार प्राप्त संख्या की तुलना अपने साथियों से करो। किसकी संख्या बड़ी है ?

देखो और बताओ :

9107936 और 5631428

ये संख्याएँ कितने अंकों की हैं ? ....

आओ इन्हें जोड़ें–

```
  9 1 0 7 9 3 6
+ 5 6 3 1 4 2 8
---------------
1 4 7 3 9 3 6 4
```

या योगफल = 1 4 7 3 9 3 6 4

अब इन्हें घटाकर देखो–

```
  9107936
– 5631428
---------
  3476508
```

इसी प्रकार आठ अंकों की संख्या को भी जोड़ते हैं –

आओ देखें–

```
    3 4 6 1 2 7 8
    6 7 8 2 4 5 3
+   2 1 2 3 5 3 1
-----------------
  6 2 3 6 7 2 6 2
```

इसे भी देखो–

```
  4 6 7 8 3 1 4 6
– 1 3 2 5 4 9 3 2
-----------------
  3 3 5 2 8 2 1 4
```

उदाहरण 1 : 6730591 और 5392438 का योगफल कितना होगा ?

देखो :

द.ला	ला	द.ह	ह.	सै.	द.	इ.
6	7	3	0	5	9	1
+ 5	3	9	2	4	3	8
1 2	1	2	3	0	2	9

अतः 6730591 और 5392438 का योगफल 12123029 है।

स्वयं करो–

- 2730973
  3032187
  \+ 2164217

- 432469 + 2876430 + 7096213

उदाहरण 2 : 9432167 − 5823968 का अन्तर बताओ।

देखो :

द.ला.	ला.	द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
9	4	3	2	1	6	7
− 5	8	2	3	9	6	8
3	6	0	8	1	9	9

अतः 9432167 − 5823968 = 3608:99

स्वयं करो–

- 3940381
  − 2874593

- 7648920 − 911109

वाचिक प्रश्न

उदाहरण 3 : एक कारखाने में अगस्त माह में 8762357 पेन, सितम्बर माह में 7531625 पेन और अक्टूबर माह में 8351365 पेन बने। इन तीन महीनों में कुल कितने पेन बने ?

हल :

अगस्त माह में बने पेन की संख्या	=	8762357
सितम्बर माह में बने पेन की संख्या	=	7531625
अक्टूबर माह में बने पेन की संख्या	=	+ 8351365
कुल बने पेन	=	24645347

तीन महीनों में कुल 24645347 पेन बने।

उदाहरण 4 : सात अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या का योगफल ज्ञात करो। अब इस योगफल और छः अंकों की सबसे बड़ी संख्या का अन्तर ज्ञात करो।

देखो :

सात अंकों की सबसे बड़ी संख्या	=	9999999
सात अंकों की सबसे छोटी संख्या	=	+ 1000000
दोनों का योगफल	=	10999999

सात अंकों की सबसे बड़ी व सबसे छोटी संख्याओं का योग	=	10999999
छः अंकों की सबसे बड़ी संख्या	=	− 999999
अन्तर	=	10000000

इबारती प्रश्न बनाना

एक प्राथमिक विद्यालय के दो कक्षों के निर्माण में 13200 ईंटें, एक शौचालय बनवाने में 1500 ईंटें तथा एक रसोईघर बनाने में 2000 ईंटें लगीं।

इस जानकारी के आधार पर हम निम्नलिखित प्रकार के इबारती प्रश्न बना सकते हैं –

(क) विद्यालय की कक्षाओं, शौचालय एवं रसोईघर के निर्माण में कुल कितनी ईंटें लगीं ?

(ख) रसोईघर के निर्माण में शौचालय से कितनी अधिक ईंटें लगीं ?

(ग) रसोईघर और शौचालय में कुल मिलाकर कितनी ईंटें लगीं ?

(घ) कक्षों के निर्माण में शौचालय से कितनी ईंटें अधिक लगीं ?

स्वयं करो–

दी गई संख्याओं पर आधारित इबारती प्रश्न बनाओ–

- 500, 900
- 1200, 1800

हम सीख गए

- आठ अंकों तक की संख्याओं का जोड़ एवं घटाना।
- किसी कहानी या घटना को सुनकर जोड़ या घटाने के प्रश्नों को बनाना तथा उन्हें हल करना।
- सुनाए गए गणितीय प्रसंगों पर इबारती प्रश्न बनाना।

शिक्षक बच्चों से विभिन्न प्रसंगों, घटनाओं एवं जानकारियों के आधार पर इबारती प्रश्न बनवाने एवं उन्हें हल करने का अभ्यास कराएँ।

अभ्यास

1. हल करो –

(क)
```
  435176
 6910028
+2174206
```

(ख)
```
 5798243
  124573
+ 607854
```

(ग)
```
 4934721
 4146875
+2000045
```

(घ)
```
 9010101
-1532657
```

(ङ)
```
 8270648
-7785587
```

(च)
```
 5846321
-2785432
```

(छ) 4100308 + 4003 + 500054 + 20003

(ज) 7861194 − 2340712

2. दो संख्याओं का अन्तर 99673 है। छोटी संख्या 362781 है तो बड़ी संख्या होगी –
   (क) 462454 (ख) 263108 (ग) 336892 (घ) 562454

3. राजेश के पास 15 लाख रुपये थे। उसने ज़मीन खरीदने में ₹ 846000 तथा मकान बनवाने में ₹ 259695 खर्च किए। उसके पास कितने रुपये शेष बचे ?

4. सात अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्याओं का अन्तर निकालो। फिर उसमें छह अंकों की सबसे बड़ी संख्या जोड़कर योगफल लिखो।

5. दो संख्याओं का योगफल 8693201 है। एक संख्या 3846413 है तो दूसरी संख्या बताओ।

6. एक परीक्षा में 278472 बच्चों में से 218659 बच्चे उत्तीर्ण हुए। बताओ कुल कितने बच्चे अनुत्तीर्ण हुए ?

7. एक गोदाम में 506537 बोरियाँ चावल की, 2468136 बोरियाँ गेहूँ की और 5432451 बोरियाँ चीनी की हैं। बताओ गोदाम में कुल कितनी बोरियाँ हैं ?

3.गुणा(Multiplication)

मोना अपने पापा के साथ शहर घूमने गई। वह पापा के साथ बेकरी देखने भी गई। वहाँ पर मशीनों द्वारा बिस्कुट बन रहे थे। उसने बिस्कुट पैक करने वाली जगह भी देखी।

मोना ने पूछा – एक गत्ते के डिब्बे में कितने पैकेट बिस्कुट पैक किए जा रहे हैं ?

पापा ने बताया – 60 पैकेट।

मोना – एक पैकेट में कितने बिस्कुट रखते हैं ?

पापा – 12 बिस्कुट।

मोना – इसका मतलब एक डिब्बे में 60 X 12 = ... बिस्कुट हैं।

उसने हल किया – द. इ.

```
       6  0
     x 1  2
    -------
    1  2  0   ←—— 2 इकाई का 60 गुना किया।
  + 6  0  0   ←—— 1 दहाई या 10 का 60 गुना किया।
    -------
    7  2  0   ←—— फिर दोनों गुणनफलों का जोड़ किया।
```

मोना – एक डिब्बे में 720 बिस्कुट हैं।

पापा यहाँ एक महीने में कितने बिस्कुट बनते हैं ?

पापा – यहाँ हर महीने 10215 डिब्बे बनते हैं।

अब तुम ही बताओ कि यहाँ एक महीने में कितने बिस्कुट बनते हैं ?

मोना हिसाब लगाने लगी–

1 गत्ते के डिब्बे में 720 बिस्कुट हैं।

महीने भर में 10215 डिब्बे बिस्कुट बनते हैं।

तो महीने भर में कुल कितने बिस्कुट बनते हैं ?

मोना जानती है कि एक ही संख्या को बार-बार जोड़ने के लिए गुणा की प्रक्रिया करते हैं।

यहाँ 10215 बार 720 बिस्कुट को जोड़ने के लिए 10215 x 720 को हल करना होगा।

मोना ने हल किया – 10215 x 720

मोना जानती है कि 720 = 7 सैकड़ा + 2 दहाई + 0 इकाई

720 = 700 + 20 + 0

इसलिए 10215 x 720 = 10215 x 700 + 10215 x 20 + 10215 x 0

= 7150500 + 204300 + 0

= 7354800 बिस्कुट

उसने ऐसे भी करके देखा–

10215 X 720

या		द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.	
		1	0	2	1	5	
		X		7	2	0	
		0	0	0	0	0	←पहले 0 इकाई का 10215 गुना किया
	2	0	4	3	0	0	←फिर 2 दहाई या 20 का 10215 गुना किया
+ 7	1	5	0	5	0	0	←फिर 7 सैकड़े या 700 का 10215 गुना किया
7	3	5	4	8	0	0	←अन्त में तीनों गुणनफलों का जोड़ किया

सोना ने बताया– एक महीने में 7354800 बिस्कुट बनते हैं।

हल करो

- 12609 × 435 = ______
- 14874 × 509 = ______
- 78654 × 100 = ______
- 40359 × 200 = ______

100, 200, 300, ... तथा 1000, 2000, 3000, ... से गुणा करने के पैटर्न पर आपस में चर्चा करो और निष्कर्ष तक पहुँचो।

आओ दोहराएँ

- संख्याओं का स्थान बदल देने पर उनका गुणनफल नहीं बदलता है।

  जैसे– 46789 x 100 = 100 x 46789
- किसी संख्या और 1 का गुणनफल सदैव वह संख्या ही होती है।

  जैसे– 50692 x 1 = 50692
- किसी संख्या और 0 का गुणनफल सदैव शून्य होता है।

  जैसे– 6435 x 0 = 0

देखो, समझो और करो –

- सोहन के गोदाम में 1590 चावल की बोरियाँ हैं। यदि प्रत्येक बोरी में 107 किलोग्राम चावल है तो सोहन के पास कुल कितने किलोग्राम चावल है ?

सोहन के गोदाम में चावल की बोरियों की संख्या = 1590

प्रत्येक बोरी में चावल की मात्रा = 107 किलोग्राम

अतः कुल चावल = 1590 x 107 किलोग्राम

या,

		ह.	सै.	द.	इ.	
		1	5	9	0	
		X	1	0	7	
	1	1	1	3	0	←पहले 7 इकाई का 1590 गुना किया।
	0	0	0	0	0	←फिर 0 दहाई या 0 का 1590 गुना किया
+1	5	9	0	0	0	←फिर 1 सैकड़े या 100 का 1590 गुना किया।
1	7	0	1	3	0	←अन्त में तीनों गुणनफलों का जोड़ किया।

सोहन के गोदाम में कुल 170130 किलोग्राम चावल है।

शिक्षक बच्चों से इसी प्रकार तीन अंकीय संख्याओं से गुणा करने का पर्याप्त अभ्यास करवाएँ। 10,100, 1000 .... से गुणा करने के पैटर्न की समझ बनाएँ व ऐसे प्रश्नों का पर्याप्त अभ्यास करवाएँ।

● रजनी के कारखाने में एक दिन में 35471 अगरबत्तियाँ बनती हैं। यदि कारखाने में एक वर्ष में 293 दिन कार्य होता है तो पूरे वर्ष में कितनी अगरबत्तियाँ बनेंगी ?

वर्ष भर में रजनी के कारखाने में काम होता है– 293 दिन

1 दिन में कारखाने में बनने वाली अगरबत्तियों की संख्या– 35471

अतः पूरे वर्ष में कारखाने में अगरबत्तियाँ बनेंगी– 35471 x 293

या

				द.ह.	ह.	सै.	द.	इ.
				3	2	4	7	1
					x	2	9	3
				9	7	4	1	3
		2	9	2	2	3	9	0
	+	6	4	9	4	2	0	0
		9	5	1	4	0	0	3

रजनी के कारखाने में एक वर्ष में 9514003 अगरबत्तियाँ बनेंगी।

स्वयं करो–

● एक लोहे की अलमारी की कीमत 8572 रुपये है। एक समाजसेवी संस्था ने जनपद के सभी 936 प्राइमरी स्कूलों को ऐसी एक–एक अलमारी देने का निर्णय लिया। संस्था को इस कार्य हेतु कुल कितने रुपये खर्च करने होंगे ?

● एक डिब्बे में 40815 चाकू पैक किए जाते हैं। ऐसे ही 236 डिब्बों में कुल कितने चाकू पैक होंगे ?

हम सीख गए

- किसी संख्या और 1 का गुणनफल सदैव वह संख्या ही होती है।
- किसी संख्या और 0 का गुणनफल सदैव शून्य होता है।
- वाचिक प्रश्नों में गुणा के प्रश्न पहचान कर हल करना।

अभ्यास

1. रिक्त स्थान भरो–

(क) 20545 x 432 = ... x 20545

(ख) 46580 x .... = 307 x ....

(ग) 85321 x 1 = ...   (घ) 1 x 57042 = ...

(ङ) 57054 x 0 = ...   (च) 0 x 78541 = ...

2. गुणनफल ज्ञात करो –

(क) 6354 x 639   (ख) 9546 x 509   (ग) 67509 x 123

(घ) 54302 x 102   (ङ) 20503 x 542   (च) 19057 x 469

3. एक स्कूटर का मूल्य 62519 रुपये है। ऐसे 145 स्कूटर खरीदने के लिए कितने रुपये देने होंगे ?

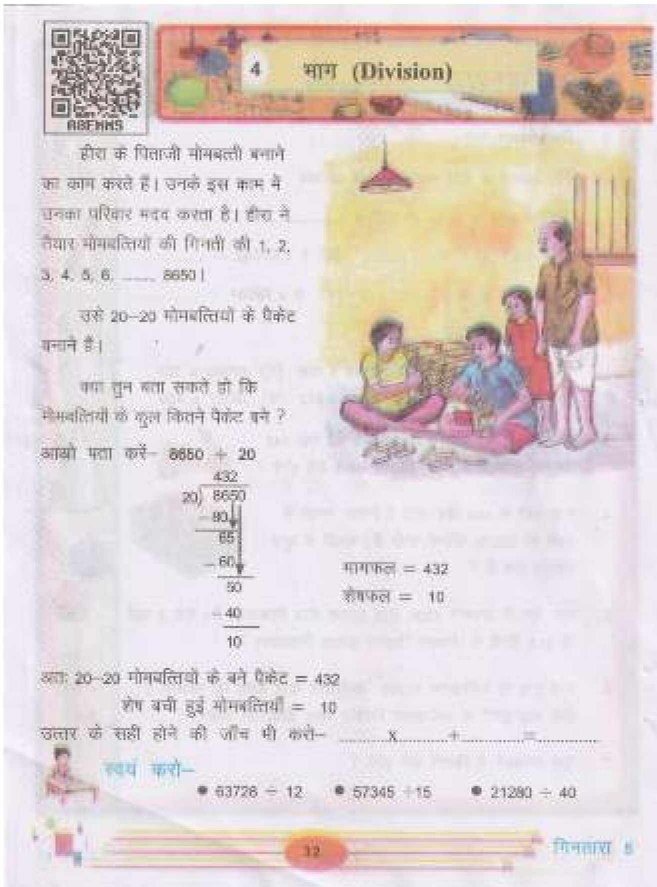
4. एक पेटी में 144 सेब आते हैं। कल मण्डी में ऐसी ही 32275 पेटियाँ रखी हैं। मण्डी में कुल कितने सेब हैं ?

5. एक घर से लगभग 1200 ग्राम कचरा रोज निकलता है। ऐसे 7 घरों से 365 दिनों में लगभग कितना कचरा निकलेगा ?

6. एक ट्रक से अधिकतम 11265 किलोग्राम माल ढोया जा सकता है। ऐसे 762 ट्रकों से अधिकतम कितना माल ढोया जा सकेगा ?

7. एक अधिवर्ष में कितने घंटे होंगे ?

4.भाग(Division)



4 भाग (Division)

हीरा के पिताजी मोमबत्ती बनाने का काम करते हैं। उनके इस काम में उनका परिवार मदद करता है। हीरा ने तैयार मोमबत्तियों की गिनती की 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... 8650।

उसे 20–20 मोमबत्तियों के पैकेट बनाने हैं।

क्या तुम बता सकते हो कि मोमबत्तियों के कुल कितने पैकेट बने ?

आओ पता करें– 8650 ÷ 20

```
      432
20 ) 8650
    -80
     65
    -60
      50
     -40
      10
```

भागफल = 432

शेषफल = 10

अतः 20–20 मोमबत्तियों के बने पैकेट = 432

शेष बची हुई मोमबत्तियाँ = 10

उत्तर के सही होने की जाँच भी करो– .... x .... + ... = ...

स्वयं करो–

- 63728 ÷ 12
- 57345 ÷ 15
- 21280 ÷ 40

हीरा 26542 मोमबत्तियों में से बराबर-बराबर मोमबत्तियाँ 115 दुकानदारों के यहाँ पहुँचाता है तो प्रत्येक दुकानदार को कितनी मोमबत्तियाँ मिली तथा हीरा के पास कितनी मोमबत्तियाँ बचीं ?

देखो– 26542 ÷ 115

```
       230
115)  26542
     -230
      ----
       354
     - 345
      ----
        92
      - 00
      ----
        92
```

- यहाँ भाग देने के लिए सबसे पहले भाजक (115) के सबसे बाँये अंक (1) से भाज्य (26542) के बाँई ओर के सबसे पहले अंक में भाग देते हैं।

  1) 2 (2
  −2
  0 हमें अनुमान मिलता है कि भाग 2 बार होगा।

- 2 बार भाग देने पर शेषफल 35 मिला, जो कि भाजक (115) से कम हैं। अतः भाज्य से अंक '4' को भागफल के साथ लिखा।
- पुनः भाजक के सबसे बाँई ओर के अंक अर्थात 1 से शेषफल 354 के सबसे बाये ओर के अंक (3) में भाग देते हैं।

  1) 3 (3
  −3
  0

  हमें अनुमान मिलता है कि भाग 3 बार होगा।

- भाग देने पर शेषफल मिलता है 9, जो कि भाजक से कम है। अतः हम भाज्य के अंक 2 को शेषफल के साथ लिखते हैं, इस प्रकार शेषफल 92 हो गया परन्तु अभी भी यह भाजक से कम है। अतः भाग 0 (शून्य) बार होगा। बची हुई संख्या 92 हमारा अंतिम शेषफल है।

उत्तर की जाँच करो– ....x ....+......... = 26542

स्वयं करो–

- 573284 ÷ 108
- 639540 ÷ 150
- 732954 ÷ 125

क्या हम इसी प्रकार 3785291 ÷ 230 को हल कर सकते हैं ?

आओ करके देखें –

```
          1 6 4 5 7
230) 3 7 8 5 2 9 1
    −2 3 0
     1 4 8 5
    −1 3 8 0
       1 0 5 2
      − 9 2 0
         1 3 2 9
         1 1 5 0
           1 7 9 1
           1 6 1 0
             1 8 1
```

भागफल = 16457

शेषफल = 181

उत्तर के सही होने की जाँच भी करो– ....×..........+..........=..........

स्वयं करो–

- 45526 ÷ 221
- 575886 ÷ 123
- 876954 ÷ 155
- 1459876 ÷ 254

देखो और समझो –

किसी कार्य के लिए 25500 लीटर पेट्रोल का एक टैंकर मँगवाया गया। इसमें से 5500 लीटर पेट्रोल ड्रमों में भर दिया गया। शेष पेट्रोल में से 40–40 लीटर पेट्रोल कुछ गाड़ियों में डाला गया। ज्ञात कीजिए कुल कितनी गाड़ियों में पेट्रोल डाला गया ?

टैंकर में कुल पेट्रोल = 25500 लीटर

ड्रमों में भरा गया पेट्रोल = 5500 लीटर

अतः शेष पेट्रोल = 25500 − 5500 = 20000 लीटर

प्रत्येक गाड़ी में डाला गया पेट्रोल = 40 लीटर

अतः कुल गाड़ियों की संख्या, जिनमें पेट्रोल डाला गया = 20000 ÷ 40

```
      5 0 0
40) 2 0 0 0 0
   −2 0 0
   -------
        0 0
      − 0 0
      -----
          0 0
        − 0 0
        -----
          0 0
```

भागफल = 500

शेषफल = 0

अतः 500 गाड़ियों में शेष पेट्रोल डाला गया।

उत्तर के सही होने की जाँच भी करो– ....x.........+...........=...........

स्वयं करो–

- संजय के बाग में आम के तीन पेड़ हैं। उसने एक पेड़ से 3450 आम, दूसरे से 4320 आम और तीसरे से 4280 आम तोड़े। यदि वह पचास–पचास आमों की थैलियाँ बनाए तो कुल कितनी थैलियाँ बनेंगी ?

हम सीख गए

- भाग करके भागफल एवं शेषफल ज्ञात करना।
- वार्तिक प्रश्नों में भाग के प्रश्न को पहचानकर हल करना।

अभ्यास

1. भागफल तथा शेषफल लिखो –

(क) 785416 ÷205 (ख) 9288646 ÷484 (ग) 5848321 ÷783

(घ) 685432 ÷376 (ङ) 78528905 ÷315 (च) 84370253 ÷610

2. एक पेटी में 144 सेब आते हैं। रमन के पास 74160 सेब हैं। उसे इन सेबों को रखने के लिए कितनी पेटियाँ चाहिए ?

3. यदि भाजक 483, भागफल 403 तथा शेषफल 50 हो, तो भाज्य ज्ञात करो।

4. एक किसान के पास 7855 किलोग्राम चावल है। वह इन्हें 102 बोरों में बराबर–बराबर रखता है। प्रत्येक बोरे में रखे गए चावल का वजन तथा शेष चावल का वजन कितना होगा ?

5. 6499 की अनुवर्ती संख्या में 13 से भाग देने पर भागफल कितना होगा ?

6. आठ अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या के अन्तर में तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या से भाग देकर भागफल और शेषफल बताओ।

7. एक सभागार में 1600 सीट हैं। सभागार में सीट की कुल 65 पंक्तियाँ हैं, जिसमें 5 पंक्तियों में 20–20 सीट हैं। अन्य पंक्तियों में समान सीट हैं। शेष पंक्तियों में कितनी–कितनी सीट होंगी ?

5.लघुतम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक

5 लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक

शिक्षिका – रानी, हम कैसे पता करेंगे कि संख्याएँ 410 और 332, 2 से विभाजित होती हैं ?

रानी – भाग दे कर।

शिक्षिका – शाबाश! बलविन्दर, अब तुम बताओ कैसे पता करें कि 330 और 117, 3 से विभाजित होती हैं ?

बलविन्दर – मैडम, संख्याओं में भाग देकर।

शिक्षिका – बहुत अच्छा ! संख्याओं की विभाज्यता को हम और आसानी से बिना पूरी तरह से संख्याओं को विभाजित किए पता कर सकते हैं।

किसी संख्या में 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12 और 18 से विभाज्यता की जाँच

2 से विभाज्य संख्याएँ

कोई भी संख्या जिसका इकाई का अंक 2 से विभाजित होता है, वह संख्या 2 से पूरी–पूरी विभाजित हो जाती है। जैसे– 510, 6452 ...

3 से विभाज्य संख्याएँ

यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाजित हो तो वह संख्या 3 से विभाजित होती है। जैसे– 729, 24129 ...

4 से विभाज्य संख्याएँ

संख्याओं 124, 3428, 100, 1200 को देखो।

प्रथम दो संख्याओं में इकाई और दहाई से बनी संख्याएँ 24 और 28 हैं।

ये संख्याएँ 4 से पूरी–पूरी विभाजित हो जाती हैं अर्थात् ये 4 से विभाज्य हैं।

अतः यदि किसी संख्या के इकाई और दहाई के अंकों से बनी संख्या 4 से विभाजित होती है तो वह संख्या 4 से विभाज्य होगी। जिस संख्या के इकाई और दहाई के अंक शून्य हों, वह संख्या भी 4 से विभाजित होती है।

5 से विभाज्य संख्याएँ

यदि किसी संख्या के इकाई के स्थान पर 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से विभाजित होती है। जैसे– 340, 7890, 5785 ....

6 से विभाज्य संख्याएँ

संख्याओं 12, 36, 48, 300 ...... को देखो।

ये संख्याएँ 2 तथा 3 दोनों से विभाज्य हैं।

अतः ये 2 और 3 के गुणनफल 6 से भी विभाज्य होंगी।

ऐसी संख्याएँ जो 2 और 3 दोनों से विभाज्य हों, वे 6 से भी विभाजित होती हैं।

8 से विभाज्य संख्याएँ

संख्याओं 1000, 15000, 15128, ... को देखो।

संख्याओं 1000 तथा 15000 में इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों पर शून्य है।

संख्याएँ 1000 तथा 15000 दोनों ही 8 से विभाज्य हैं।

15128 में इकाई, दहाई और सैकड़े के स्थानों वाले अंकों से बनी संख्या 128 है।

संख्या 128, 8 से विभाज्य है क्योंकि 128 ÷ 8 = 16

अतः ऐसी संख्याएँ जिनमें इकाई, दहाई और सैकड़े तीनों स्थानों पर शून्य हों, वे संख्याएँ 8 से विभाज्य होंगी।

ऐसी संख्याएँ जिनके इकाई, दहाई और सैकड़े के अंकों से बनी संख्याएँ 8 से विभाज्य हों, वे संख्याएँ भी 8 से पूरी–पूरी विभाजित होती हैं।

12 से विभाज्य संख्याएँ –

संख्याओं 12, 36, 60, ... को देखो –

ये 3 और 4 दोनों से विभाज्य हैं।

अतः ये संख्याएँ 12 से भी विभाज्य होंगी।

अतः ऐसी संख्याएँ जो 3 तथा 4 दोनों से विभाज्य होती हैं, वे 12 से भी विभाज्य होंगी।

इसी प्रकार हम 15 से विभाज्यता की जाँच कर सकते हैं। ऐसी संख्याएँ जो 3 और 5 से विभाजित हैं वे 15 से भी विभाज्य होती हैं।

लघुत्तम समापवर्त्य (Least Common Multiple)

लघुत्तम समापवर्त्य की अभाज्य गुणनखण्ड विधि (L.C.M. by Prime Factorization)

15 = 3 X 5

20 = 2 X 2 X 5

(यहाँ 15 एवं 20 को अभाज्य संख्याओं के गुणनखण्डों में विभाजित किया गया है।)

हमने देखा कि हरी पट्टी में लिखी संख्या 5 उभयनिष्ठ अपवर्तक है जबकि 3, 2 एवं 2, दी गई संख्याओं के उभयनिष्ठ अपवर्तक नहीं हैं।

ल0स0 ज्ञात करने के लिए हम उभयनिष्ठ अपवर्तकों में उन सभी अपवर्तकों का गुणा करते हैं जो उभयनिष्ठ नहीं है। प्राप्त गुणनफल ही ल0स0 होता है।

अतः ल0स0 = 5 X 2 X 2 X 3

= 60

इसे भी देखो–

8, 12 एवं 30 का ल0स0

8 = 2 X 2 X 2

12 = 2 X 2 X 3

30 = 2 X 3 X 5

लघुत्तम समापवर्त्य के लिए

- सबसे पहले हम उन सभी समापवर्त्य का आपस में केवल एक बार गुणा करते हैं, जो कम से कम दो संख्याओं के गुणनखण्डों में उभयनिष्ठ है।

  जैसे– हरी पट्टी में लिखा '2', लाल पट्टी में लिखा '2' तथा पीली पट्टी में लिखा '3' उभयनिष्ठ है।

  2 X 2 X 3

- फिर जो गुणनखण्ड (अपवर्तक) उभयनिष्ठ नहीं हैं, उनका गुणा भी इन उभयनिष्ठ अपवर्तकों के साथ करते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल ही ल0स0 होता है।

  2 X 2 X 3 X 2 X 5 = 120

  अतः 8, 12 एवं 30 का ल0स0 120 है।

महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor or Greatest Common Divisor)

नीचे दी गई संख्याओं को देखें –

1, 3, 10, 18, 19

- दी हुई संख्याओं में कौन–कौन सी सम संख्याएँ हैं ? ....
- दी हुई संख्याओं में कौन–कौन सी विषम संख्याएँ हैं ? ....
- दी हुई संख्याओं में कौन–कौन सी अभाज्य संख्याएँ हैं ? ....
- क्या 18 और 19 सह–अभाज्य संख्याएँ हैं ? ....
- दी हुई संख्याओं में कौन–कौन सी संख्याएँ भाज्य हैं ? ....
- दी हुई संख्याओं में कौन–कौन सी संख्याएँ हैं, जो न तो भाज्य है न अभाज्य ?.....

गुणनखण्ड विधि द्वारा महत्तम समापवर्तक

आओ देखें– 15 और 18 का अभाज्य गुणनखण्ड

15 = 3 X 5

18 = 2 X 3 X 3

(यहाँ 15 एवं 18 को अभाज्य संख्याओं के गुणनखण्डों में विभाजित किया गया है।)

ऐसी विधि, जिसमें किसी संख्या को अभाज्य गुणनखण्डों में बाँटते हैं, उसे अभाज्य गुणनखण्ड विधि कहते हैं।

- गुणनखण्ड विधि से 8, 12 एवं 16 का म०स० –

8 = 2 X 2 X 2

12 = 2 X 2 X 3

16 = 2 X 2 X 2 X 2

हमने देखा कि, 8, 12 एवं 16 के गुणनखण्डों में हरी पट्टी में लिखी संख्या '2' तथा लाल पट्टी में लिखी हुई संख्या '2', तीनों संख्याओं के गुणनखण्डों में उभयनिष्ठ हैं।

इन उभयनिष्ठ संख्याओं का गुणनफल ही म०स० होगा।

अतः 2 X 2 = 4

दी हुई संख्याओं 8, 12 एवं 16 का म०स० 4 है।

स्वयं करो–

अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा म०स० ज्ञात करो–

- 5 एवं 15 का
- 12, 21 एवं 24 का

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : किसी कक्षा के बच्चों को 16, 24 अथवा 36 की टोलियों में बाँटा जा सकता है। उस कक्षा में कम से कम कुल कितने बच्चे होंगे ?

देखो : कक्षा में बच्चों की कुल संख्या, दी हुई संख्याओं के ल०स० के बराबर होगी।

अतः संख्याओं 16, 24 और 36 का ल०स० निकालना होगा–

गुणनखण्ड करने पर –

16 = 2 X 2 X 2 X 2

24 = 2 X 2 X 2 X 3

36 = 2 X 2 X 3 X 3

16, 24 एवं 36 का ल०स० = 2X2X2X2X3X3 = 144

अतः कक्षा में बच्चों की कुल संख्या = 144

उदाहरण 2 : तीन बर्तनों में क्रमशः 28, 56 और 84 लीटर तेल है। उस बड़े–बड़े से बर्तन की माप बताओ जिससे तीनों बर्तनों का तेल पूरा–पूरा बार मापा जा सके।

देखो : तेल को पूरा–पूरा मापने के लिए 28 , 56 और 84 का म०स० ज्ञात करना होगा–

गुणनखण्ड करने पर –

28 = 2 X 2 X 7

56 = 2 X 2 X 2 X 7

84 = 2 X 2 X 3 X 7

28, 56 एवं 84 का म०स० = 2 X 2 X 7 = 28

अतः सबसे बड़े बर्तन की माप 28 लीटर है।

हम सीख गए

- किसी दी हुई संख्या के अपवर्त्य एवं अपवर्तकों को समझकर लिखना।
- दो या तीन संख्याओं का ल०स० एवं म०स० गुणनखण्ड विधि से ज्ञात करना।

अभ्यास

1. निम्नलिखित संख्याओं में कौन–कौन सी संख्याएँ 2, 3 और 6 तीनों से विभाज्य है ?

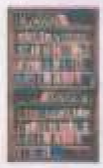
   (क) 60 (ख) 96 (ग) 75 (घ) 82

2. सबसे छोटा वह अंक ज्ञात करो जिसको लिखने पर नीचे दी हुई संख्याएँ 3 से पूर्णतः विभाजित हो जाएँ –

   (क) 53__ 35 (ख) 367__ (ग) 3__ 45

3. एक लाल रिबन की लम्बाई 30 सेंटीमीटर है और सफेद रिबन की लम्बाई 42 सेंटीमीटर है। उस बड़े–से बड़े टुकड़े के लम्बाई बताओ, जिसमें दोनों रिबन पूरा–पूरा काटा जा सके।

4. 80 और 90 को पूरा–पूरा विभाजित करने वाली सबसे बड़ी संख्या बताओ।



5. एक आलमारी में कुछ पुस्तकें रखी हुई हैं। इनको 10, 15 और 24 के समूह में रखने पर पूरे–पूरे समूह बन जाते हैं। आलमारी में कम से कम कितनी पुस्तकें हैं ?

6. तीन अंकों की छोटी से छोटी संख्या बताओ जो 4, 8 तथा 16 से पूरी–पूरी बँट जाए?

7. तीन घंटियाँ क्रमशः 8, 12 और 15 सेकेण्ड पर बजती है। कम से कम कितने सेकेण्डों के बाद तीनों घंटियाँ एक साथ बजेंगी।

कितना सीखा – 1

1. हल करो –

(क) 5435404 + 3387868 (ख) 2214342 + 6148330

(ग) 5645320 – 2130978 (घ) 9633211 – 8958478

(ङ) 407 X 205 (च) 62058 X 29

(छ) 9043407÷217 (ज) 961747÷301

2. 1, 2, 3, 6, 8 और 9 से बनने वाली छह अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या बताओ। दोनों संख्याओं का अन्तर कितना होगा ?

3. एक ट्रांजिस्टर का मूल्य 1180 रुपये है। टी०वी० का मूल्य ट्रांजिस्टर से 7190 रुपये अधिक है। एक ट्रांजिस्टर और एक टी०वी० सेट का मूल्य कितना होगा ?

4. 214368 में कितना जोड़ें कि योगफल पचास लाख हो जाए ?

5. दो संख्याओं का गुणनफल 1425 है। एक संख्या 25 है, दूसरी संख्या होगी –

(क) 1450 (ख) 1400 (ग) 57 (घ) 35625

6. गुणा के एक प्रश्न को हल करने के बाद सुजाता ने बताया कि इसका गुणक 999 और गुणनफल 744255 है। गुण्य कितना होगा ?

7. एक किसान के यहाँ 5775 कि०ग्रा० चावल है। एक बोरे में 105 कि०ग्रा० चावल भरा जाता हो तो कुल चावल रखने के लिए उसे कितने बोरों की आवश्यकता होगी ?

8. एक गाँव के विकास के लिए एक लाख रुपये मिले। 68905 रुपये विकास कार्यों में खर्च करने के बाद बचे धन को तूफान पीड़ित 9 परिवारों में बराबर–बराबर बाँट दिया गया। हर परिवार को कितने रुपये मिले ?

9. शान्ति की मासिक आय 3500 रुपये है। वह 2800 रुपये घर के खर्च के लिए रखकर शेष धन डाकखाने में जमा कर देती है। शान्ति ने 2 वर्ष में कितने रुपये डाकखाने में जमा किये ?

10. एक कारखाने में 1 वर्ष में 240000 एल0ई0डी0 बल्ब बने। यदि प्रत्येक माह में बनने वाले बल्बों की संख्या समान हो तो एक माह में कितने बल्ब बनेंगे ?

11. 1800 मिनट में कितने घंटे होंगे ?

12. गुणनखण्ड विधि से म0स0 ज्ञात करो –

(क) 18 और 24 (ख) 4, 8 और 12

(ग) 3, 7 और 9 (घ) 14, 21 और 35

13. ल0स0 बताओ –

(क) 3 और 5 (ख) 8 और 25

(ग) 15, 25 और 30 (घ) 5, 15 और 25

14. वह छोटी से छोटी संख्या बताओ जो 2, 3 और 5 से पूरी–पूरी विभाजित हो जाए।

15. वह बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जिससे 15, 30 और 45 को पूरा–पूरा बाँटा जा सके।

16. वह बड़े से बड़ा बर्तन किस नाप का होगा जिससे 6, 8 और 10 लीटर दूध पूरा–पूरा नापा जा सके ?

17. कुछ फूल 54, 48 और 40 की ढेरियों में पूरे–पूरे रखे जा सकते हैं। बताओ कम से कम कितने फूल हैं ?

6.भिन्नों का गुणा(Multiplication of Fractions)

6 भिन्नों का गुणा (Multiplication of Fractions)

BBXFR9

माँ ने दीपक को शरबत देकर कहा अपने चारों दोस्तों में बराबर–बराबर बाँट दो। सभी दोस्तों को $\frac{3}{4}$ भाग गिलास में शरबत मिली। बताओ माँ ने कितने गिलास शरबत बनाया। आओ जोड़कर देखते हैं–

अतः $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3+3+3}{4} = \frac{12}{4} = 3$

आओ इस तरह से भी देखें –

दीपक के एक दोस्त को शरबत मिला $= \frac{3}{4}$ भाग गिलास

दीपक के चार दोस्तों को शरबत मिला $= 4 \times \frac{3}{4}$ गिलास

यहाँ पूर्ण संख्या 4 को भिन्न $\frac{3}{4}$ से गुणा किया गया।

गुणा $\rightarrow$ $\cancel{4} \times \frac{3}{\cancel{4}} = 3$

माँ ने कुल 3 गिलास शरबत बनाया।

उदाहरण :

(क) $\frac{3}{4} \times 15$ (ख) $4\frac{1}{2} \times 3$

हल = $\frac{3 \times 15}{4} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$ हल = $\frac{9}{2} \times 3 = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$

स्वयं करो–

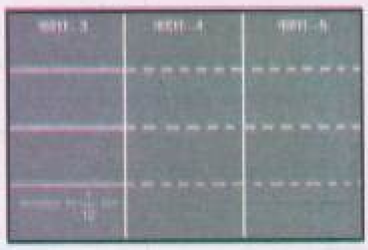
1. हल करो–
   - $\frac{16}{8} \times 8$
   - $\frac{19}{3} \times 9$
   - $4\frac{1}{3} \times 12$

2. सही विकल्प चुनकर रिक्त स्थान भरो– $1\frac{1}{8} \times 3 =$ ☐

   (क) $1\frac{3}{8}$ (ख) $3\frac{3}{8}$ (ग) $2\frac{3}{8}$ (घ) $3\frac{1}{8}$

एक विद्यालय ने सूचना पट्ट को कक्षा 3, 4 और 5 के लिए तीन बराबर भागों में बाँट दिया गया। प्रत्येक कक्षा के बच्चों ने अपने हिस्से के सूचना पट्ट के $\frac{1}{4}$ भाग में अपने दिनभर के कार्यों का विवरण लिखा। बताओ कि कक्षा 3 के बच्चों ने पूरे सूचना पट्ट के कितने हिस्से का उपयोग किया ?

आओ देखें –



सामने के चित्र का $\frac{1}{3}$ छायांकित भाग कक्षा 3 के बच्चों को मिला।

प्रत्येक कक्षा के बच्चों ने अपने हिस्से के $\frac{1}{4}$ भाग में दिन भर के कार्यों का विवरण लिखा।

कक्षा 3 के बच्चों द्वारा सूचनापट्ट के जिस भाग का उपयोग किया = $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{4}$

इसे ऐसे हल करते हैं $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$ भाग

अतः कक्षा 3 के बच्चों ने सूचनापट्ट के $\frac{1}{12}$ भाग का उपयोग किया।

हमने देखा कि –

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$$

तथा $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$

अर्थात् दो भिन्नों का गुणा करते समय दोनों भिन्नों के अंश का अंश में तथा हर का हर में गुणा करते हैं।

अतः **दो भिन्नों का गुणनफल = $\dfrac{\text{भिन्नों के अंशों का गुणनफल}}{\text{भिन्नों के हरों का गुणनफल}}$**

उदाहरण 1 : $2\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{5}$ का मान कितना होगा ?

हलः $2\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{5}$

$= \frac{11}{5} \times \frac{16}{5}$

$= \frac{176}{25}$

यहाँ गुणनफल $\frac{176}{25}$ एक विषम भिन्न है। अतः इसे मिश्र भिन्न में बदलेंगे।

$$\frac{176}{25} = 7\frac{1}{25}$$

हमने देखा कि मिश्र भिन्न से गुणा करते समय पहले मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलते हैं।

उदाहरण 2 : $\frac{6}{11} \times \frac{22}{27}$ को सरल करो।

देखो : यहाँ दूसरी भिन्न का अंश 22, पहली भिन्न के हर 11 से विभाज्य है। इसी प्रकार पहली भिन्न का अंश 6 और दूसरी भिन्न का हर 27, 3 से विभाज्य है।

अंश और हर में 11 से भाग देने पर $\frac{6}{\cancel{11}_1} \times \frac{\cancel{22}^2}{27} = \frac{6}{1} \times \frac{2}{27}$

पुनः अंश और हर में 3 से भाग देने पर $\frac{^2\cancel{6}}{1} \times \frac{2}{\cancel{27}_9} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{9} = \frac{2 \times 2}{9} = \frac{4}{9}$

भिन्नों के गुणन में यदि अंश तथा हर दोनों किसी एक ही संख्या से पूरा–पूरा विभाजित होते हैं तो दोनों में उसी संख्या से भाग करके भिन्न को सरल कर लेते हैं।

स्वयं करो–

1. मान बताओ –

- $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{2}$ • $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{4}$ • $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{6}$

2. गुणनफल लिखो –

- $4\frac{5}{11} \times 7$ • $3\frac{4}{9} \times 4\frac{7}{11}$ • $3 \times 2\frac{3}{5}$

दो से अधिक भिन्नों का आपस में गुणा

उदाहरण 1 : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{5}$ का गुणनफल निकालो।

देखो : $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$

यहाँ हर और अंश दोनों में 2 है, अतः अंश और हर में 2 से भाग दें। पुनः अंश और हर दोनों में 3 भी है, इसलिए 3 से भी भाग दें।

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{3}^1}{5} = \frac{1}{5}$$

उदाहरण 2 : $\frac{1}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$ को हल करो।

देखो :

$$\frac{1}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{_{1}\cancel{2}\cancel{6}} \times \frac{\cancel{3}^1}{5} \times \frac{\cancel{2}^1}{7}$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$$

$$= \frac{1}{35}$$

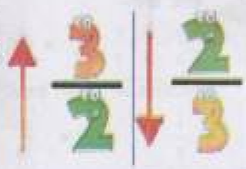
भिन्न का व्युत्क्रम (Reciprocal)

आओ देखें : भिन्न $\frac{2}{3}$ एवं $\frac{3}{2}$ में क्या अन्तर है ?

दूसरी भिन्न में अंश की जगह पहली भिन्न का हर है तथा हर की जगह पहली भिन्न का अंश है।

यदि किसी भिन्न के अंश और हर का स्थान आपस में बदल जाता है तो इस प्रकार प्राप्त भिन्न पहली भिन्न का व्युत्क्रम होगी।

जैसे यही भिन्न $\frac{2}{3}$ का व्युत्क्रम $\frac{3}{2}$ है।



इन्हें भी देखो–

- $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$
- $\frac{4}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{4 \times 7}{7 \times 4} = \frac{28}{28} = 1$

यदि दो भिन्न संख्याओं का गुणनफल 1 होता है तो वे एक दूसरे का व्युत्क्रम या **गुणात्मक प्रतिलोम** कहलाती हैं।

2 का व्युत्क्रम है $\frac{1}{2}$ क्योंकि $2 \times \frac{1}{2} = 1$

3 का व्युत्क्रम है $\frac{1}{3}$ क्योंकि $3 \times \frac{1}{3} = 1$

$\frac{4}{5}$ का व्युत्क्रम है $\frac{5}{4}$ क्योंकि $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$

हमने देखा कि जब संख्या 1 से बड़ी होती है तो उसका व्युत्क्रम 1 से छोटा होता है। जब संख्या 1 से छोटी (शून्य को छोड़कर) होती है तो उसका व्युत्क्रम 1 से बड़ा होता है।

स्वयं करो–

1. • $\frac{3}{5} \times \frac{4}{8} \times \frac{2}{3}$ • $2\frac{3}{5} \times 5\frac{3}{7}$ • $\frac{1}{5} \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{7}$

2. निम्नलिखित का व्युत्क्रम बताओ –

• $\frac{1}{5}$ • $\frac{7}{15}$ • 1 • 7

इसे भी जानो –

- भिन्नों का क्रम बदल देने से गुणनफल नहीं बदलता।

  $$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

- किसी भी भिन्न को 1 से गुणा करने पर हमें वही भिन्न मिलती है।

  $$\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$$

- किसी भी भिन्न को 0 से गुणा करने पर गुणनफल 0 होगा।

  $$\frac{2}{5} \times 0 = 0$$

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : एक बोरे में $98\frac{1}{2}$ किग्रा चीनी आती है। ऐसे ही 15 बोरों में कितनी चीनी आएगी ?

देखो : एक बोरे में चीनी की मात्रा= $98\frac{1}{2}$ किग्रा

15 बोरे में चीनी की मात्रा $= 98\frac{1}{2} \times 15$ किग्रा

$= \frac{197}{2} \times \frac{15}{1} = 1477\frac{1}{2}$ किग्रा

$= 1477.5$ किग्रा ($\frac{1}{2}$ किग्रा $= 0.5$ किग्रा)

अतः 15 बोरों में कुल 1477.5 किग्रा चीनी आयेगी।

हम सीख गए

- भिन्नों का गुणा करने के लिए अंशों का गुणनफल अंश में तथा हरों का गुणनफल हर में लिखते हैं।
- जब दो भिन्न संख्याओं का गुणनफल 1 होता है तो वे एक दूसरे की व्युत्क्रम या गुणात्मक प्रतिलोम होती हैं।
- 1 का व्युत्क्रम 1 ही होता है।
- शून्य का कोई व्युत्क्रम या गुणात्मक प्रतिलोम नहीं होता है।
- जब संख्याएँ 1 से बड़ी होती हैं तो उनके व्युत्क्रम 1 से छोटे होते हैं।
- जब संख्याएँ 1 से छोटी (शून्य को छोड़कर) होती हैं तो उनके व्युत्क्रम 1 से बड़े होते हैं।
- दी गई भिन्नों में सम, विषम एवं मिश्र भिन्नों को पहचानना।
- भिन्नों के जोड़, घटाना, गुणा व भाग के प्रश्नों को हल करना।
- दैनिक जीवन पर आधारित भिन्न के प्रश्नों को समझकर हल करना।

अभ्यास

1. हल करो –

(क) $\frac{9}{3}$ का 5 (ख) $14\frac{1}{2}$ का 7

(ग) $18\frac{1}{4}$ का 12 (घ) $\frac{21}{15}$ का 75

2. गुणा करो –

(क) $\frac{4}{3} \times \frac{7}{9}$ (ख) $5\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$

(ग) $2\frac{1}{7} \times 7\frac{1}{2}$ (घ) $6\frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$

अभ्यास

3. सरल करो –

(क) $\frac{7}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$ (ख) $\frac{11}{5} \times \frac{25}{22} \times \frac{13}{15}$ (ग) $2\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{6} \times 1$

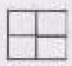
4. खाली स्थान भरो–

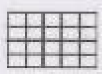
(क) $\frac{5}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times .....$ (ख) $\frac{15}{7} \times \frac{18}{3} = \frac{18}{3} \times ......$

(ग) $14\frac{1}{2} \times 0 =$ (घ) $2\frac{1}{7} \times 1 = ...$

(ङ) $2\frac{1}{3} \times .... = 0$

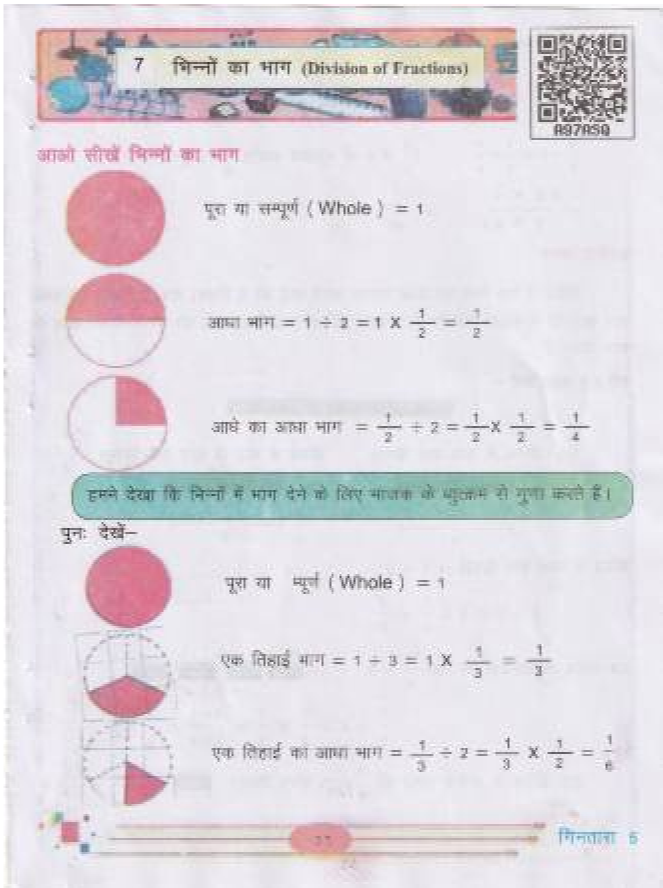
5. दिए गए भिन्न के अनुसार चित्र में रंग भरो–

(क) $\frac{1}{2}$ भाग  (ख) $\frac{3}{4}$ भाग

(ग) $\frac{1}{5}$ भाग  (घ) $\frac{5}{8}$ भाग

6. एक खेत के $\frac{1}{2}$ भाग में सब्जियाँ उगायी जाती हैं। सब्जियों वाले भाग के $\frac{1}{5}$ भाग में आलू बोये गये। पूरे खेत के कितने हिस्से में आलू बोये गये ?

7.भिन्नों का भाग(Division of Fractions)



7 भिन्नों का भाग (Division of Fractions)

आओ सीखें भिन्नों का भाग

पूरा या सम्पूर्ण (Whole) = 1

आधा भाग = $1 \div 2 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

आधे का आधा भाग = $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

हमने देखा कि भिन्नों में भाग देने के लिए भाजक के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

पुनः देखें–

पूरा या सम्पूर्ण (Whole) = 1

एक तिहाई भाग = $1 \div 3 = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

एक तिहाई का आधा भाग = $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

इसे भी देखें –

यदि $\frac{4}{5}$ में 6 से भाग देना है तो –

$\frac{4}{5} \div 6 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{6}$ ($\frac{4}{5}$ में 6 के व्युत्क्रम अर्थात $\frac{1}{6}$ से गुणा किया)

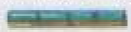
$= \frac{{}^{2}\cancel{4} \times 1}{5 \times \cancel{6}_{3}} = \frac{2}{15}$

वार्तिक प्रश्न

डेविड ने एक गन्ने का आधा हिस्सा अपने भाई को दे दिया। शेष आधे भाग को अपने चार साथियों में बराबर–बराबर बाँट दिया। डेविड के प्रत्येक साथी को पूरे गन्ने का कौन सा भाग मिला ?

इसे इस तरह देखें –

डेविड के पास बचा हिस्सा



$\frac{1}{2}$

डेविड के भाई के पास बचा हिस्सा

$\frac{1}{2}$

डेविड के पास बचा हिस्सा = 1 ÷ 2

$1 \div 2 = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

अब डेविड के साथियों को मिले $\frac{1}{2} \div 4$

$\frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{2 \times 4} = \frac{1}{8}$ भाग

अतः डेविड के प्रत्येक साथी को $\frac{1}{8}$ भाग गन्ना मिला।

स्वयं करो–

1. भाग दो –

- $\frac{3}{5}$ में 4 से
- $\frac{6}{7}$ में 3 से
- $\frac{8}{13}$ में 8 से

2. हल करो –

- $\frac{8}{9} \div 2$
- $\frac{7}{15} \div 3$
- $\frac{4}{9} \div 2$
- $2\frac{5}{8} \div 3$
- $5\frac{2}{7} \div 4$
- $1\frac{4}{9} \div 3$

3. 5 कमीजे बनाने में $12\frac{1}{2}$ मीटर कपड़ा लगता है। एक कमीज बनाने में कपड़ा लगेगा–

- 2 मीटर
- $2\frac{1}{2}$ मीटर
- $60\frac{1}{2}$ मीटर
- $1\frac{1}{4}$ मीटर

भिन्न का भिन्न से भाग –

आओ हल करें– $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{\cancel{4}_1} \times \frac{\cancel{4}^1}{1}$$

$$= \frac{3}{1} = 3$$

इसे इस तरह भी हल कर सकते हैं –

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ में 4 का गुणा}$$

$$= \frac{3}{\cancel{4}_1} \times \cancel{4}^1 = 3$$

यहाँ भाग करने के लिए $\frac{1}{4}$ के व्युत्क्रम अर्थात 4 का गुणा करेंगे

अतः एक भिन्न में दूसरी भिन्न से भाग देना हो तो पहली भिन्न में दूसरी भिन्न के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।

उदाहरण 1 : $6\frac{1}{5} \div 3\frac{3}{4}$ को हल करो।

देखो : $6\frac{1}{5} \div 3\frac{3}{4} = \frac{31}{5} \div \frac{15}{4}$

$= \frac{31}{5} \times \frac{4}{15}$

$= \frac{124}{75}$

$= 1\frac{49}{75}$

भिन्न में भाग करने के लिए $\frac{15}{4}$ के व्युत्क्रम $\frac{4}{15}$ से गुणा करते हैं।

स्वयं करो–

1. हल करो–

- $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$
- $7\frac{1}{5} \div 3\frac{1}{5}$
- $18\frac{3}{4} \div 6\frac{3}{5}$

पूर्ण संख्या में भिन्न से भाग

देखो : अनुराधा के पास एक फीता था। उसने इसे बराबर भाग के कुछ टुकड़ों में काटा।

यदि प्रत्येक टुकड़ा कुल फीते का $\frac{1}{4}$ हो तो अनुराधा ने कुल कितने टुकड़े किए ?

हल –

$1 \div \frac{1}{4}$

$= 1 \times \frac{4}{1}$

$= 4$

- कागज के तीन पन्ने लेकर प्रत्येक के दो बराबर भाग करो। कुल कितने टुकड़े हुए ?

कुल 6 टुकड़े हुए।
देखो कैसे –

हल – $3 \div \frac{1}{2}$

$= 3 \times \frac{2}{1}$

$= \frac{6}{1} = 6$ टुकड़े

उदाहरण : 8 को $\frac{1}{6}$ से विभाजित करने पर भागफल होगा ?

देखो : $8 \div \frac{1}{6}$

$= 8 \times \frac{6}{1}$

$= 48$ अतः भागफल 48 भाग होगा।

स्वयं करो–

1. भाग दो –
   - 12 में $\frac{3}{4}$ से
   - 15 में $2\frac{1}{2}$ से

2. मान बताओ –
   - $15 \div \frac{5}{2}$
   - $22 \div \frac{11}{2}$
   - $24 \div \frac{3}{4}$

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : सविता को $\frac{3}{4}$ मीटर लम्बे फीते के टुकड़े चाहिए। यदि उसके पास 18 मीटर फीता हो तो उसे कुल कितने टुकड़े मिलेंगे ?

देखो : कुल फीता 18 मी है। एक टुकड़े की लम्बाई $\frac{3}{4}$ मीटर है।

अतः फीते में कुल टुकड़ों की संख्या $= 18 \div \frac{3}{4} = 18 \times \frac{4}{3}$

$= 24$

अतः फीते में कुल 24 टुकड़े होंगे।

हम सीख गए

- किसी भिन्न में शून्य को छोड़कर पूर्ण संख्या से भाग देने का अर्थ है भिन्न को उस पूर्ण संख्या के बराबर हिस्सों में बाँटना।
- किसी भिन्न में शून्य के अतिरिक्त पूर्ण संख्या से भाग देने के लिए भिन्न में उस संख्या के व्युत्क्रम का गुणा करते हैं।
- किसी भिन्न में भिन्न से भाग देते समय जिस भिन्न से भाग देना हो उसके व्युत्क्रम (उल्टा) से पहली भिन्न में गुणा कर देते हैं।

अभ्यास

1. भाग दो –

   (क) $\frac{7}{8}$ में 2 से (ख) $\frac{3}{8}$ को $\frac{3}{4}$ से

   (ग) $24\frac{5}{9}$ को $8\frac{3}{9}$ से

2. अंजू ने एक खरबूजे के दो बराबर भाग किए। एक भाग महिमा को दिया। महिमा ने इसके 6 बराबर भाग करके एक भाग सुनील को दिया। सुनील को पूरे खरबूजे का कितना हिस्सा मिला ?

3. कौन सही, कौन गलत है ? बाक्स में उचित चिह्न (✔ या X) लगाओ–

   (क) $9\frac{1}{2} \div 3 = 3\frac{1}{6}$ ☐ (ख) $6\frac{1}{2} \div 2 = 3\frac{1}{2}$ ☐

   (ग) $\frac{4}{5} \div 4 = \frac{2}{5}$ ☐ (घ) $7\frac{3}{8} \div 2\frac{1}{9} = \frac{63}{9}$ ☐

4. मनोहर ने $\frac{3}{4}$ किग्रा मिठाई 3 बच्चों में बराबर–बराबर बाँटी। प्रत्येक को कितने किग्रा मिठाई मिली ?

5. $\frac{8}{5}$ मीटर लम्बी रस्सी के 4 बराबर टुकड़े किए गए। प्रत्येक की लम्बाई बताओ ?

प्राचीन भारतीय पद्धति द्वारा ल०स० व म०स० निकालना

हमारी भारतीय गणितीय पद्धति से ल०स० को शीघ्रता एवं सरलता से ज्ञात किया जा सकता है।

आओ दो संख्याओं का ल०स० ज्ञात करने की विधि समझें –

हमारी संख्याएँ हैं – 48 एवं 80

पहला चरण – सबसे पहले इन दी हुई संख्याओं को भिन्न के रूप में लिखते हैं – $\frac{48}{80}$

दूसरा चरण – हम भिन्न का सरलतम रूप या न्यूनतम पद ज्ञात करते हैं – $\frac{\cancel{48}^{3}}{\cancel{80}_{5}} = \frac{3}{5}$

तीसरा चरण – दोनों चरणों से प्राप्त समतुल्य भिन्नों को इस प्रकार लिखें – $\frac{48}{80} = \frac{3}{5}$

चतुर्थ चरण – तिर्यक गुणा करें–

$\frac{48}{80} \times \frac{3}{5}$ $3 \times 80 = 240$ $5 \times 48 = 240$

अतः 240 ही संख्याओं का ल०स० है।

तीन संख्याओं का ल०स० ज्ञात करना –

हमें 12, 16 व 24 का ल०स० ज्ञात करना है।

पहला चरण – प्रथम दो संख्याओं को भिन्न रूप में लिखकर ल०स० निकालें –

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$16 \times 3 = 12 \times 4 = 48$$

12 एवं 16 का ल० स० 48 है।

दूसरा चरण – अब प्रथम चरण में प्राप्त ल०स० (48) तथा तीसरी दी हुई संख्या 24 को भिन्न रूप में लिखकर ल०स० ज्ञात करें– $\frac{\cancel{24}^{1}}{\cancel{48}_{2}} = \frac{1}{2}$

$$24 \times 2 = 48 \times 1 = 48$$

अतः दी हुई तीनों संख्याओं का ल०स० 48 है।

तीन संख्याओं का म०स० निकालना

हमें 15, 30 एवं 45 का म०स० ज्ञात करना है।

पहला चरण – सबसे पहले हम दी हुई संख्याओं का परस्पर अंतर ज्ञात करते हैं।

30–15 = 15, 45–30 = 15, 45–15=30

यहाँ अंतर 15 सबसे छोटा है। अर्थात् तीनों संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 15 होगा या 15 से छोटा – म०स० $\leq$ 15

दूसरा चरण – पहले चरण में प्राप्त सबसे छोटे अंतर से दी हुई तीनों संख्याओं को विभाजित करते हैं।

```
15 )15 (1     15 )30 (2     15 )45 (3
    -15           -30           -45
    ---           ---           ---
     00            00            00
```

अतः सबसे छोटा अंतर (15) ही दी संख्याओं का म०स० है।

इसे भी देखें–

306, 360 एवं 630 का म०स०

प्रथम चरण – 360 – 306 = 54, 630 – 360 = 270, 630 – 306 = 324

दूसरा चरण – सबसे छोटा अंतर 54 है।

```
54) 306 (5     54) 360 (6     54) 630 (11
  – 270          – 324          – 594
    ---            ---            ---
     36            036            036
```

यहाँ संख्या 306, 54 से विभाजित नहीं हो रही है।

अतः 54 दी हुई संख्याओं का म०स० नहीं है।

तीसरा चरण – प्रथम चरण में प्राप्त सबसे छोटे अन्तर में से दूसरे चरण में प्राप्त शेषफल 36 को घटाएँ – 54 – 36 = 18

चौथा चरण – 18 से दी हुई संख्याओं को विभाजित करते हैं –

```
18) 630 (35     18) 360 (20     18) 306 (17
  – 54            – 360           – 18
    ---             ---             ---
     90             000             126
   – 90                            –126
    ---                             ---
     00                             000
```

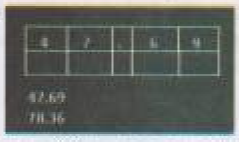
अतः 18 दी हुई सभी संख्याओं का म०स० है।

8.दशमलव : जोड़-घटाना

8 दशमलव : जोड़–घटाना

A9G6UD

शिक्षक ने श्यामपट्ट पर एक स्थानीय मान तालिका बनाई तथा श्यामपट्ट पर 2 दशमलव संख्याएँ 47.69 तथा 78.36 लिख दीं।



शिक्षक – विनोद तुम श्यामपट्ट पर लिखी पहली संख्या को तालिका में उचित स्थान पर भरो ।

विनोद – दहाई के स्थान पर 4, इकाई के स्थान पर 7, दसवाँ के स्थान पर 6 तथा सौवाँ के स्थान पर 9 होगा।

शिक्षक – शाबाश ! फरीदा अब तुम दूसरी संख्या को तालिका में उचित स्थान के अनुसार भरो।

फरीदा – दहाई के स्थान पर 7, इकाई के स्थान पर 8, दसवाँ के स्थान पर 3 तथा सौवाँ के स्थान पर 6 होगा।

शिक्षक – बहुत अच्छा! जानते हो दशमलव संख्याओं की तुलना हम पूर्ण संख्याओं की तरह ही करते हैं। राजन क्या तुम बता सकते हो कि 47.69 तथा 78.36 में कौन सी संख्या बड़ी है ?

राजन – हाँ सर 78.36 बड़ी है, 47.69 से। इसे ऐसे भी दिखाते हैं 78.36 > 47.69

शिक्षक – बहुत अच्छा ! तुमने कैसे किया ?

राजन – मैंने पहले की तरह पहले दहाई अंकों की तुलना की। 7, 4 से बड़ा है। अतः 78.36 बड़ी होगी 47.69 से।

शिक्षक – अच्छा राहुल अब तुम बताओ कि 243.73 और 243.13 में कौन सी संख्या बड़ी है ?

राहुल – सर यहाँ तो दशमलव के पहले के सभी अंक समान हैं। इसका पता कैसे चलेगा कि कौन सी संख्या बड़ी है ?

शिक्षक – जब हम ऐसी दशमलव संख्याओं की तुलना करते हैं जिनमें दशमलव के पहले के सभी अंक समान हों, तब हम दशमलव के बाद दसवाँ, सौवाँ या आगे के अंकों की

तुलना करते हैं। राहुल, बताओ दोनों में दसवें के स्थान पर कौन–कौन से अंक हैं।

राहुल – सर पहली संख्या में 7 तथा दूसरी संख्या में 1 दसवें स्थान पर है।

शिक्षक – शाबाश ! 7 > 1

अतः संख्या 243.73 > 243.13

स्वयं करो–

दिए गए दशमलव भिन्नों में कौन–सी भिन्न बड़ी और कौन–सी छोटी है–

(क) 13.05 व 13.50 (ख) 137.39 व 138.39 (ग) 412.89 व 412.68

आरोही–अवरोही क्रम (Ascending - Descending Order)

हम पहले से जानते हैं कि दिए गए दो या अधिक संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखना आरोही क्रम तथा घटते क्रम में लिखना अवरोही क्रम कहलाता है। आओ, इन दशमलव भिन्न संख्याओं को आरोही तथा अवरोही क्रम में लिखें –

15.05, 4.382, 10.24, 17.5, 4.40

आरोही क्रम – 4.382 < 4.40 < 10.24 < 15.05 < 17.5

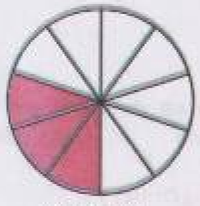
अवरोही क्रम – 17.5 > 15.05 > 10.24 > 4.40 > 4.382

स्वयं करो–

- दी गई संख्याओं को आरोही क्रम में लिखो–
  - (i) 2.256, 2.25, 3.4, 4.7
  - (ii) 47.21, 49.46, 39.88, 31.98
- दी गई संख्याओं को अवरोही क्रम में लिखो–
  - (i) 78.44 , 71.21, 70.987, 79.46
  - (ii) 296.07, 293.09, 499.88, 691.98

दशमलव संख्याओं का जोड़

चित्र 1



0.3 (रंगीन भाग)

चित्र 2

0.6 (रंगीन भाग)

दोनों वृत्त समान आकार के हैं। प्रत्येक के 10 बराबर हिस्से किये गये हैं। चित्र 1 में 0.3 भाग रंगीन है जबकि चित्र 2 में 0.6 भाग रंगीन है।

आओ देखें कि दोनों चित्रों में कुल कितने रंगीन भाग हैं –

0.3 + 0.6 या

$$\begin{array}{r} 0.3 \\ +0.6 \\ \hline 0.9 \\ \hline \end{array}$$

दशमलव के नीचे दशमलव लिखकर जोड़ते हैं फिर योगफल में भी दशमलव के नीचे ही दशमलव लगाते हैं।

स्वयं करो-

- ऊपर के दोनों चित्रों में कुल कितने सफेद भाग हैं। दशमलव में जोड़कर बताओ।

इसी प्रकार –

2.57 = 2 इकाई + 5 दसवाँ + 7 सौवाँ

3.45 = 3 इकाई + 4 दसवाँ + 5 सौवाँ

6.02

जिस तरह इकाई के नीचे इकाई, दहाई के नीचे दहाई लिखकर जोड़ते या घटाते हैं उसी प्रकार दसवाँ के नीचे दसवाँ, सौवाँ के नीचे सौवाँ, हजारवाँ के नीचे हजारवाँ लिखते हैं फिर जोड़ते या घटाते हैं।

स्वयं करो–

- 15.045 + 13.012 = ______
- 9.87 + 9.49 = ______
- 115.35 + 82.14 = ______

आओ इसे भी देखें–

  2.063
+ 5.43
______

यहाँ संख्या में दशमलव के बाद तीन अंक हैं।

यहाँ दशमलव के बाद दो ही अंक हैं।

  2.063
+ 5.430
  7.493

यहाँ दशमलव के बाद के अंकों की संख्या बराबर करने के लिए शून्य बढ़ाया गया।

दशमलव संख्याओं का घटाना

इस चित्र को 10 बराबर भागों में बाँटा गया है।

रंगीन भाग भिन्न के रूप में → $\frac{\square}{\square}$ = 0.4

सफेद भाग भिन्न के रूप में → $\frac{\square}{\square}$ = 0.6

सफेद भाग रंगीन भाग से कितना ज्यादा है।

  0.6
– 0.4 (दशमलव के नीचे दशमलव लिखा)
  0.2 (शून्य दशमलव दो)

जब दशमलव से पहले कोई अंक न हो, तो हम दशमलव के पहले 0 (शून्य) लिखते हैं। शून्य लिखने से संख्या का मान नहीं बदलता है।

इसे भी हल करके देखते हैं–

```
  8.05
− 6.78
------
  1.27
```

(दशमलव के नीचे दशमलव लिखते हैं।)

स्वयं करो–

- 4.67 − 2.65 = ______
- 17.71 − 10.85 = ______
- 10.32 − 4.135 = ______

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : अजय ने जनता मेडिकल्स से एक दवा 18.45 रुपये में और दूसरी दवा 17.85 रुपये में खरीदी। दुकानदार को अजय ने कुल कितने रुपये दिए ?

हल : पहली दवा का मूल्य = ₹ 18.45

दूसरी दवा का मूल्य = + ₹ 17.85

दोनों दवाओं का कुल मूल्य = ₹ 36.30

अतः अजय ने दुकानदार को कुल ₹ 36.30 दिए।

उदाहरण 2 : मध्याह्न भोजन योजना के तहत यदि प्राथमिक विद्यालय में ₹ 4.13 तथा पूर्व माध्यमिक विद्यालय में ₹ 6.18 एक बच्चे पर खर्च करने के लिए मिलता है। तो बताओ प्राथमिक विद्यालय को पूर्व माध्यमिक विद्यालय से कितने रुपये कम मिलते हैं ?

हल : पूर्व माध्यमिक विद्यालय को प्रति बच्चा मिलने वाली धनराशि ₹ 6.18

प्राथमिक विद्यालय को प्रति बच्चा मिलने वाली धनराशि ₹ 4.13

ज्ञात करना है कि प्राथमिक विद्यालय को पूर्व माध्यमिक विद्यालय से प्रति बच्चा कितने रुपये कम मिलते हैं।

इसे ज्ञात करने के लिए घटाने की क्रिया करना होगा–

```
  ₹ 6.18
− ₹ 4.13
--------
  ₹ 2.05
```

अतः प्राथमिक विद्यालय को पूर्व माध्यमिक विद्यालय से ₹ 2.05 कम मिलते हैं।

हम सीख गए

- [illegible]

अभ्यास

1.देखो और बताओ, कौन बड़ा है –

(क) 1.95 , 3.85 (ख) 11.71 , 11.11

(ग) 3.757 , 3.755 (घ) 41.145 , 41.154

2. आरोही क्रम में लिखो –

(क) 2.43, 3.59, 1.78, 5.76

(ख) 28.173, 28.17, 24.459, 25.453

3. अवरोही क्रम में लिखो –

(क) 7.91, 7.89, 8.53, 6.95

(ख) 41.135, 43.351, 43.43, 45.83

4. जोड़ो –

(क)	(ख)	(ग)
3.458	15.76	13.007
+8.469	+76.15	+17.038
______	______	______

5. घटाओ –

(क)	(ख)	(ग)
9.17	6.639	14.46
−7.17	−4.539	−12.15
______	______	______

6. प्राथमिक विद्यालय व पूर्व माध्यमिक विद्यालय में बच्चों को दूध पिलाया गया। यदि प्राथमिक विद्यालय में 6.60 लीटर तथा पूर्व माध्यमिक विद्यालय में 8.80 लीटर दूध पिलाया गया, तो कुल कितने लीटर दूध पिलाया गया ?

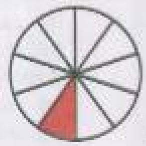
7. रमेश के घर से रामपुर बाजार 12.5 किमी दूर है। उसी रास्ते में दीपक का भी घर है जो रमेश के घर से 7.25 किमी पर है। दीपक के घर से रामपुर बाजार की दूरी कितनी है ?

9.दशमलव : गुणा - भाग

9 दशमलव : गुणा – भाग

भिन्न को दशमलव संख्या में बदलना

आओ इस चित्र को देखें –



इसे कितने बराबर बराबर हिस्सों में बाँटा गया है ? ....

इसके कितने भाग रंगे हुए हैं ? ....

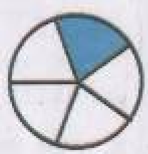
इन 10 हिस्सों में से 1 हिस्से को क्या कहेंगे ? ....

एक दसवाँ को भिन्न के रूप .... लिखते हैं

$\frac{1}{10}$ को दशमलव संख्या में .... लिखते हैं।

$\frac{2}{10}$ को दशमलव संख्या में .... लिखते हैं।

अब इस चित्र को देखो–



इसके कितने भाग हैं ? ....

इसके कितने भाग रंगे हुए हैं ? ....

इन 5 हिस्सों में से 1 हिस्से को भिन्न के रूप में $\frac{1}{5}$ लिखते हैं।

$\frac{1}{5}$ को दशमलव संख्या में कैसे लिखेंगे ?

आओ समझें –

$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{2}$ हर को 10 बनाने के लिए अंश और हर में 2 का गुणा किया।

$= \frac{2}{10} = 0.2$ (प्राप्त दशमलव संख्या)

इसे भी देखो–

- $\frac{2}{4} = \frac{2}{4} \times \frac{25}{25}$ हर को 100 बनाने के लिए अंश और हर में 25 का गुणा किया।

  $= \frac{50}{100} = 0.50$

- $\frac{3}{8} = \frac{3}{8} \times \frac{125}{125}$ हर को 1000 बनाने के लिए अंश और हर में 125 का गुणा किया।

  $= \frac{375}{1000} = 0.375$

इसे भी समझें –

भिन्न को दशमलव संख्या में बदलने के लिए एक दूसरी विधि का भी प्रयोग करते हैं। यह भाग विधि है –

हर) अंश (दशमलव संख्या

$\frac{1}{5}$ को हल करते हैं–

5) 1 (0.2

–0

10

–10

00

पहले शून्य बार भाग करेंगे।

पूरा भाग न जाने के कारण भागफल में दशमलव लगाते हैं।

भागफल में दशमलव लगाने के साथ ही शेषफल में शून्य लग जाता है।

स्वयं करो–

दी गई भिन्न संख्याओं को दशमलव संख्या में बदलो–

- $\frac{4}{5}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{4}{8}$

दशमलव संख्या को भिन्न संख्या में बदलना

हम स्थानीय मान चार्ट बनाना जानते हैं। स्थानीय मान चार्ट की मदद से दशमलव संख्या को बदलकर देखते हैं –

1. संख्या 4.15

स्थानीय मान चार्ट –

इकाई	दशमलव	दसवाँ	सौवाँ
4	•	1	5

इसे विस्तारित रूप में लिखते हैं–

4 + 0.1 + 0.05

4 इकाई + 1 दसवाँ + 5 सौवाँ

या $4 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100}$ (यहाँ $\frac{1}{10}, \frac{5}{100}$ दोनों भिन्न हैं।)

या $\frac{415}{100}$

2. संख्या 0.463

स्थानीय मान चार्ट –

इकाई	दशमलव	दसवाँ	सौवाँ	हजारवाँ
0	•	4	6	3

0.4 + 0.06 + 0.003

4 दसवाँ + 6 सौवाँ + 3 हजारवाँ

या $\frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{3}{1000}$ (ये भिन्न संख्याएँ हैं।)

या $\frac{463}{1000}$

3. संख्या 0.567

0.5 + 0.06 + 0.007

5 दसवाँ + 6 सौवाँ + 7 हजारवाँ

या $\frac{5}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000}$

या $\frac{567}{1000}$

इसे भी देखें–

- $0.5 = 0.5 \times \frac{10}{10} = \frac{5}{10}$ $\boxed{\frac{10}{10} = 1}$

  इस भिन्न को सरल करने पर

  $= \frac{1}{2}$ (अंश और हर दोनों में 5 से भाग करने पर)

- $0.06 = 0.06 \times \frac{100}{100} = \frac{6}{100}$ $\boxed{\frac{100}{100} = 1}$

  इस भिन्न को सरल करने पर

  $= \frac{3}{50}$ (अंश और हर दोनों में 2 से भाग करने पर)

- $0.007 = 0.007 \times \frac{1000}{1000} = \frac{7}{1000}$ $\boxed{\frac{1000}{1000} = 1}$

  यह भिन्न और सरल नहीं होगी क्योंकि 7 एवं 1000 सह अभाज्य हैं।

स्वयं करो–

सरलतम भिन्न के रूप में लिखो–

- 0.2
- 0.05
- 0.125
- 0.55

दशमलव संख्याओं में 10, 100 एवं 1000 का गुणा

$$2.45 \times 10 = 2.45 \times 10 = \frac{245}{100} \times 10 = \frac{245}{10} = 24.5$$

$56.127 \times 100 = \frac{56127}{1000} \times 100$

$= 5612.7$

$6.784 \times 1000 = \frac{6784}{1000} \times 1000$

$= 6784.000$

$= 6784$

इसी प्रकार $17.45 \times 1000 = \frac{1745}{100} \times 1000$

$= 1745 \times 10$

$= 17450$

हमने देखा कि दशमलव संख्या में 10, 100 तथा 1000 से गुणा करने पर दशमलव बिन्दु अपने स्थान से क्रमशः एक, दो तथा तीन स्थान दाहिनी ओर हट कर गुणनफल देता है।

स्वयं करो–

- गुणा करो – (क) 2.123 X 10 (ख) 45.717 X 100 (ग) 0.135 X 1000
- खाली जगह भरो –

(क) 13.789 X ... = 1378.9 (ख) 0.7879 X ...= 7.879 (ग) 9.763 X ...= 9763

दशमलव संख्या में 10, 100 तथा 1000 से भाग देना

देखो : $16.5 \div 10$

या

```
    1.65
10 ) 16.5
   - 10
     65
     60
      50
      50
      00
```

संख्या में 10 से भाग देने पर भाज्य का दशमलव बिन्दु अपने स्थान से एक स्थान बाईं ओर खिसककर भागफल बन गया।

अतः $16.5 \div 10 = 1.65$

इसी प्रकार 228.54 ÷ 100

या

```
      2.2854
100)228.54
   -200
     285
    -200
      854
     -800
       540
      -500
        400
       -400
        000
```

संख्या में 100 से भाग देने पर भाज्य का दशमलव बिन्दु अपने स्थान से दो स्थान बाईं ओर खिसक कर भागफल बन गया।

अतः 228.54 ÷ 100 = 2.2854

इसी प्रकार 1256.3 ÷ 1000

या

```
       1.2563
1000)1256.3
    -1000
      256.3
      200.0
       56.30
      -50.00
        6.300
       -6.000
         3000
        -3000
         0000
```

संख्या में 1000 से भाग देने पर भाज्य का दशमलव बिन्दु अपने स्थान से तीन स्थान बाईं ओर खिसक कर भागफल बन गया।

अतः 1256.3 ÷ 1000 = 1.2563

हमने देखा कि किसी संख्या में 10, 100 या 1000 से भाग देने पर भाज्य का दशमलव बिन्दु अपने स्थान से क्रमशः एक, दो या तीन स्थान बाईं ओर हट कर भागफल बन जाता है।

भाग देने के लिए भाज्य में दशमलव बिन्दु को बाईं ओर हटाते समय जितने अंक कम पड़ते हैं उतने शून्य बढ़ा कर दशमलव लगाते हैं।

उदाहरण 1 : 3.6 ÷ 100 का मान बताओ।

यहाँ भाजक 100 में 1 के दाएँ दो शून्य हैं। अतः दशमलव बिन्दु दो स्थान बाईं ओर हटेगा। दशमलव बिन्दु के बाईं ओर एक ही अंक है। अतः इसके बाईं ओर एक शून्य बढ़ा देंगे और उसके बाएँ दशमलव बिन्दु लगाएंगे।

अतः 3.6 ÷ 100 = 0.036

भाग करो – (क) 44.15 ÷ 10 (ख) 417.13 ÷ 100

दशमलव संख्या का दशमलव संख्या से गुणा

देखो और समझो – 0.2 X 0.3

$= \frac{2}{10} \times \frac{3}{10}$ (भिन्न में बदलने पर)

$= \frac{6}{100}$ (अंश को अंश से और हर को हर से गुणा करने पर)

= 0.06

इस तरह भी करके देखते हैं–

0.2 गुण्य (दशमलव के बाद अंकों की संख्या एक)
X 0.3 गुणक (दशमलव के बाद अंकों की संख्या एक)
0.06 गुणनफल (दशमलव के बाद अंकों की संख्या दो)

यहाँ हमने देखा दशमलव का गुणा भी सामान्य गुणा की तरह ही किया गया है। विशेष ध्यान दशमलव लगाने पर होता है। गुण्य और गुणक दोनों में दशमलव के दायें के अंक गिनकर जोड़ लिए जाते हैं फिर गुणनफल में दायें से उतने ही अंक गिनकर दशमलव लगाते हैं।

इसे भी देखें –

36.36 (दशमलव के बाद अंकों की संख्या दो)
X 2.3 (दशमलव के बाद अंकों की संख्या एक)
10908
72720
83.628 (दशमलव के बाद अंकों की संख्या तीन, गुण्य के 2 + गुणक के 1)

स्वयं करो–

- गुणनफल ज्ञात करो –

(क) 15.38 X 2.1 (ख) 436.51 X 2.14 (ग) 5.06 X 2.07

दशमलव संख्या में दशमलव संख्या से भाग

देखो और दशमलव लगाना सीखो –

0.45 ÷ 0.5

यहाँ 0.45 भाज्य है। इसमें दो अंकों के पहले दशमलव है।

0.5 भाजक है। इसमें एक अंक के पहले दशमलव है।

आओ भागफल ज्ञात करें –

$$\frac{0.45 \times 10}{0.5 \times 10} = \frac{4.5}{5}$$

```
5) 4.5 ( 0.9
  -0
  ---
   45
  -45
  ---
   00
```

दशमलव संख्या से दशमलव संख्या में भाग करते समय सर्वप्रथम हम भाजक को पूर्ण संख्या (दशमलव रहित) बनाते है। पूर्ण संख्या बनाने के लिए हम भाजक एवं भाज्य में 10, 100, 1000 आदि का गुणा, भाजक में दशमलव के स्थान के अनुसार करते हैं।

इसे इस तरह से भी करते है–

0.45 ÷ 0.5

$= \frac{45}{100} \div \frac{5}{10}$ (भिन्न के रूप में बदलने पर)

$= \frac{45}{100} \times \frac{10}{5}$ ($\frac{5}{10}$ का व्युत्क्रम करने पर)

$= \frac{9}{10}$ (5 से अंश और हर में भाग करने से)

$= 0.9$ (शून्य दशमलव नौ)

आओ फिर से समझें –

0.615 ÷ 0.15

या 15) 61.5 (4.1
    60
    ×15
    15
    ××

> 0.615 X 100 ÷ 0.15 X 100 = 61.5 ÷ 15
> भाजक से दशमलव हटाने के लिए भाज्य और भाजक में 100 से गुणा किया।

आओ इसे इस तरह भी समझें –

0.615 ÷ 0.15

$= \frac{615}{1000} \div \frac{15}{100}$

$= \frac{615}{1000} \times \frac{100}{15}$

$= \frac{41}{10}$

$= 4.1$

> किसी दशमलव संख्या में दशमलव के बाद दायीं ओर यदि प्रत्येक स्थान पर शून्य हो तो उसका कोई मान नहीं होता है।
>
> जैसे– 40.000 = 40
>
> 40.5000 = 40.5
>
> 40.0500 = 40.05

स्वयं करो–

- भागफल ज्ञात करो –

(क) 0.715 ÷ 0.5   (ख) 9.756 ÷ 0.09   (ग) 3.850 ÷ 0.25

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : मोहित ने एक थाली 25.75 रुपये में खरीदी। उसे 12 थालियाँ खरीदने के लिए कितने रुपये देने पड़ेंगे ?

हल : ऐसे प्रश्नों को हल करने से पहले हम लिखते हैं –

क्या दिया गया ? और फिर, क्या पता करना है ?

जैसे इस प्रश्न में दिया गया है – 1 थाली का मूल्य = 25.75 रुपये

पता करना है – 12 थालियों का मूल्य = ?

> प्रश्नों में जब 1 वस्तु की जानकारी दी गई और अधिक वस्तु की जानकारी प्राप्त करनी हो तो गुणा करते है।

1 थाली का मूल्य = 25. 75 रुपये

12 थालियों का मूल्य = एक थाली का मूल्य x 12 (थालियों की कुल संख्या)

= 25.75 x 12

= 309

अतः 12 थालियों के लिए 309 रुपये देने पड़ेंगे।

उदाहरण 2 : अंजली ने 114 रुपये में 12 पेन खरीदी। यदि वह एक पेन खरीदती है तो उसे कितने रुपये खर्च करने पड़ेंगे ?

हल : ज्ञात है – 12 पेन का मूल्य = 114 रुपये

पता करना है – 1 पेन का मूल्य = ?

> प्रश्नों में जब अधिक वस्तु के विषय में जानकारी दी गई हो और 1 वस्तु की जानकारी प्राप्त करनी हो तो भाग करते है ।

आओ करके देखें–

दिया गया है – 12 पेन का मूल्य = 114 रुपये

$$\text{पता करना है – 1 पेन का मूल्य} = \frac{\text{अधिक वस्तु का मूल्य}}{\text{वस्तु की संख्या}}$$

$$= \frac{114}{12}$$

$$= 9.5$$

अतः एक पेन के लिए 9.5 रुपये खर्च करने पड़ेंगे।

हम सीख गए

- गुणा करने वाली संख्याओं में दशमलव के बाद दायीं ओर आए सभी अंकों को गिनते हैं। गुणनफल में दायीं ओर से उतने ही अंक गिनकर दशमलव लगाते हैं।
- दशमलव संख्याओं को भिन्न में बदलना।

अभ्यास

1. मान बताओ –

   (क) 2.341 X 100 (ख) 3.2 X 1000 (ग) 37685.34 ÷ 1000

   (घ) 19.026 X 0.05 (च) 12.32 X 1.05 (छ) 40.25 ÷ 2.3

2. जूली 1 घण्टे में 1.05 किमी साइकिल चलाती है। उसी चाल से 12 घण्टे में वह कितने किमी की दूरी तय करेगी ?

3. 782.25 किग्रा गेहूँ 15 बोरियों में भरना है। यदि सभी बोरियों में बराबर–बराबर गेहूँ भरा जाए तो बताओ कि 1 बोरी में कितना गेहूँ आयेगा ?

4. 1 मीटर कपड़े का मूल्य 53.50 रुपये है, तो 13 मीटर कपड़े का मूल्य बताओ।

5. एक कनस्तर में 16 लीटर तेल है। इससे 0.85 लीटर धारिता की कितनी बोतलें भरी जा सकती हैं और कितना तेल बचेगा ?

6. 86 मीटर लम्बे तार से 4.3 मीटर लम्बाई के कितने टुकड़े काटे जा सकते हैं ?

7. एक पंसारी के पास 6 किग्रा धनिया का पाउडर है। उससे 30 ग्राम के कितने पैकेट बनेंगे ?

कितना सीखा – 2

1. 5, 3, 0 तथा 6 से बनने वाली चार अंकों की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या बताओ, जबकि कोई अंक दोहराया नहीं जाता है। दोनों संख्याओं का अन्तर कितना होगा ?
2. दस लाख में से कितना घटाएँ कि संख्या 276489 प्राप्त हो जाए।
3. रमन के पास 25000 रुपये थे। उसने एक टेलीविजन 9600 रुपये में खरीदा और शेष रुपयों में 11 ट्रांजिस्टर खरीदे। प्रत्येक ट्रांजिस्टर का मूल्य कितना था ?
4. सरिता ने भाग का एक प्रश्न हल करके बताया कि इसका भागफल, शेषफल का छः गुना है तथा भाजक, भागफल का दस गुना है। यदि शेषफल 14 है तो भाज्य बताओ।
5. एक मैदान 176 मी लम्बा तथा 112 मी चौड़ा है। फीते की वह बड़ी से बड़ी नाप बताओ जिससे मैदान की लम्बाई और चौड़ाई पूरी–पूरी नापी जा सके ?
6. 12 व 18 का ल0स0 और म0स0 ज्ञात करो। ल0स0 और म0स0 के गुणनफल और दोनों संख्याओं के गुणनफल में क्या सम्बन्ध है ?
7. दीपिका साइकिल से 1 घण्टे में $9\frac{2}{3}$ किमी जाती है। $4\frac{1}{2}$ घण्टे में वह कितनी दूर जाएगी ?
8. मोहन एक घण्टे में $1\frac{3}{5}$ ग्राम सूत कातता है। $4\frac{4}{5}$ ग्राम सूत कातने में उसे कितने घण्टे लगेंगे ?
9. एक बाँस का $\frac{1}{3}$ भाग लाल, $\frac{1}{8}$ भाग हरा, $\frac{1}{10}$ भाग पीला है। शेष भाग सफेद है। यदि सफेद भाग की लम्बाई $\frac{7}{2}$ मी हो तो पूरे बाँस की लम्बाई बताओ।
10. एक नक्शे में 10 मीटर की दूरी 1 सेमी से प्रदर्शित की गई है। बताओ निम्नलिखित नाप कितनी दूरी प्रदर्शित करेगी : 2 सेमी, 3.5 सेमी, 5.2 सेमी।
11. एक कक्षा में मध्यावकाश में 5.2 लीटर दूध बच्चों में बराबर–बराबर बाँटा जाता है। कक्षा में 26 बच्चे हो। प्रत्येक बच्चे को कितना दूध मिलता है ?
12. एक लीटर पेट्रोल में एक कार 7.35 किमी जाती है। 3.5 लीटर पेट्रोल में वह कितनी दूर जायेगी ?
13. किस समूह की सभी संख्याएँ 13 की अपवर्त्य हैं –

(क) 13, 26, 36, 49 (ख) 26, 39, 42, 52
(ग) 13, 52, 91, 117 (घ) 13, 26, 81, 104

10. ऐकिक नियम(Unitary Method)

10 ऐकिक नियम (Unitary Method)

शिक्षिका – बच्चों, कल मैंने एक दर्जन (12) केले 60 रुपये में खरीदे। यदि मुझे 7 केले खरीदने हों, तो कुल कितने रुपये खर्च करने होंगे ?

7 केलों का मूल्य जानने के लिए सबसे पहले हम 1 केले का मूल्य ज्ञात करेंगे।

रेखा बताओ कि 1 केले का मूल्य कितना होगा ?

रेखा – 60 रुपये ÷ 12 = 5

एक केले का मूल्य 5 रुपये होगा।

शिक्षिका – बहुत अच्छा! परवीन, अब तुम बताओ कि एक केले का मूल्य 5 रुपये है, तो 7 केलों का मूल्य कितना होगा ?

परवीन – 5 रुपये x 7 = 35 रुपये

7 केलों का मूल्य 35 रुपये होगा।

शिक्षिका – शाबाश!

हमने देखा कि –

यहाँ पहले एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करके इसकी मदद से अधिक वस्तुओं का मूल्य ज्ञात किया गया। इस विधि को ऐकिक नियम कहते हैं।

यहाँ 'ऐकिक' का अर्थ है– एक पर आधारित।

उदाहरण 1 : 4 किग्रा चावल का मूल्य ₹68 है। 9 किग्रा चावल का मूल्य ज्ञात करो।

हल: 4 किग्रा चावल का मूल्य $= ₹\ 68$

1 किग्रा चावल का मूल्य $= ₹\ \frac{68}{4} = ₹\ 17$

अतः 9 किग्रा चावल का मूल्य $= ₹\ 17 \times 9$

$= ₹\ 153$

अतः 9 किग्रा चावल का मूल्य 153 रुपये है।

उदाहरण 2 : संजय अपने घर से अपनी दीदी के घर साइकिल से 2 घण्टे में जाता है। यदि वह उसी चाल से अपनी दीदी के घर से बुआ के घर जाए तो कितने समय में पहुँचेगा, जबकि –

(क) संजय के घर से उसके दीदी के घर की दूरी = 24 किमी

(ख) संजय की दीदी के घर से उसके बुआ के घर की दूरी = 26 किमी

हल : 24 किमी दूरी तय करने में लगा समय = 2 घण्टे

1 किमी दूरी तय करने में लगा समय $= \frac{2}{24}$ घण्टे

अतः 26 किमी दूरी तय करने में लगा समय $= \frac{\cancel{2}}{\cancel{24}_{12}} \times 26$

$= \frac{\cancel{26}^{13}}{\cancel{12}_{6}}$ घण्टे

$= \frac{13}{6}$ घण्टे

$= 2\frac{1}{6}$ घण्टे

1 घण्टा = 60 मिनट

$\frac{1}{6}$ घण्टा $= {}^{10}\cancel{60} \times \frac{1}{\cancel{6}_{1}}$ मिनट

= 10 मिनट

अतः $2\frac{1}{6}$ घण्टे = 2 घण्टे 10 मिनट

अतः संजय दीदी के घर से बुआ के घर 2 घण्टे 10 मिनट में पहुँचेगा।

अभ्यास

1. 12 कॉपियों का मूल्य ₹ 162 है। एक कॉपी का मूल्य कितना होगा ?
2. 5 बैग का मूल्य ₹ 475 है। ऐसी ही 8 बैगों का मूल्य ज्ञात करो।
3. एक रेलगाड़ी 300 किमी की दूरी 6 घण्टे में तय करती है। इसी चाल से वह रेलगाड़ी 500 किमी की दूरी कितने समय में तय करेगी ?

4. एक परिवार में 15 किग्रा गेहूँ 20 दिनों के लिये पर्याप्त होता है। उसी परिवार को 30 दिनों के लिये कितने किग्रा गेहूँ की आवश्यकता पड़ेगी ?
5. एक ट्यूबवेल से 3 हेक्टेयर खेत 36 घण्टे में सींचा जाता है। उसी ट्यूबवेल से 12 हेक्टेयर खेत कितने घंटों में सींचा जाएगा ?
6. यदि 3 रजिस्टर्ड पत्र भेजने में 115.50 रुपये लगते हैं, तो ऐसे ही 9 रजिस्टर्ड पत्र भेजने में कितने रुपये लगेंगे ?
7. राशन की दुकान पर 2 किग्रा चावल ₹ 34 में मिलता है। 5 किग्रा चावल कितने रुपये में मिलेगा ? सही उत्तर पर सही का चिह्न (✓) लगाओ–

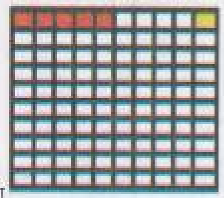
   (क) ₹ 68 (ख) ₹ 85

   (ग) ₹ 170 (घ) इनमें से कोई उत्तर सही नहीं है।

11.प्रतिशत(Percentage)

11 प्रतिशत (Percentage)

प्रतिशत = प्रति + शत अर्थात प्रत्येक सौ में से



शिक्षिका – साहिल चित्र देखकर बताओ चित्र में कुल कितने खाने बने हैं ?

साहिल – चित्र में कुल 100 खाने बने हैं।

शिक्षिका – राधिका चित्र में कुल कितने पीले खाने हैं ?

राधिका – एक खाना पीला है।

शिक्षिका – यह पीला खाना, कुल खानों का कितना भाग है ?

राधिका – पीला खाना कुल खानों का $\frac{1}{100}$ या सौवाँ भाग है।

शिक्षिका – मदन चित्र में लाल खाने, कुल खानों का कितना भाग है ?

मदन – चित्र में पाँच खाने लाल हैं। अतः लाल भाग पूरे खानों का $\frac{5}{100}$ या पाँच सौवाँ भाग है।

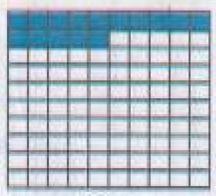
शिक्षिका – बहुत अच्छा ! जानते हो इसे लिखते हैं 5 %
जहाँ % का अर्थ है प्रतिशत

आओ देखें –

चित्र क में नीले खानों की संख्या 100 खानों में 15 है।

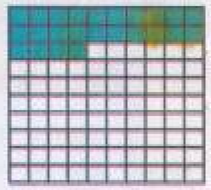
अतः कुल भागों में नीला भाग = 100 में से 15

$= \frac{15}{100}$ या 15 %



चित्र क

चित्र ख में हरे खानों की संख्या 100 खानों में से 24 है।



चित्र ख

अतः कुल भागों में हरा भाग = 100 में से 24

$= \frac{24}{100}$ या 24 %

इसे भी समझो –

100 में से 1 $= \frac{1}{100}$ या 1 %

100 में से 8 $= \frac{8}{100}$ या 8 %

100 में से 25 $= \frac{25}{100}$ या 25 %

100 में से 50 $= \frac{50}{100}$ या 50 %

100 में से 100 $= \frac{100}{100}$ या 100 %

हमने देखा कि –

प्रतिशत प्रत्येक 100 में से लिया गया भाग होता है। अतः प्रतिशत ऐसी भिन्न है जिसका हर 100 होता है तथा अंश 100 में से लिया गया हिस्सा या भाग होता है।

स्वयं करो–

रिक्त स्थान भरो –

100 में से 20	$\frac{20}{100}$	20 %	20 प्रतिशत
100 में से 26	....	....	26 प्रतिशत
...... में से	....	35 %	....
100 में से	....	....	18 प्रतिशत
100 में से 63	....	....	....
...... में से 75	$\frac{75}{100}$	....	....

प्रतिशत को भिन्न में बदलना

किसी प्रतिशत संख्या को भिन्न में बदलने के लिए प्रतिशत के संख्यात्मक भाग को 100 से भाग देते हैं। जैसे– $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

स्वयं करो–

भिन्न में बदलो –

- 5%
- 18%
- 75%
- 60%

किसी भिन्न को प्रतिशत में बदलना

किसी भिन्न को प्रतिशत मे बदलने के लिए उसका हर 100 होना चाहिए। इसके लिए भिन्न के अंश एवं हर मे 100 से गुणा करते है। हर के 100 की जगह प्रतिशत का चिह्न (%) लगाते है।

जैसे– $\frac{1}{4}$ भिन्न का प्रतिशत होगा = $\frac{1}{4} \times \frac{100}{100}$ (अंश और हर में 100 का गुणा करते हैं)

$$= \frac{1}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{25}{100} = 25\%$$

अर्थात् $\frac{1}{4} = 5\%$

अतः भिन्न का समतुल्य प्रतिशत 25% है।

इसे भी समझो–

भिन्न $\frac{1}{4}$ को प्रतिशत में बदलना है।

$\frac{1}{4} \times \frac{25}{25}$ हर को 100 बनाने के लिए अंश एवं हर में 25 से गुणा किया।

$= \frac{25}{100} = 25\%$

स्वयं करो–

प्रतिशत में बदलो –

- $\frac{1}{10}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{1}{25}$
- $\frac{7}{5}$

प्रतिशत को दशमलव में बदलना

किसी प्रतिशत को दशमलव में बदलने के लिए प्रतिशत के संख्यात्मक मान में 100 से भाग देते है। प्राप्त भागफल दशमलव में होगा।

जैसे– 24% का दशमलव $= \frac{24}{100}$

$= 0.24$

स्वयं करो–

दशमलव में बदलो –

- 28%
- 52%
- 5%
- 220%

दशमलव को प्रतिशत में बदलना

दशमलव को प्रतिशत मे बदलने के लिए पहले हम दशमलव संख्या को भिन्न में बदलते हैं। अब हर को 100 बनाकर प्रतिशत में बदलते हैं। जैसे 0.4 को प्रतिशत में बदलना है–

$$0.4 = \frac{4}{10} = \frac{4 \times 10}{10 \times 10} = \frac{40}{100} = 40\%$$

स्वयं करो–

प्रतिशत में लिखो –

- 0.25
- 0.83
- 0.09
- 2.50

किसी राशि का दिया हुआ प्रतिशत ज्ञात करना

हम जानते हैं कि प्रतिशत एक ऐसी भिन्न है जिसका अंश प्रतिशत का संख्यात्मक मान एवं हर 100 होता है। अतः किसी राशि का दिया हुआ प्रतिशत ज्ञात करने के लिए उस राशि में 100 से भाग देकर प्रतिशत के संख्यात्मक मान से गुणा करते हैं।

जैसे – 500 का 15% ज्ञात करना है।

500 का 15% $= 500 \times \frac{15}{100} = 75$

इसे इस तरह भी समझें– 15% का अर्थ है 100 में 15

इसलिए 1 में होगा $= \frac{15}{100}$

इसलिए 500 में होगा $= \frac{15}{100} \times 500$

$= 75$

अतः 500 का 15% = 75

स्वयं करो–

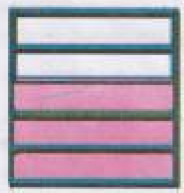
रिक्त स्थान भरो –

- 600 का 38% = ----------
- 2000 रुपये का 18% = ------ रुपये
- 3 कि०ग्रा० का 20% = ------ ग्राम
- 2 घण्टे का 5% = ------- मिनट

एक राशि को दूसरी राशि के प्रतिशत के रूप में लिखना

आओ समझें–

5 में 3 कितने प्रतिशत है ?



3 को 5 के प्रतिशत के रूप में लिखना है।

5 में भाग है = 3

1 में भाग है $= \frac{3}{5}$

100 में भाग है $= \frac{3}{5} \times 100$

$= 60$

अतः 5 में 3 = 60%

चूंकि प्रतिशत की गणना सदैव 100 में की जाती है इसलिए हम 100 में से कुल भागों को ज्ञात करते हैं।

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : गणित की छमाही परीक्षा में गोलू को 30 में से 24 अंक प्राप्त हुए। उसे कितने प्रतिशत अंक प्राप्त हुए ?

हल : गोलू को 30 में से प्राप्त अंक = 24

गोलू को 1 में से प्राप्त अंक = $\frac{24}{30}$

गोलू को 100 में से प्राप्त अंक = $\frac{24}{30} \times 100$

= 80%

अतः गोलू को गणित में 80% अंक प्राप्त हुए।

उदाहरण 2 : किसी कक्षा में 40 बच्चे हैं। यदि इनमें 35% लड़कियाँ है तो लड़कियाँ एवं लड़कों की संख्या बताएँ।

हल : 40 बच्चों में 35% लड़कियाँ है।

अतः लड़कियों की संख्या = 40 का 35%

$= 40 \times \frac{35}{100}$

= 14

लड़कों की संख्या = बच्चों की कुल संख्या − लड़कियों की संख्या

= 40 − 14

= 26

अतः कक्षा में कुल 14 लड़कियाँ एवं 26 लड़के हैं।

हम सीख गए

- प्रत्येक भिन्न भाग का वह रूप है जहाँ अंश में हर से भाग दिया जाता है।
- दशमलव एक ऐसी भिन्न है जिसका हर 10 या 10 का गुणक होता है।
- प्रतिशत एक ऐसी भिन्न है जिसका हर 100 होता है।
- दी गई संख्याओं को प्रतिशत में बदलना।
- भिन्न और प्रतिशत में अन्तर करना।

अभ्यास

1. निम्नलिखित प्रतिशत को भिन्न में बदलो –

(क) 35% (ख) 28% (ग) 12.5% (घ) $7\frac{1}{2}$ %

2. निम्नलिखित भिन्नो को प्रतिशत में बदलो–

(क) $\frac{1}{8}$ (ख) $\frac{1}{12}$ (ग) $\frac{3}{25}$ (घ) $\frac{21}{50}$

3. निम्नलिखित प्रतिशत को दशमलव में बदलो –

(क) 42% (ख) 35.6% (ग) 4.9% (घ) 11.8%

4. निम्नलिखित दशमलव को प्रतिशत में बदलो –

(क) 0.342 (ख) 0.68 (ग) 0.77 (घ) 0.315

5. सरल करो –

(क) 3 ली० 500 मिली का 15% (ख) 3 घंटा 40 मिनट का 20%

(ग) 35 मीटर का 3% (घ) 40 रु० का 21%

6. एक कक्षा में 35 में से 24 बच्चे विद्यालय आये हैं। कितने प्रतिशत बच्चे उपस्थित है ?

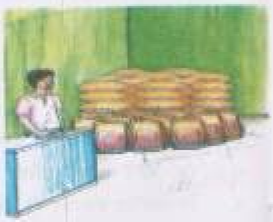
7. एक गाँव की जनसंख्या 3600 है। इनमें 48% स्त्रियाँ एवं 52% पुरुष हैं। स्त्रियों एवं पुरुषों की जनसंख्या बताइए।

8. विद्यालय में बच्चों ने विज्ञान प्रदर्शनी हेतु मॉडल बनाया। इन बच्चों में 20% विद्यार्थी दिव्यांग हैं। यदि कुल शामिल बच्चों की संख्या 15 है तो कितने दिव्यांग बच्चों ने प्रतिभाग किया ?

12.लाभ - हानि(Profit And Loss)

12 लाभ– हानि (Profit And Loss)

दुर्गादास ने बेचने के लिए चीनी की बोरियाँ ₹3500 प्रति बोरी के हिसाब से खरीदीं। उसने चीनी की कुछ बोरियाँ ₹4000 प्रति बोरी के हिसाब से बेचीं। अचानक बारिश हो जाने के कारण उसकी कुछ बोरियाँ पानी में भीग गयीं।



भीगी हुई चीनी की बोरियों को जल्दी बेचने के लिए दुर्गादास ने प्रति बोरी ₹3000 के हिसाब से बेचीं।

आओ देखें–

दुर्गादास ने चीनी की एक बोरी खरीदी = ₹3500
दुर्गादास ने चीनी की एक बोरी बेची = ₹4000

शिक्षक – शिशिर बताओ, दुर्गादास को एक बोरी बेचने पर कितने रुपये अधिक मिले।

शिशिर – 4000–3500 = ₹ 500
दुर्गादास को ₹500 अधिक मिले।

शिक्षक – शाबाश ! हमने देखा, जब कोई वस्तु खरीद मूल्य से अधिक मूल्य पर बेची जाती है, तब लाभ होता है। यह लाभ, बेचने के मूल्य (विक्रय मूल्य) में से खरीदने के मूल्य (क्रय मूल्य) को घटाकर प्राप्त करते हैं।
अर्थात **लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य**

- वस्तु का खरीद मूल्य = क्रय मूल्य
- वस्तु का बेचने का मूल्य = विक्रय मूल्य

फिर से देखें–

दुर्गादास ने चीनी की एक बोरी खरीदी = ₹3500
दुर्गादास ने चीनी की एक भीगी बोरी बेची = ₹3000

शिक्षक – अब्दुल बताओ भीगी बोरी बेचने पर दुर्गादास को कितने रुपये कम मिले ?

अब्दुल – 3500–3000 = ₹ 500

दुर्गादास को ₹500 कम मिले।

शिक्षक – बहुत अच्छा ! हमने देखा, जब कोई वस्तु खरीद मूल्य से कम मूल्य पर बेची जाती है तब हानि होती है। यह हानि क्रय मूल्य में से विक्रय मूल्य को घटाकर प्राप्त करते हैं।

अर्थात **हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य**

गतिविधि

बच्चे एक हाट (बाजार) लगाएँ जिसमें बच्चे अपनी किसी एक वस्तु जैसे–पेंसिल, कॉपी, रबर, स्केल या गेंद आदि को बेचने के लिए रखेंगे। सभी बच्चे अपनी वस्तुओं के खरीदने का मूल्य अपनी कॉपी पर लिखेंगे तथा वस्तुओं के बेचने का मूल्य वस्तु के सामने लिखेंगे। अब बच्चे खरीदने व बेचने के मूल्य के आधार पर निष्कर्ष निकालें–

जैसे– कमल ने अपनी पेंसिल ₹5 में खरीदी लेकिन बेचने के लिए दाम ₹3 रखा क्योंकि वह थोड़ी पेंसिल इस्तेमाल कर चुका है। इसी तरह मेघा ने अपनी नई कॉपी ₹10 में खरीदी लेकिन ₹13 में बेचेगी क्योंकि उसने कॉपी पर कवर चढ़ाया हुआ है।

बच्चों अपनी–अपनी वस्तुओं पर होने वाले लाभ और हानि के बारे में चर्चा करें।

तार्किक प्रश्न

उदाहरण 1: राधे ने 8000 रुपये की एक बकरी खरीदी। कुछ दिनों के बाद उसने अपनी बकरी 12000 रुपये में बेच दी। बताओ राधे को लाभ हुआ या हानि और कितने रुपये की ?

हल : बकरी का क्रय मूल्य = ₹8000

बकरी का विक्रय मूल्य = ₹12000

क्रय मूल्य < विक्रय मूल्य

इसलिए राधे को लाभ होगा।

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

= 12000 – 8000

= ₹4000

अतः राधे को 4000 रुपये का लाभ हुआ।

उदाहरण 2 : शिखा ने एक साइकिल 2400 रुपये में खरीदी और उसे 800 रुपये की हानि पर बेच दी। बताओ शिखा ने साइकिल कितने रुपये में बेची ?

हल : साइकिल का क्रय मूल्य = ₹ 2400

साइकिल का विक्रय मूल्य = ?

हानि = ₹ 800

हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य – हानि

= 2400 – 800

= ₹ 1600

अतः शिखा ने साइकिल 1600 रुपये में बेची।

हम सीख गए

- कोई वस्तु जिस मूल्य पर खरीदी जाती है, उसे उसका क्रय मूल्य कहते हैं।
- कोई वस्तु जिस मूल्य पर बेची जाती है, उसे उस वस्तु का विक्रय मूल्य कहते हैं।
- यदि क्रय मूल्य < विक्रय मूल्य तो लाभ होगा।

  लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य
- यदि क्रय मूल्य > विक्रय मूल्य तो हानि होगी।

  हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य
- लाभ व हानि के इबारती प्रश्नों का समाधान करना सीखा।

अभ्यास

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो –

क्रय मूल्य (₹)	विक्रय मूल्य (₹)	लाभ (₹)	हानि (₹)
6000	6500	—	—
4320	4300	—	—
—	2000	250	X
535	—	X	15

2. कमल ने एक टी0वी0 ₹ 10000 में खरीदी। दो साल बाद उसने वही टी0वी0 ₹ 7000 में बेच दिया। बताओ उसे लाभ हुआ या हानि और कितनी ?

3. राधा ने कान की मशीन ₹ 360 में बेची जिस पर उसे ₹ 60 का लाभ हुआ। बताओ राधा ने कितने रुपये में कान की मशीन खरीदी थी ?

4. एक दुकानदार ने एक दर्जन अण्डे ₹ 60 में खरीदे। उसने एक अण्डा ₹ 6 में बेचा तो एक दर्जन अण्डे बेचने पर उसे लाभ हुआ या हानि ?

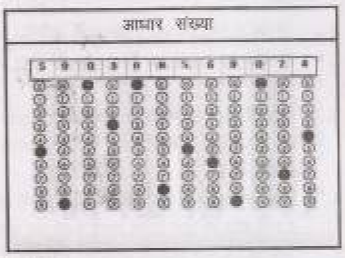
5. एक आदमी ने ₹ 8400 में सोफासेट खरीदा। उसकी ढुलाई में ₹ 400 खर्च हुए। वह कितने रुपये में सोफासेट बेचे कि उसे ₹ 800 का लाभ हो ?

6. सुनीता ने एक मोबाइल फोन ₹ 6000 में खरीदा। दो महीने बाद उसने उसे बिना किसी लाभ व हानि के बेचा। बताओ उसने मोबाइल फोन कितने रुपयों में बेचा।

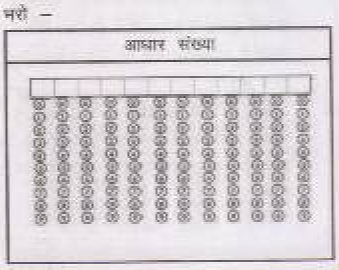
मेरा परिचय

आज कल सूचनाएँ जैसे– जन्मतिथि, अनुक्रमांक, आधार कार्ड नम्बर, मोबाइल नम्बर आदि को ओ०एम०आर० (Optical Mark Recognition) शीट पर भरने को कहा जाता है। आपको को भी भविष्य में विभिन्न परीक्षाओं में इसी प्रकार ओ०एम०आर० शीट पर अपनी सूचनाएँ देनी होंगी। ओ०एम०आर० शीट का प्रारूप नीचे दिया जा रहा है। उदाहरण के लिए एक आधार संख्या भर कर दिखाई जा रही है –

आधार संख्या – 590308569074



अब तुम भी अपनी आधार संख्या भरो –



नोट– बच्चों को ओ०एम०आर० शीट पर विभिन्न सूचनाएँ भरने का अभ्यास कराएँ।

13.साधारण ब्याज (Simple Interest)

13 साधारण ब्याज (Simple Interest)

विजय नाम का एक दर्जी था। उसकी एक बेटी सोनी थी। विजय चाहता था कि उसकी बेटी खूब पढ़े–लिखे। विजय ने अपनी बेटी की पढ़ाई और देख–भाल के लिए खूब मेहनत करके 10000 रुपये इकट्ठे किए। विजय ने सोचा कि इन रुपयों की सुरक्षा के लिए इन्हें बैंक में जमा कर दूँ। अगले दिन विजय बैंक गया और बैंक में उसने 10000 रुपये जमा कर दिए।

3 साल बीत गए। इस बीच सोनी ने खूब पढ़ाई की और आगे की पढ़ाई के लिए अब उसे बड़े कॉलेज में नाम लिखवाना था। विजय को सोनी का नाम लिखवाने के लिए पैसों की जरूरत थी। विजय को याद आया कि उसने 3 वर्ष पहले बैंक में 10000 रुपये जमा किए थे।

विजय सोनी के साथ बैंक से अपना पैसा वापस लेने बैंक गया। जब विजय ने बैंक से अपना पैसा वापस निकाला तो उसे 10000 रुपये की जगह बैंक ने 11500 रुपये दिए। विजय ने सोचा कि उसे 11500 – 10000 = 1500 रुपये अधिक क्यों मिले हैं ?

विजय और सोनी बैंक मैनेजर से पूछने गए–

विजय – मैनेजर साहब, मैंने 10000 रुपये जमा किए थे और मुझे 3 साल बाद 11500 रुपये मिले। मुझे 1500 रुपये अधिक क्यों मिले हैं ?

मैनेजर – आपके द्वारा जमा किया गया धन 10000 रुपये मूलधन (Principal) है। 1500 रुपये आपके द्वारा जमा किए गए धन का ब्याज है। जब कोई व्यक्ति बैंक में धन जमा करता है तो एक निश्चित समय के बाद बैंक उस जमा किए गए धन के साथ कुछ अतिरिक्त धन भी देता है, जिसे ब्याज (Interest) कहते हैं।

विजय – सर ! ब्याज का धन कितना हुआ, इसका पता कैसे लगाते है ?

मैनेजर – ब्याज का पता लगाने के लिए हम ब्याज दर पता करते हैं। बैंक प्रत्येक 100 रुपये पर जितने रुपये अतिरिक्त देने की शर्त तय करता है, उसे ब्याज दर (Rate) कहते हैं। हमारे बैंक की दर 5% वार्षिक अर्थात् प्रत्येक 100 रुपये पर 5 रुपये प्रतिवर्ष है।

सोनी– इसका मतलब हमारे 10000 रुपये में प्रत्येक 100 रुपये पर बैंक ने हमें अतिरिक्त 5 रुपये दिए, वही रुपये ब्याज बनें।

मैनेजर – शाबाश! तुमने ठीक समझा। तुम्हारे पापा को जो 11500 रुपये मिले उसे मिश्रधन (Amount) कहते है। अब तुम बताओ कि, मिश्रधन में कौन–कौन से धन शामिल होते हैं?

सोनी – मूलधन और ब्याज को जोड़ने से मिश्रधन मिलता है।

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

मैनेजर – शाबाश !

विजय और सोनी – मैनेजर साहब, आपको पूरी बात समझाने के लिए धन्यवाद।

हमने देखा –

विजय ने बैंक में कुल धन जमा किया = मूलधन = 10000 रुपये

बैंक दर = 5%

समय = 3 वर्ष

बैंक 1 वर्ष में 100 रुपये पर ब्याज देता है = 5 रुपये

इसलिए बैंक 1 रुपये पर ब्याज देगा = $\frac{5}{100}$ रुपये

अतः 10000 रुपये पर ब्याज = $\frac{10000 \times 5}{100}$ = 500 रुपये

एक वर्ष में 500 रुपये ब्याज मिलते है, तो 3 वर्षों में 500 X 3 = ₹ 1500 ब्याज मिलेंगे।

मूलधन = 10000 रुपये

3 वर्ष का ब्याज = 1500 रुपये

अतः मिश्रधन = 10000 + 1500 = ₹ 11500

इसे भी समझें –

ब्याज प्राप्त करने के लिए हम मूलधन, दर एवं समय के गुणनफल में 100 से भाग देते हैं –

मूलधन = 10000 रुपये

दर = 5%

समय = 3 वर्ष

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{10000 \times 5 \times 3}{100} = 1500$$

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 10000 + 1500 = ₹ 11500

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : यदि 100 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज 4 रुपये है तो 6 वर्ष का ब्याज कितना होगा?

हल : मूलधन = ₹ 100

समय = 6 वर्ष

दर = 1 वर्ष का 100 रुपये पर ब्याज = 4%

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{100 \times 4 \times 6}{100} = 24$$

अतः 100 रुपये पर 6 वर्ष का ब्याज 24 रुपये होगा।

उदाहरण 2 : जनार्दन ने राजवीर से 15% वार्षिक ब्याज की दर से 500 रुपया उधार लिया। 5 वर्ष बाद जनार्दन, राजवीर को कितने रुपये वापस करेगा ?

हल : मूलधन = 500 रुपये

दर = 15%

समय = 5 वर्ष

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{500 \times 15 \times 5}{100} = 375$$

साधारण ब्याज = 375 रुपये

जनार्दन 5 वर्षों के बाद राजवीर को जो धन वापस करेगा, वह मिश्रधन होगा।

हम जानते हैं कि मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 500 + 375 = ₹ 875

अतः जनार्दन, राजवीर को कुल 875 रुपये वापस करेगा।

उदाहरण 3 : सुजीत ने अपना घर बनवाने के लिए बैंक से 50000 रुपये 10% वार्षिक ब्याज की दर से उधार लिया। बताओ 4 वर्ष बाद सुजीत बैंक को कितना धन लौटाएगा ?

हल : मूलधन = 50000 रुपये

दर = 10%

समय = 4 वर्ष

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= \frac{50000 \times 10 \times 4}{100} = 20000$$

साधारण ब्याज = 20000 रुपये

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 50000 + 20000

= ₹ 70000

अतः सुजीत बैंक को 70000 रुपये लौटाएगा।

हम सीख गए

- जो धन जमा किया जाए या उधार लिया जाए तो वह धन मूलधन होता है।
- वह राशि जो प्रति सैकड़ा मूलधन पर निर्धारित होती है उसे ब्याज दर कहते हैं।
- किसी निश्चित समय (अवधि) के बाद मूलधन पर प्राप्त हुआ अतिरिक्त धन ब्याज होता है।
- मिश्रधन = मूलधन + ब्याज या मूलधन = मिश्रधन − ब्याज

  या मिश्रधन − मूलधन = ब्याज
- $$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$
- दी गई समस्या में मूलधन, ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात करना।

अभ्यास

1. ब्याज की गणना करो –

   (क) मूलधन ₹ 700, दर 5%, समय 2 वर्ष

   (ख) मूलधन ₹ 1000, मिश्रधन ₹ 1250
2. दिनेश ने शौचालय बनवाने के लिये 15000 रुपये, 15% वार्षिक ब्याज की दर से बैंक से ऋण लिया। 3 वर्ष बीतने पर दिनेश को कितने रुपये वापस करने होंगे ?
3. मधुरा ने दुकान खोलने के लिये 16000 रुपये बैंक से 10% वार्षिक ब्याज पर ऋण लिया। 2 वर्ष बाद उसे कितने रुपये वापस करने होंगे ? मधुरा के पास इस समय 15000 रुपये हैं। ऋण चुकाने के लिए उसे कितने रुपये और चाहिए ?
4. जुबैदा ने सिलाई मशीन खरीदने के लिये 4000 रुपये 12% वार्षिक ब्याज की दर से उधार लिए। 3 वर्ष बाद उसे कितने रुपये लौटाने होंगे ?

कितना सीखा – 3

1. 8, 0, 6, 0, 1 से बनने वाली पाँच अंको की सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या लिखो जबकि शून्य के अतिरिक्त कोई अंक दोहराया नहीं जाए।

2. दी गई संख्याओं का म0स0 निकालो –

   (क) 32, 48 (ख) 21, 35

3. वह बड़ी से बड़ी संख्या बताओ जिससे 15, 30 और 45 को पूरा–पूरा विभाजित किया जा सके।

4. एक टोकरी के फूलों से 18, 40 या 48 फूलों की मालाएँ बन सकती है और कोई फूल शेष नहीं बचता है। बताओ टोकरी में कम से कम कितने फूल हैं ?

5. मान बताओ –

   (क) $2\frac{3}{5} \times \frac{5}{26}$ (ख) $10\frac{5}{8} \times 1\frac{1}{5} \times \frac{5}{7}$ (ग) $\frac{28}{25} \div \frac{7}{5}$

6. निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव में बदलो –

   $\frac{7}{10}, \frac{29}{10}, \frac{31}{10}, \frac{43}{1000}$

7. निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को भिन्नों में बदलो –

   (क) 0.2 (ख) 0.05 (ग) 0.625 (घ) 1.25

8. मान बताओ।

   (क) 023 X 100 (ख) 1.541 X 1000

9. एक दुकानदार को 500 रुपये की लागत पर 8% का लाभ हुआ। उसे कुल कितने रुपये का लाभ हुआ ?

10. $\frac{3}{4}$ को प्रतिशत में लिखो।

11. निम्नांकित सारिणी में रिक्त स्थान की पूर्ति करो –

	क्रय मूल्य (रु. में)	विक्रय मूल्य (रु. में)	लाभ (रु. में)	हानि (रु. में)
(क)	1200	1290	....	
(ख)	800	....	80	
(ग)	....	12818		182

12. ₹750 का 3 वर्ष में 5% वार्षिक ब्याज की दर से साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।

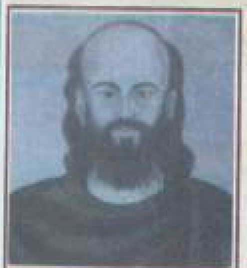
13. सरल करो –

(क) 112.48 + 72.84 (ख) 149.86 − 12.08

(ग) 526880 ÷ 32 (घ) 598292 X 267

14. 15 पुस्तकों का मूल्य ₹85.50 है। ऐसी ही 37 पुस्तकों का मूल्य कितना होगा ?

(क) 555 रुपये (ख) 210.90 रुपये (ग) 2843.50 रुपये (घ) 2109 रुपये



महान गणितज्ञ

भास्कराचार्य प्रथम

भास्कराचार्य प्रथम को *हिन्दी अरेबिक दशमलव संख्या पद्धति* को सर्वप्रथम लिखने वाला माना जाता है। इन्होंने आर्यभट्ट के कार्यों पर 3 पुस्तकें लिखी हैं।

14.ज्यामिति : कोण(Angle)

14 ज्यामिति : कोण (Angle)

HR11H59

नीचे बनी आकृतियों में से आयत (Rectangle), वर्ग (Square) और त्रिभुज (Triangle) की आकृतियों को छाँटो–

किरण (Ray)

शिक्षक – सीमा हमें दिन में प्रकाश कहाँ से मिलता है?

सीमा – सूर्य से ।

शिक्षक – मधु सूर्य का प्रकाश हम तक कैसे पहुँचता है ?

मधु – सूर्य की किरणों द्वारा ।

शिक्षक – फरीद सूर्य की किरणें सूर्य से आती हैं और कहाँ तक जाती हैं ?

फरीद – जी, बहुत दूर तक।

शिक्षक – फरीद, क्या सूर्य की किरणें कहीं समाप्त होती हैं ?

फरीद – नहीं मैडम, ये कभी समाप्त नहीं होती हैं।

शिक्षक – शाबाश ! यह कभी समाप्त नहीं होती है बल्कि अनन्त तक जाती है। राहुल क्या हम किरणों की लम्बाई माप सकते हैं ?

राहुल – नहीं मैडम।

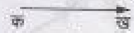
❀ *शिक्षक टॉर्च की मदद से बच्चों को किरणों का आभास कराएँ।*

शिक्षक – क्यों नहीं माप सकते हैं ?

राहुल – क्योंकि किरणों का प्रारम्भ बिन्दु (शुरू करने का बिन्दु) तो पता है परन्तु समाप्त होने का बिन्दु नहीं पता है।

शिक्षक – बहुत अच्छा !

हम किरणों की लम्बाई नहीं माप सकते हैं क्योंकि इसका प्रारम्भ बिन्दु तो पता है परन्तु अंतिम या समाप्त होने का बिन्दु नहीं पता होता है।

किरणों को दिखाते हैं – 

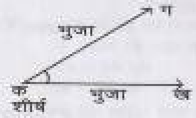
इसे लिखते हैं – किरण **क ख** या $\overrightarrow{\text{क ख}}$, जहाँ 'क' किरण **क ख** का प्रारम्भ बिन्दु है।

कोण (Angle)

सामने के चित्र में घड़ी की दो सुइयाँ, खुली किताब के मध्य तथा दो दीवारों के मध्य झुकाव को देखो। इनके बीच कोने (कोण) जैसी आकृति बनती है।

आओ करें –

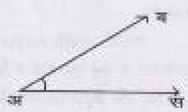
कागज पर एक बिन्दु **क** लेकर इससे दो किरणें **क ख** तथा **क ग** खींचो। बिन्दु **क** पर एक बन्द कोने जैसी आकृति बन रही है। इस आकृति को **कोण** कहते हैं।



बिन्दु **क** को कोण का **शीर्ष** (Vertex) तथा किरणों **क ख** और **क ग** को कोण की **भुजाएँ** कहते हैं।

कोण को संकेत रूप में ∠ लिखते हैं।

किरण **अ ब** और **अ स** के मिलान बिन्दु **अ** पर एक कोण बनता है। इस कोण को ∠स अ ब या ∠ ब अ स लिखेंगे। कोण का शीर्ष बिन्दु **अ** बीच में लिखते हैं।



कोण का मापन (Measurement of Angle)

दो किरणों के मध्य के झुकाव को कोण (Angle) कहते हैं।

एक ऐसी घड़ी देखते हैं जिसे कुल 360 छोटे खानों में बाँटा गया है। इस घड़ी का प्रत्येक छोटा खाना 1 अंश को दिखाता है। इस घड़ी का केन्द्र बिन्दु 'क' है। घड़ी की पहली स्थिति में घड़ी की दोनों सुइयाँ बिन्दु 'ख' पर हैं। इस स्थिति में घड़ी की दोनों सुइयों के मध्य 0 अंश का कोण बन रहा है। अब हम घड़ी की एक सुई को स्थिर रखते हुए दूसरी सुई को घुमाते हैं। आओ हम घड़ी की विभिन्न स्थितियों को देखें–

दूसरी सुई को प्रारंभिक स्थिति में 'ग' बिन्दु पर ले जाते हैं।

बताओ–

- दोनों सुइयों के बीच कितने अंश का कोण बन रहा है ?
- इसी प्रकार बिन्दु ग, घ, च, छ एवं ज पर बनने वाले कोणों की माप करो और लिखो।
- दूसरी सुई को घुमाते हुए हम दोनों सुइयों के बीच अधिकतम कितने अंश का कोण बना सकते हैं ?

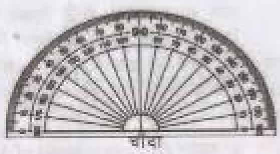
कोण की माप हम अंश (Degree) में करते हैं।

इसे इस प्रकार हम लिखते हैं–

360 अंश = 360°

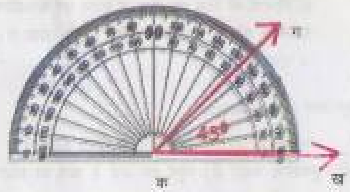
90 अंश = 90°

कोण मापने के लिए चाँदे (Protractor) का प्रयोग करते हैं।



चाँदे की आकृति अर्द्धवृत्त की तरह होती है। इसमें दायें से बायें तथा बायें से दायें बराबर दूरी पर 0 से 180 तक के निशान बने होते हैं। प्रत्येक छोटे भाग को अंश कहते हैं। 0° से 180° को मिलाने वाले रेखाखण्ड को आधार कहते हैं। इस आधार के ठीक बीच के बिन्दु को मध्य बिन्दु कहते हैं।

आओ कोण को माप कर देखें–



सामने के चित्र मे दो किरणों क ख एवं क ग के मध्य एक कोण बन रहा है।

किसी कोण की माप करने के लिए सबसे पहले हम चाँदे के आधार का मध्य बिन्दु कोण के शीर्ष क पर इस प्रकार रखते है कि चाँदे का आधार भुजा क ख पर रहे।

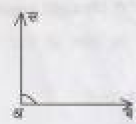
अब हम बिन्दु ख से किरण क ग के बिन्दु ग की ओर बढते है। हम देखते हैं कि किरण क ग चाँदे के 45 अंश से होकर गुजरती है।

अतः दोनों किरणों के मध्य बनने वाला कोण 45° का है।

स्वयं करो–

चाँदे की सहायता से निम्नलिखित कोण मापो –

-

- 

कोण के प्रकार

हमने देखा कि कोण विभिन्न मापों के होते हैं। कोणों की माप के आधार पर इनके अलग–अलग प्रकार या अलग–अलग नाम होते हैं।

आओ देखें–

सामने के चित्र में दो किरणें क ख एवं क ग हैं। क्या इन दोनों किरणों के मध्य कोई झुकाव है ? दोनों किरणें एक दूसरे पर पडी हुई हैं।

इन किरणों के मध्य 0° का कोण बन रहा है।

समकोण (Right Angle)

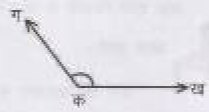
दो किरणों के बीच 90 अंश के कोण को **समकोण** कहते हैं।
समकोण को ∟ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।
1 समकोण = 90°

न्यूनकोण (Acute Angle)

वह कोण जो एक समकोण से छोटा होता है उसे **न्यूनकोण** कहते हैं। न्यून का अर्थ है कम या छोटा।
न्यूनकोण < 90°

अधिक कोण (Obtuse Angle)

वह कोण जो एक समकोण (90°) से बड़ा एवं दो समकोण (180°) से छोटा होता है, **अधिक कोण** कहलाता है।
90° < अधिक कोण < 180°



ऋजुकोण (Straight Angle)

वह कोण जो 180° का होता है, उसे **ऋजुकोण** कहते हैं।

वृहतकोण (Reflex Angle)

वह कोण जो 180° से बड़ा तथा 360° से कम होता है, उसे **वृहतकोण** कहते हैं।

सम्पूर्णकोण (Complete Angle)

वह कोण जो 360° का होता है, उसे **सम्पूर्णकोण** कहते हैं।

स्वयं करो–

चित्र में दिखाए गए कोणों के आधार पर खाली स्थान भरो –

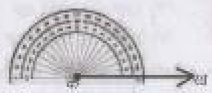
- ∠ ख क ग = ...
- ∟ .... = समकोण
- ∠ .... = ऋजु कोण
- ∠ ख क च = ...
- ∠ ख क ज = ...
- ∠ .... = सम्पूर्ण कोण

चाँदे की सहायता से कोण बनाना

आओ करके सीखें–चाँदे की सहायता से 60° का कोण बनाना।

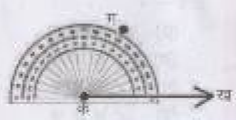
चरण–1 किरण क ख बनाओ–

चरण–2 चाँदे को इस प्रकार रखें कि इसके आधार का मध्य बिन्दु क पर तथा चाँदे की 0° को प्रदर्शित करने वाली रेखा क ख के सहारे हो।



चरण–3 अब चाँदे की परिधि के सहारे मापक स्केल पर 0° से आगे 60° प्राप्त होने तक देखो।

चरण–4 60° के मापक की सीध में बिन्दु ग का निशान लगाओ।



चरण–5 चाँदे को हटाकर किरण क ग बनाओ

कोण ख क ग 60° का है।

स्वयं करो–

- चाँदे की सहायता से निम्नलिखित माप का कोण बनाओ

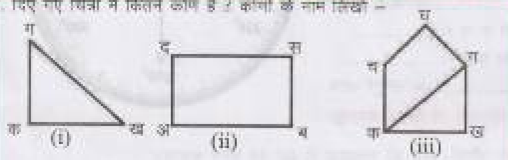
(क) 45° (ख) 165° (ग) 90° (घ) 105°

हम सीख गए

- विभिन्न आकृतियों में कोण व भुजाओं की पहचान करना।
- विभिन्न आकृतियों में कोण एवं भुजाओं के आधार पर पहचान करना।

अभ्यास

1. दिए गए चित्रों में कितने कोण है ? कोणों के नाम लिखो –

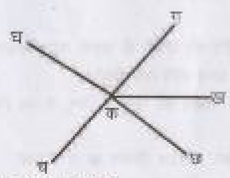


2. निम्नलिखित कोणों को देखकर बताओ कौन सा कोण किस प्रकार का है –

(क) 120° (ख) 48° (ग) 90° (घ) 0° (ङ) 280°
(छ) 360° (ज) 140° (झ) 180° (ट) 220° (ठ) 270°

3. निम्नलिखित आकृतियों को देखकर बताओ कि कौन सा कोण किस प्रकार का है –

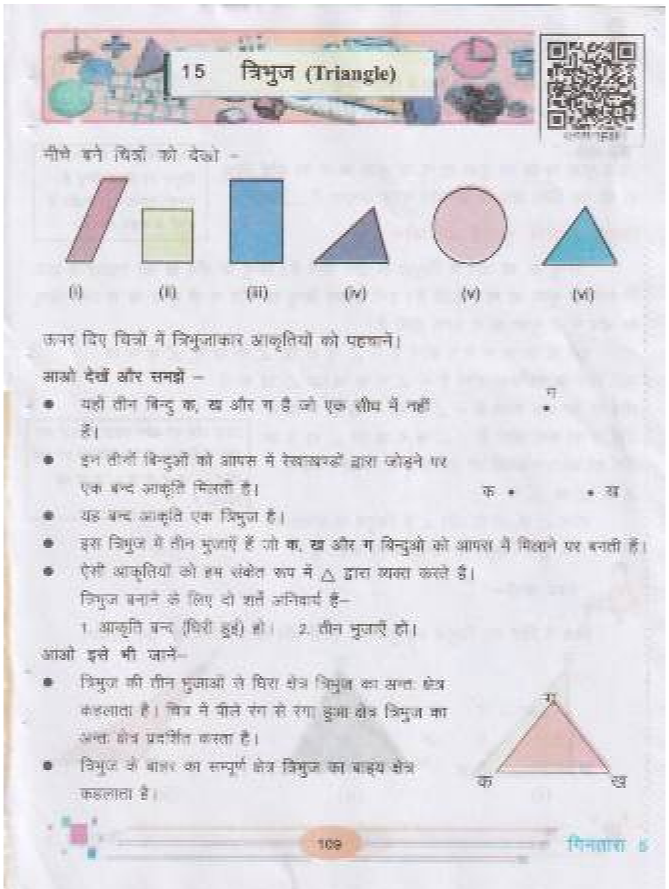
(क) ∠ ख क ग
(ख) ∠ ख क घ
(ग) ∠ ख क च
(घ) ∠ ख क छ



4. चाँदे की सहायता से निम्नलिखित नाप के कोण खींचो –

(क) 30° (ख) 360° (ग) 90° (घ) 140°
(च) 170° (छ) 180° (ज) 200° (झ) 270°

15.त्रिभुज(Triangle)


15 त्रिभुज (Triangle)

नीचे बने चित्रों को देखो –

(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

ऊपर दिए चित्रों में त्रिभुजाकार आकृतियों को पहचानें।

आओ देखें और समझें –

- यहाँ तीन बिन्दु क, ख और ग है जो एक सीध में नहीं हैं।
- इन तीनों बिन्दुओं को आपस में रेखाखण्डों द्वारा जोड़ने पर एक बन्द आकृति मिलती है।
- यह बन्द आकृति एक त्रिभुज है।
- इस त्रिभुज में तीन भुजाएँ हैं जो क, ख और ग बिन्दुओं को आपस में मिलाने पर बनती हैं।
- ऐसी आकृतियों को हम संकेत रूप में △ द्वारा व्यक्त करते हैं।

त्रिभुज बनाने के लिए दो शर्तें अनिवार्य हैं–

1. आकृति बन्द (घिरी हुई) हो। 2. तीन भुजाएँ हों।

आओ इसे भी जानें–

- त्रिभुज की तीन भुजाओं से घिरा क्षेत्र त्रिभुज का अन्तः क्षेत्र कहलाता है। चित्र में पीले रंग से रंगा हुआ क्षेत्र त्रिभुज का अन्तः क्षेत्र प्रदर्शित करता है।
- त्रिभुज के बाहर का सम्पूर्ण क्षेत्र त्रिभुज का बाह्य क्षेत्र कहलाता है।

स्वयं करो–

- त्रिभुज क ख ग के अन्तः क्षेत्र में स्थित बिन्दु ....
- त्रिभुज क ख ग के बाह्य क्षेत्र में स्थित बिन्दु ....

सोचो–

यदि भुजा क ख या भुजा ख ग या भुजा क ग पर कोई बिन्दु हो तो वह किस क्षेत्र के अन्तर्गत माना जाएगा ? ....

> नोट– बिन्दु क, ख और ग त्रिभुज पर स्थित बिन्दु हैं। इनकी गणना न अन्तःक्षेत्र में होगी न बाह्य क्षेत्र में।

त्रिभुज के शीर्ष, भुजाएँ और कोण

बिन्दु क, ख और ग त्रिभुज के तीन **शीर्ष** हैं। बिन्दु **क** और **ख** को रेखाखण्ड द्वारा मिलाने पर भुजा **क ख** मिलती है। इसी प्रकार बिन्दु **ख** और ग से भुजा **ख** ग तथा बिन्दु क और ग से भुजा **क** ग प्राप्त होती है।

इस Δ क ख ग में 3 कोण हैं – ∠ ग क ख, ∠ क ख ग, ∠ क ग ख

यहाँ शीर्ष क पर बना कोण है – ∠ ग क ख या ∠ ख क ग

शीर्ष ख पर बना कोण है – ∠ क ख ग या ∠ ग ख क

शीर्ष ग पर बना कोण है – ∠ क ग ख या ∠ ख ग क

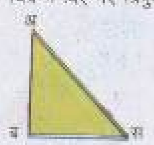
शीर्ष पर बने इन कोणों को इस तरह भी लिख सकते हैं – ∠ क, ∠ ख, ∠ ग

> जिस शीर्ष पर कोण बनता है, उसे हम बीच में लिखते हैं जैसे शीर्ष **क** पर बना कोण ∠ **ख क** ग या ∠ ग **क ख** लिखते हैं।

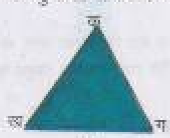
कोण ∠ क, ∠ ख और ∠ ग त्रिभुज के अन्दर बन रहे हैं। अतः इन्हें त्रिभुज के **अन्तः कोण** कहते हैं।

स्वयं करो–

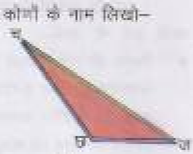
चित्र में दिए गए त्रिभुज की भुजाओं, शीर्षों और अन्तः कोणों के नाम लिखो–



(i)



(ii)



(iii)

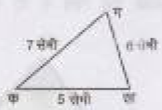
त्रिभुज की दो भुजाओं के योग की तुलना तीसरी भुजा से करना

दिए गए △ क ख ग में,

भुजा क ख + भुजा ख ग = (5 + 6) सेमी = 11 सेमी

चूँकि 11 > 7

इसलिए भुजा क ख + भुजा ख ग > भुजा क ग



भुजा क ग + भुजा ख ग = (7+6) सेमी = 13 सेमी

चूँकि 13 > 5

इसलिए भुजा (क ग + ख ग) > क ख

इसी प्रकार भुजा क ख + भुजा क ग = 12 सेमी

जो भुजा ख ग (6 सेमी) से अधिक है।

> त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाइयों का योगफल तीसरी भुजा की लम्बाई से अधिक होता है।

दिए गए त्रिभुज क ख ग में किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाइयों का अन्तर निकालकर तीसरी भुजा की लम्बाई से तुलना –

भुजा क ग – भुजा क ख = 7 सेमी – 5 सेमी = 2 सेमी

2 सेमी < भुजा ख ग

अतः क ग – क ख < ख ग

> त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाई का अन्तर तीसरी भुजा से कम होता है।

त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योगफल

त्रिभुज के चित्र को देखो –

शिक्षक – राजू, त्रिभुज के तीनों अन्तःकोण कौन–कौन से है ?

राजू – त्रिभुज के तीनों अन्तःकोण ∠क, ∠ख और ∠ग हैं।

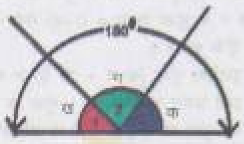
शिक्षक – अब्दुल इन कोणों की माप करो।

अब्दुल – $\angle$क = 55° $\angle$ख = 45° और $\angle$ग = 80°

शिक्षक – सलमा त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग करो।

सलमा – $\angle$क + $\angle$ख + $\angle$ग = 55° + 45° + 80° = 180°

आओ इसे चित्र से भी समझें –

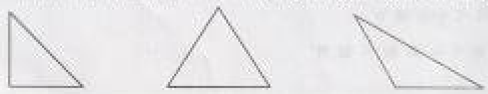


हमने देखा कि –

> किसी भी त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योगफल सदैव 180° होता है।

स्वयं करो–

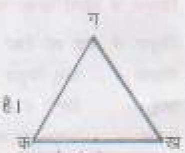
- नीचे बने चित्रों में अन्तः कोणों की माप कर उनका अलग–अलग योगफल ज्ञात करो –



(i)   (ii)   (iii)

त्रिभुज के प्रकार : भुजाओं के आधार पर

समबाहु त्रिभुज (Equilateral Triangle)



शिक्षक – फरीदा सामने बने चित्रों को मापो।

फरीदा – चित्र में बने त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 4 सेमी है।

शिक्षक – बहुत अच्छा !

हमने देखा कि चित्र में बने त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर लम्बाई की है।

ऐसे त्रिभुज जिनकी तीनों भुजाएँ बराबर हों, उसे समबाहु त्रिभुज कहते हैं।
समबाहु का अर्थ है– सभी भुजाएँ बराबर

समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles triangle)

आओ अब इन चित्रों को देखें–

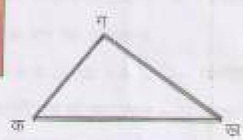
शिक्षक – राहुल, चित्र में बने त्रिभुजों की भुजाओं की माप करो।

राहुल – चित्र में बने त्रिभुज की दो भुजाएँ क ख और क ग की लम्बाई 3–3 सेमी है, जबकि भुजा ख ग की लम्बाई 2 सेमी है।

शिक्षक – शाबाश !

हमने देखा कि चित्र में बने त्रिभुज की दो–दो भुजाएँ समान लम्बाई की हैं, जबकि एक भुजा की लम्बाई दोनों भुजाओं से अलग है।

ऐसे त्रिभुज जिनकी दो भुजाएँ समान या बराबर हों तथा एक भुजा अलग लम्बाई की हो उन्हें समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं।
समद्विबाहु का अर्थ है– दो भुजाएँ बराबर।



विषमबाहु त्रिभुज (Scalene triangle)

आओ अब इस चित्र को भी देखें –

शिक्षक – सिद्धू, इस चित्र में बने त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई की माप करो।

सिद्धू – चित्र में बने त्रिभुज में–

भुजा क ख = 5 सेमी, भुजा क ग = 3 सेमी तथा भुजा ख ग = 4 सेमी

शिक्षक– बहुत अच्छा !

सिद्धू – यहाँ तो त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई अलग–अलग है।

ऐसे त्रिभुज जिनकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई असमान हो, उन्हें विषमबाहु त्रिभुज कहते हैं।
विषमबाहु का अर्थ है – असमान भुजाओं वाला

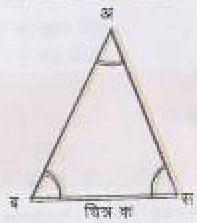
स्वयं करो–

△ क ख ग में,

भुजा क ख	ख ग	ग क	त्रिभुज का प्रकार
4 सेमी	4 सेमी	3 सेमी	समद्विबाहु
10 सेमी	9 सेमी	7 सेमी	
5 सेमी	5 सेमी	5 सेमी	
3 सेमी	4 सेमी	5 सेमी	
11 सेमी	11 सेमी	12 सेमी	

त्रिभुजों के प्रकार– (कोणों के आधार पर)

न्यूनकोण त्रिभुज (Acute Angled Triangle)



चित्र क

चित्र को देखो –

शिक्षक – रीतिका चित्र क में बने त्रिभुज के प्रत्येक अन्तःकोण की माप बताओ –

रीतिका – $\angle$ अ = 30°, $\angle$ ब = 75° और $\angle$ स = 75°

शिक्षक – हमने देखा कि इस त्रिभुज के तीनों अन्तःकोण 90° से कम है अर्थात् न्यूनकोण है।

ऐसे त्रिभुज जिनके सभी अंतः कोण न्यूनकोण हों, उन्हें न्यूनकोण त्रिभुज कहते हैं।

समकोण त्रिभुज (Right Angled Triangle)

चित्र-ख

शिक्षक – मीना चित्र ख में बने त्रिभुज के तीनों कोणों की माप करो।

मीना – $\angle$ अ = 90°, $\angle$ ब = 30° और $\angle$ स = 60°

शिक्षक – बहुत अच्छा ! महेश बताओ इस त्रिभुज में सबसे बड़े कोण की माप क्या है ?

महेश – 90°

शिक्षक – हमने देखा कि चित्र ख में त्रिभुज का एक कोण समकोण या 90° का है तथा शेष दो कोण न्यूनकोण हैं।

ऐसा त्रिभुज जिसका कोई एक कोण समकोण हो, उसे समकोण त्रिभुज कहते हैं।

अधिक कोण त्रिभुज (Obtuse Angled Triangle)

शिक्षक – पीटर चित्र ग में बने त्रिभुज के तीनों कोणों की माप करो।

पीटर – ∠अ = 130°, ∠ब = 20° और ∠स = 30°

चित्र ग

शिक्षक – इस त्रिभुज का सबसे बड़ा कोण कौन–सा है ?

पीटर – ∠अ = 130° जो कि अधिक कोण है।

शिक्षक – हम लोगों ने देखा कि चित्र ग में बने त्रिभुज का एक कोण अधिक कोण है तथा शेष दो कोण न्यूनकोण हैं।

ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण अधिक कोण हो, उसे अधिक कोण त्रिभुज कहते हैं।

स्वयं करो

रिक्त स्थानों की पूर्ति करो–

त्रिभुज	∠ अ	∠ ब	∠ स	त्रिभुज का प्रकार
अ ब स	60°	90°	30°	समकोण त्रिभुज
अ ब स	70°	—	40°	—
अ ब स	20°	30°		—
अ ब स	45°	—	45°	—
अ ब स	60°	—	75°	—

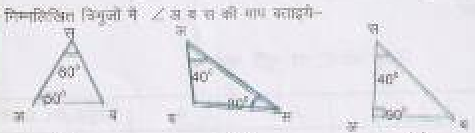
हम सीख गए

- त्रिभुज में तीन शीर्ष, तीन भुजाएँ तथा तीन कोण होते हैं।
- त्रिभुज के अन्दर के कोणों को अन्तः कोण कहते हैं।
- त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाइयों का योग तीसरी भुजा की लम्बाई से अधिक होता है।
- त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाइयों का अन्तर तीसरी भुजा की लम्बाई से कम होता है।
- त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योगफल 180° या दो समकोण होता है।
- भुजाओं के आधार पर त्रिभुज तीन प्रकार के होते हैं- समबाहु त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज और विषमबाहु त्रिभुज
- कोणों के आधार पर त्रिभुज तीन प्रकार के होते हैं- न्यूनकोण त्रिभुज, समकोण त्रिभुज तथा अधिक कोण त्रिभुज

अभ्यास

1. निम्नलिखित चित्रों में न्यूनकोण,समकोण तथा अधिक कोण त्रिभुज पहचानिये-

2. निम्नलिखित त्रिभुजों में ∠ अ ब स की माप बताइये-



(क) (ख) (ग)

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो-

(क) त्रिभुज में .... शीर्ष .... कोण तथा .... भुजाएँ होती हैं।

(ख) त्रिभुज के तीनों कोणों का योगफल .... अंश होता है।

(ग) त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की माप का योग तीसरी भुजा से ..... होता है।

(घ) त्रिभुज की दो भुजाओं की माप का अन्तर तीसरी भुजा से .... होता है।

16.वृत्त(Circle)

16 वृत्त (Circle)

कंगन | सिक्का | चकला | थाली

शिक्षक – ऊपर बनी वस्तुओं के चित्रों को देखो और बताओ कि इनका किनारा कैसा दिखता है ?

प्रकाश – गोल–गोल दिखता है।

शिक्षक – नहीं, इन वस्तुओं के किनारे वृत्ताकार हैं। गेंद जैसी वस्तुओं को गोलाकार कहते हैं। अब तुम लोग कुछ अन्य वृत्ताकार आकृति वाली वस्तुओं के नाम बताओ–

मीना – टायर, चूड़ी, रोटी, तवा, ————

वृत्त के अंग

शिक्षक – सभी बच्चे विद्यालय के खेल के मैदान में खड़े हो जाएँ।
दीपू, तुम मैदान के बीच में इस रस्सी का एक सिरा पकड़कर खड़े हो जाओ।
मुमताज, तुम रस्सी का दूसरा सिरा पकड़कर दीपू से जितना दूर जा सकती हो चली जाओ।

दीपू – मैं रस्सी का एक सिरा पकड़कर खड़ा हो गया हूँ।

मुमताज – मैडम, मैं भी रस्सी का दूसरा सिरा पकड़कर दीपू से जितना दूर जा सकती थी, पहुँच गयी।

शिक्षक – पीटर, मुमताज जहाँ–जहाँ चल कर जाएगी, तुम उस रास्ते पर चूना डालते जाना।

पीटर – ठीक है, मैडम।

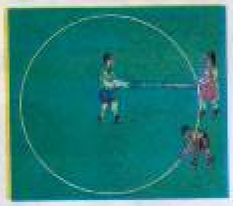
शिक्षक – मुमताज अब तुम दीपू के चारों ओर तनी हुई रस्सी पकड़कर चलो।

मुमताज – जी मैडम।

शिक्षक – बच्चों पीटर के चूना डालने के बाद कौन सी आकृति बन गयी ?

बच्चे – वृत्ताकार

शिक्षक – बहुत अच्छा ।



*जिस बिन्दु के चारों ओर वृत्त बनता है, उस बिन्दु को वृत्त का **केन्द्र (Centre)** कहते हैं।*

रजनी तुम बताओ वृत्त के केन्द्र पर कौन खड़ा है ?

रजनी – वृत्त के केन्द्र पर दीपू खड़ा है।

शिक्षक – शाबाश !

*वृत्त के केन्द्र से जितनी दूरी पर वृत्त खींचा जाता है, केन्द्र से वृत्त तक की यह दूरी वृत्त की **त्रिज्या (Radius)** होती है।*

नवजोत, बताओ इस वृत्त में त्रिज्या कौन सी है ?

नवजोत – मैडम, वृत्त की त्रिज्या उस रस्सी की लम्बाई है, जो दीपू और मुमताज ने पकड़ रखी है।

शिक्षक – बहुत अच्छा!

हमने देखा कि मुमताज जिस रास्ते पर चल रही थी, पीटर ने उस रास्ते पर चूना डाला तो वृत्ताकार आकृति बन गई।

जानते हो चूने से बनी इस आकृति की कुल लम्बाई ही इस ***वृत्त की परिधि (Circumference)*** है। दीपू अब तुम पहले वाली रस्सी की जगह उसकी दो गुनी लम्बी रस्सी को ठीक बीच से पकड़कर वहीं खड़े हो जाओ, जहाँ केन्द्र पर तुम खड़े थे।

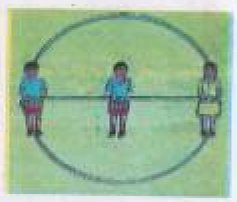
मुमताज तुम उस रस्सी का एक सिरा पकड़ कर वृत्त के किसी भी बिन्दु पर खड़ी हो जाओ।

दीपू और मुमताज – ठीक है, मैडम।

शिक्षक – राजन, तुम रस्सी का दूसरा सिरा पकड़ कर मुमताज के ठीक विपरीत जितनी दूर जा सकते हो, जाओ।

राजन – मैडम, मैं तो वृत्त के ऊपर ही आ गया।

शिक्षक – हाँ, ऐसा ही होना चाहिए।
जानते हो ऐसा क्यों हुआ ?
क्योंकि दीपू और मुमताज के बीच रस्सी की लम्बाई उतनी ही है जितनी दीपू और तुम्हारे बीच की रस्सी की लम्बाई है।



दीपू – हाँ, मैडम ! मैंने रस्सी को ठीक बीच से पकड़ा है और मैं तो केन्द्र हूँ।

शिक्षक – बिल्कुल ठीक !

अब इस पूरी रस्सी को वृत्त का व्यास कहेंगे जो कि त्रिज्या का दो गुना है।

इस तरह **व्यास = 2 X त्रिज्या**

> व्यास ***(Diameter)*** वृत्त के दो बिन्दुओं को मिलाने वाला रेखाखण्ड है जो केन्द्र से होकर जाता है।

मुमताज और राजन एक दूसरे के ठीक विपरीत रहते हुए जितने बिन्दुओं पर जाएंगे उन प्रत्येक बिन्दुओं पर रस्सी व्यास को दिखाएगी।

इस तरह हमने देखा कि किसी वृत्त में अनेक व्यास और अनेक त्रिज्याएँ होती है।

शिक्षक – गुंजन, अब तुम चूने से बने वृत्ताकार आकृति पर खड़ी हो जाओ।

रमेश – जी मैडम, मैं खड़ी हो गयी।

शिक्षक – पीटर, गुंजन जहाँ खड़ी है वहाँ अधिक चूना डालकर चौड़ा बिन्दु बनाओ।

पीटर – बना दिया मैडम।

शिक्षक – गुंजन तुम वृत्त पर थोड़ी दूर चलकर फिर रुक जाओ।

गुंजन – ठीक है, मैडम।

शिक्षक – पीटर, गुंजन जहाँ रुक कर खड़ी है उस बिन्दु पर भी चूना डालकर उसे चौड़ा बनाओ।

पीटर – जी बना दिया।

हमने देखा कि अब जो आकृति बनी, वह उसी वृत्त का एक भाग या हिस्सा है। इसे वृत्त का चाप कहते हैं।

अतः ऐसी खुली आकृति जो किसी वृत्त का एक भाग या हिस्सा हो, उसे वृत्त का चाप **(Arc)** कहते हैं

वृत्ताकार आकृति खींचना

आओ देखें–

रेशमा ने परकार (Compass) पर पटरी से मापकर 3 सेमी दूरी ली। अब उसने अपनी कॉपी पर परकार के नुकीले सिरे को बिन्दु 'क' पर रखा तथा पेंसिल वाले सिरे को नुकीले सिरे के चारों ओर घुमाया।

बताओ–

- जब रेशमा पेंसिल वाले सिरे को पूरा घुमाती है तो कौन सी आकृति बनी ? ....
- रेशमा ने जो 3 सेमी की दूरी परकार पर ली थी, उसे वृत्त का कौन सा अंग कहेंगे ? ....

इस प्रकार हम अलग–अलग त्रिज्याओं के वृत्त खींच सकते हैं।

स्वयं करो– निम्नलिखित त्रिज्याओं के अलग–अलग वृत्त बनाओ –

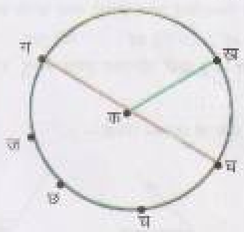
● 4 सेमी ● 6 सेमी ● 8 सेमी

हम सीख गए

- वृत्त के अन्दर स्थित जिस बिन्दु से वृत्त पर स्थित सभी बिन्दु समान दूरी पर हों, उसे वृत्त का केन्द्र कहते हैं।
- वृत्त के केन्द्र से वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु की दूरी वृत्त की त्रिज्या होती है।
- वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु से केन्द्र से होते हुए वृत्त के दूसरे बिन्दु तक जाने वाला रेखाखण्ड वृत्त का व्यास कहलाता है।
- वृत्त के व्यास की लम्बाई, वृत्त की त्रिज्या की दो गुनी होती है।
- वृत्त का सम्पूर्ण घेरा वृत्त की परिधि कहलाता है।
- वृत्त की परिधि का कोई छोटा हिस्सा या भाग वृत्त का चाप कहलाता है।
- दी गई त्रिज्या या व्यास के आधार पर वृत्त बनाना।

अभ्यास

1. चित्र को देखते हुए स्तम्भ 'अ' और स्तम्भ 'ब' का मिलान करें।



स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
केन्द्र	च छ ज
व्यास	क
त्रिज्या	वृत्त के पूरे चक्कर की लम्बाई
चाप	क ख
परिधि	ग घ

2. निम्नलिखित त्रिज्या का वृत्त बनाइये –
(क) 5 सेमी (ख) 4.5 सेमी (ग) 6.0 सेमी

3. किसी वृत्त की त्रिज्या की लम्बाई 4 सेमी है। वृत्त का व्यास बताइए।

कितना सीखा – 4

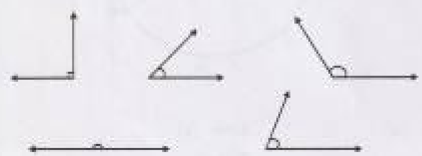
1. एक मैदान की चौड़ाई 80 मी तथा लम्बाई 140 मी है। इसके चारों ओर तीन चक्कर लगाने में कितनी दूरी तय करनी होगी ?

2. चाँदा की सहायता से निम्नांकित कोण बनाओ तथा उनके प्रकार लिखो –

   (क) 15°   (ख) 45°   (ग) 60°   (घ) 100°   (ङ) 120°   (च) 90°

3. एक रेखाखण्ड ब स = 3 सेमी खींचकर इसके बिन्दु 'स' पर 90° अंश के कोण की रचना करो।

4. निम्नांकित कोणों को चाँदे से नापकर लिखो –



5. दिए गए व्यास के वृत्त बनाओ –

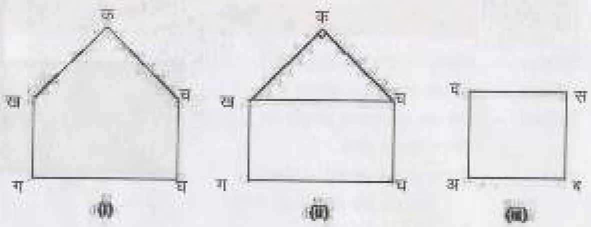
   (क) 6 सेमी   (ख) 5 सेमी   (ग) 4 सेमी

6. प्रकाश ने बैंक से 7% वार्षिक ब्याज की दर से 13000 रुपये उधार लिया। तीन वर्ष बाद कितना धन बैंक को वापस करना पड़ा ?

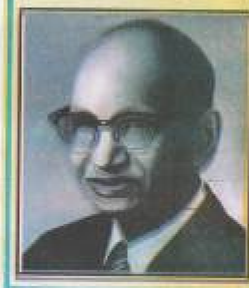
7. निम्नलिखित तालिका में रिक्त स्थानों को भरो –

क्रमांक	∠अ	∠ब	∠स	योग
1.	60°	....	90°	180°
2.	....	70°	30°	180°
3.	75°	65°	....	180°
4.	110°	50°	20°	....

8. नीचे दिए गए चित्रों में चाँदा से नापकर समकोणों की संख्या बताओ।



महान गणितज्ञ



राज चन्द्र बोस

यह भारतीय अमेरिकी गणितज्ञ एवं सांख्यिकीविद् थे। इनका जन्म मध्य प्रदेश के होशंगाबाद जिले में 1901 में हुआ। बचपन से ही उन्हें गणित का अत्यधिक शौक था और गणित के कठिन प्रश्न उन्हें आकर्षित किया करते थे। उन्होंने गणित शिक्षक के रूप में भी कार्य किया।

17.क्षेत्रफल(Area)

शिक्षिका – राधिका, ये कौन सी आकृति है ?

राधिका – यह एक आयताकार आकृति है।

शिक्षिका – मीना इस आयताकार आकृति का परिमाप कितना होगा ?

मीना – परिमाप = 2 x (लम्बाई + चौड़ाई)

= 2 x (30 सेमी + 20 सेमी)

= 2 x 50 सेमी

= 100 सेमी

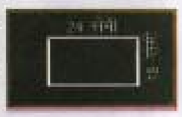
इस आकृति का परिमाप 100 सेमी है।

शिक्षिका – शाबाश ! हमने देखा इस आयताकार आकृति के चारों किनारों की कुल लम्बाई अर्थात परिमाप 100 सेमी है। इस आकृति के मध्य रंगीन भाग को हम इस आयताकार आकृति का क्षेत्र कहते हैं। इस आकृति से घिरा हुआ पूरा स्थान इसका क्षेत्र है। इस क्षेत्र की माप ही इसका क्षेत्रफल है।

आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल

गतिविधि

श्यामपट्ट पर किताब रखकर इसके चारों ओर रेखाखण्ड खींचकर किताब को हटा दें। इसकी लम्बाई की माप 24 सेमी तथा चौड़ाई की माप 18 सेमी है। हमें इस आयताकार आकृति का क्षेत्रफल या इस आकृति से घिरा हुआ सम्पूर्ण स्थान मापना है।



इस स्थान का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हम आयताकार आकृति की लम्बाई और चौड़ाई का आपस में गुणा करते हैं–

आयताकार आकृति की लम्बाई = 24 सेमी

आयताकार आकृति की चौड़ाई = 18 सेमी

आयताकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई

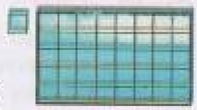
= 24 सेमी x 18 सेमी

= 432 वर्ग सेमी

हम जान गए कि –

किसी आयताकार आकृति का क्षेत्रफल उसकी लम्बाई और चौड़ाई का गुणनफल होता है।
आयताकार आकृति का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई

आओ इसे ऐसे समझें –



हमने 1 सेमी लम्बाई और 1 सेमी चौड़ाई के रंगीन कागज के वर्गाकार आकृति के टुकड़े लिए।

आओ ऊपर की आयताकार आकृति में इन कागज के वर्गाकार टुकड़ों को इस प्रकार चिपकाएँ कि टुकड़े एक दूसरे से बिल्कुल सटे हुए हों।

1 सेमी लम्बाई और 1 सेमी चौड़ाई के वर्गाकार कागज का क्षेत्रफल है –

लं० x चौ० = 1 सेमी x 1 सेमी

= 1 वर्ग सेमी

क्षेत्रफल को हम वर्ग इकाई में नापते हैं।

गिनो और बताओ कि कुल कितने रंगीन वर्गाकार कागज के टुकड़े चिपकाए गए ?

8 टुकड़े लम्बाई में x 5 टुकड़े चौड़ाई में = 40 टुकड़े

हमने देखा कि इस आकृति का कुल क्षेत्रफल 40 वर्ग सेमी है क्योंकि प्रत्येक छोटे टुकड़े का क्षेत्रफल 1 वर्ग सेमी है। यही क्षेत्रफल हमें ऊपर की आकृति की लम्बाई और चौड़ाई के गुणनफल से भी प्राप्त हुआ– 8 सेमी x 5 सेमी = 40 वर्ग सेमी

स्वयं करो–

- सामने बने आयताकार चित्र में 1 वर्ग सेमी क्षेत्रफल वाले कागज के टुकड़ों को चिपकाकर क्षेत्रफल ज्ञात करो।

- एक आयताकार खेत की लम्बाई 20 मीटर तथा चौड़ाई 12 मीटर है। खेत का क्षेत्रफल बताओ।

इन्हें भी जानो –

1 सेमी = 10 मिमी
1 वर्ग सेमी = (10 मिमी) x (10 मिमी)
या 1 वर्ग सेमी = 100 वर्ग मिमी

1 मीटर = 100 सेमी
1 वर्ग मीटर = (100 सेमी) x (100 सेमी)
या 1 वर्ग मीटर = 10000 वर्ग सेमी

क्षेत्रफल की बड़ी इकाई एयर होती है।

1 एयर = (10 मी) X (10 मी)
= 100 वर्ग मी

1 हेक्टेयर = 100 एयर
= 100 X 100 वर्ग मी
= 10000 वर्ग मी

वर्गाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल –

आओ एक ऐसी वर्गाकार आकृति बनाते हैं जिसकी प्रत्येक भुजा 5 सेमी है।

हम जानते हैं कि **क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई**

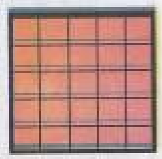
वर्गाकार क्षेत्र की प्रत्येक भुजा बराबर होती है।

अतः वर्गाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = लम्बाई x चौड़ाई
= भुजा x भुजा
= 5 सेमी x 5 सेमी
= 25 वर्ग सेमी

हम जान गए कि –

वर्गाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल = भुजा x भुजा

आओ ऐसे भी समझें –



सामने की वर्गाकार आकृति में 1 वर्ग सेमी कागज के टुकड़े इस प्रकार चिपकाएँ कि टुकड़े आपस में सटे हुए हों।

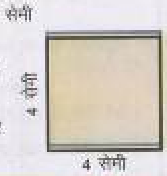
बताओ कुल कितने टुकड़े चिपकाए गए ?

कुल चिपकाए गए टुकड़ों की संख्या = 25

अतः आकृति का कुल क्षेत्रफल = 25 वर्ग सेमी

यही क्षेत्रफल हमें ऊपर की आकृति की लम्बाई और चौड़ाई के गुणनफल से भी प्राप्त हुआ है –5 सेमी x 5 सेमी = 25 वर्ग सेमी

स्वयं करो–



- सामने के वर्गाकार चित्र में 1 वर्ग सेमी के कागज के टुकड़े चिपकाकर क्षेत्रफल ज्ञात करो।
- एक वर्गाकार कमरे की लम्बाई 12 मीटर है। वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

वार्तिक प्रश्न

उदाहरण 1 : आम का एक पेड़ लगाने के लिए 25 वर्ग मीटर जगह चाहिए। रहीम के खेत की लम्बाई तथा चौड़ाई क्रमशः 50 मीटर और 40 मीटर है। वह खेत में अधिक से अधिक कितने पेड़ लगा सकता है ?

हल : खेत का क्षेत्रफल = लम्बाई X चौड़ाई

= 50 X 40 वर्ग मी

= 2000 वर्ग मी

एक पेड़ के लिए आवश्यक स्थान का क्षेत्रफल = 25 वर्ग मी

पेड़ों की संख्या ज्ञात करने के लिए खेत के क्षेत्रफल को एक पेड़ के लिए आवश्यक स्थान के क्षेत्रफल से भाग दिया जाएगा।

अतः अधिकतम पेड़ों की संख्या $= \frac{2000}{25}$

$= 80$

अतः रहीम अपने खेत में अधिकतम 80 पेड़ लगा सकता है।

उदाहरण 2 : एक आयताकार हॉल का क्षेत्रफल 50 वर्ग मी है। यदि उसकी लम्बाई 10 मी हो तो चौड़ाई बताओ।

हल : हॉल का क्षेत्रफल = लम्बाई X चौड़ाई

50 = 10 X चौड़ाई

या चौड़ाई $= \frac{50}{10}$ मी = 5 मी

अतः हॉल की चौड़ाई 5 मीटर है।

हम सीख गए

- [illegible]

अभ्यास

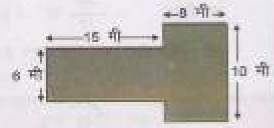
1. क्षेत्रफल बताओ –
   - (क) उस आयत का जिसकी ल० = 8.5 मी और चौ० = 4 सेमी
   - (ख) उस आयत का जिसकी ल० = 4 मी और चौ० = 3.5 सेमी
   - (ग) उस आयत का जिसकी ल० =1.5 मी और चौ० =0.75 सेमी
   - (घ) उस वर्ग का जिसकी एक भुजा = 7.5 सेमी

2. रिक्त स्थान भरो–

लम्बाई	चौड़ाई	क्षेत्रफल	
		वर्ग मीटर	वर्ग सेमी
30 सेमी	25 सेमी	....	....
3 मीटर	50 सेमी	....	....
0.75 मीटर	2 मीटर	....	....

3. एक आँगन की लम्बाई 15 मी और चौड़ाई 10 मी है। आँगन की फर्श पर 0.50 वर्गमी के कितने पत्थर बिछाए जा सकते हैं ? एक पत्थर लगाने का खर्च ₹2.50 है। पूरे आँगन में पत्थर बिछाने में कितना खर्च आएगा ?

4. एक खेत की आकृति दी गई है। इसका क्षेत्रफल बताओ।



5. एक वर्गाकार खेत की लम्बाई 50 मी है। यदि जुताई 50 पैसे प्रति वर्ग मीटर हो तो पूरे खेत की जुताई में कितना खर्च होगा ?

18.आयतन(Volume) और धारिता(Capacity)

18 आयतन (Volume) और धारिता (Capacity)

हम जानते हैं कि ऐसी आकृतियाँ जिनमें लम्बाई और चौड़ाई होती है, उनके द्वारा घेरा गया स्थान उनका क्षेत्रफल होता है।

आओ अब ऐसी ठोस वस्तुओं को देखें जिनमें लम्बाई, चौड़ाई के साथ–साथ ऊँचाई भी होती है, जैसे–

घन (Cube) घनाभ (Cuboid)

ऐसी वस्तुओं में लम्बाई, चौड़ाई के साथ–साथ ऊँचाई भी होती है। इन वस्तुओं के द्वारा घेरे गए स्थान को हम इन वस्तुओं का **आयतन** (Volume) कहते हैं।

शिक्षक – आओ, इस जूते के डिब्बे को देखें। जया बताओ कि जूते के डिब्बे की आकृति कैसी है ?

जया – जूते के डिब्बे की आकृति घनाभाकार है।

शिक्षक – रोहित इस जूते के डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई की माप करो।

रोहित – मैडम जूते के डिब्बे की लम्बाई = 20 सेमी चौड़ाई = 10 सेमी ऊँचाई = 8 सेमी है

शिक्षक – सलमा क्या तुम बता सकती हो कि इस डिब्बे ने कितना स्थान घेरा है ?

सलमा – हाँ मैडम यह डिब्बा लम्बाई में 20 सेमी, चौड़ाई में 10 सेमी और ऊँचाई में 8 सेमी स्थान घेरता है।

शिक्षक – वेरी गुड ! सलमा ने हमें बताया कि डिब्बा लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों दिशा में स्थान घेरता है। इस घेरे गए स्थान का मापन हम लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों का आपस में गुणा करके पता करते हैं। डिब्बे द्वारा घेरे गए इसी स्थान को हम डिब्बे का **आयतन** कहेंगे।

डिब्बे का आयतन = लम्बाई x चौड़ाई x ऊँचाई

आयतन को घन इकाई में मापते हैं। जैसे– घन सेन्टीमीटर, घनमीटर आदि।

शिक्षक – रानी बताओ जूते के डिब्बे का आयतन कितना होगा ?

रानी – 20 सेमी x 10 सेमी x 8 सेमी = 1600 घन सेमी।

शिक्षक – शाबाश।

हमने देखा कि–

घनाभ का आयतन = लम्बाई x चौड़ाई x ऊँचाई

आओ इसे भी देखें–

शिक्षक – यह लूडो का पासा है। रोली, बताओ यह कैसी आकृति है ?

रोली – यह घनाकार आकृति है।

शिक्षक – गुड ! रुबी तुम इस घनाकार पासे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई माप कर बताओ।

रुबी – पासे की लम्बाई = 2 सेमी, चौड़ाई = 2 सेमी और ऊँचाई = 2 सेमी

शिक्षक – शाबाश ! राहुल बताओ यह घन कितना स्थान घेरता है ?

राहुल – यह घन लम्बाई में 2 सेमी, चौड़ाई में 2 सेमी तथा ऊँचाई में भी 2 सेमी स्थान घेरता है।

शिक्षक – वेरी गुड! हमने देखा कि घन लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई तीनों दिशा में समान स्थान घेरता है। इस घेरे गए स्थान की माप के लिए हम घन की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का आपस में गुणा करते हैं। रोजी, अब बताओ पासे ने कितना स्थान घेरा है ?

रोजी – मैडम, पासे की तो लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई सभी बराबर हैं। इसलिए 2 सेमी x 2 सेमी x 2 सेमी = 8 घन सेमी।

शिक्षक – शाबाश ! घनाकार पासा 8 घन सेमी स्थान घेरता है। पासे द्वारा घेरी गयी इस पूरी जगह को हम इस पासे का आयतन कहते हैं।

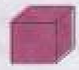
हमने देखा–

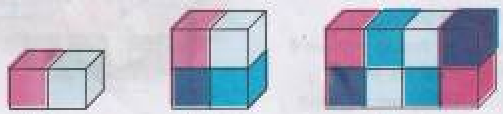
घन का आयतन = लम्बाई x चौड़ाई x ऊँचाई

या घन का आयतन = भुजा x भुजा x भुजा

गतिविधि

लकड़ी या प्लास्टिक के कुछ गुटके लें जिनकी लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई (मोटाई) समान हो। इन गुटकों की सहायता से विभिन्न लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई के घनाभ बनाएँ। सामने 1 सेमी लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई के गुटके का चित्र है। इसकी सहायता से नीचे कुछ घनाभ बनाये गये हैं। देखो –





चित्र – 1   चित्र – 2   चित्र – 3

पहले चित्र में 2, दूसरे में 4 तथा तीसरे चित्र में 8 गुटके हैं। प्रत्येक गुटके की लम्बाई, चौड़ाई और मोटाई 1 सेमी है। अर्थात् प्रत्येक गुटके का आयतन 1 घन सेमी है।

अतः इन आकृतियों का आयतन क्रमशः 2 घन सेमी, 4 घन सेमी तथा 8 घन सेमी है।

उदाहरण–1 एक पेंसिल बॉक्स की लम्बाई 20 सेमी, चौड़ाई 6 सेमी तथा ऊँचाई 3 सेमी है। पेंसिल बॉक्स का आयतन बताओ।

हल : पेंसिल बॉक्स घनाभाकार है।

घनाभ का आयतन = लम्बाई x चौड़ाई x ऊँचाई
= 20 सेमी x 6 सेमी x 3 सेमी
= 360 घन सेमी

अतः पेंसिल बॉक्स का आयतन 360 घन सेमी है।

उदाहरण 2 : चॉक के डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई 8 सेमी है। चॉक के डिब्बे का आयतन बताओ।

हल : चॉक के डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई बराबर है। अतः यह डिब्बा घनाकार है।

घन का आयतन = भुजा x भुजा x भुजा
= 8 सेमी x 8 सेमी x 8 सेमी
= 512 घन सेमी

अतः चॉक के डिब्बे का आयतन 512 घन सेमी है।

धारिता (Capacity)

किसी बर्तन में जितना द्रव (तरल) पदार्थ भरा जा सकता है वही उसकी धारिता है। किसी बाल्टी में यदि चार जग पानी आता है तो बाल्टी की धारिता चार जग होगी।
यदि जग में छह गिलास पानी आता है तो जग की धारिता छह गिलास है।
चम्मच, कप, गिलास, जग तथा बाल्टी की धारिता अलग-अलग होती है। बर्तनों की धारिता जानने के लिए चम्मच से कप, कप से गिलास, गिलास से जग तथा जग से बाल्टी भरो। देखो, किस बर्तन की धारिता कितनी है ?

(क) कप में कितने चम्मच पानी आता है ? ....

(ख) एक गिलास में कितने कप पानी आता है ? ....

(ग) जग की धारिता कितने गिलास पानी के बराबर है ? ....

(घ) बाल्टी की धारिता कितने जग पानी के बराबर है ? ....

द्रव पदार्थों की प्रकृति बहने की है। अतः पानी, पेट्रोल, दूध, मिट्टी का तेल आदि पदार्थ बर्तन में रखे जाते हैं। बर्तन में लम्बाई, चौड़ाई तथा गहराई (ऊँचाई) होती है। इसलिये द्रवों की माप भी आयतन के रूप में ही होती है। जिसे **धारिता** कहते हैं। धारिता की इकाई लीटर है। लीटर को संक्षेप में ली और मिलीलीटर को **मिली** लिखते हैं।

1 लीटर	=	1000 मिली लीटर
1 मिली लीटर	=	1 घन सेमी

हम सीख गए

- आयतन एवं धारिता का अर्थ।
- आयतन एवं धारिता की इकाइयों के ...

प्रोजेक्ट कार्य- *धारिता नापने के विभिन्न बर्तनों से बच्चों का परिचय कराएँ तथा उनके चित्र बनवाएँ।*

अभ्यास

1. 1 लीटर के बर्तन को पानी से भरने के लिए –

(क) 50 मिली के बर्तन से कितनी बार में भरेंगे ?

(ख) 250 मिली के बर्तन से 3 बार भरने के बाद, 50 मिली के बर्तन से पानी भरने पर बर्तन कितनी बार में पूरा–पूरा भर जाएगा ?

(ग) यदि 50 मिली के बर्तन से 12 बार पानी डालें तो शेष भाग 200 मिली के बर्तन से कितनी बार में भर जाएगा ?

2. रिक्त स्थान की पूर्ति करो–

	घन मी0	घन सेमी	लीटर
क	2	....	2000
ख	....	....	500
ग	....	11000	....

3. नीचे दिये गये प्रश्नों में खाली जगह को भरो –

(क) लम्बाई x .... x ऊँचाई = आयतन

(ख) लम्बाई x चौड़ाई x .... = आयतन

(ग) 2 मी x .... x 3 मी = 12 घन मी

(घ) 4 मी x 4 मी x .... = 64 घन मी

4. पानी की एक टंकी अन्दर से 1.5 मीटर लम्बी, 50 सेमी चौड़ी तथा 75 सेमी ऊँची है। टंकी की धारिता ज्ञात करो।

5. एक गत्ते के डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई 10 सेमी है। उसका आयतन ज्ञात करो।

6. एक बर्तन की धारिता 1.5 लीटर है उसकी लम्बाई 10 सेमी, चौड़ाई 15 सेमी है तो ऊँचाई कितनी होगी। ?

19.समय सारिणी(Time)

19 समय सारिणी (Time)

AK2357

आपने दिन भर में कौन–कौन से कार्य किए ? उनकी सूची बनाएँ और देखें कि कार्य कब शुरू किए ? कब समाप्त किए और उनमें कितना समय लगा ?

यह सूची ही हमारे दिन भर के कार्यों की समय–सारिणी है। इसी तरह हम सप्ताह, महीने और वर्ष भर के कार्यों की सूची बना सकते हैं। जिसे देखकर यह तुरन्त ही पता लग सकता है कि हम किस दिन, किस समय कौन सा कार्य करेंगे।

इसी तरह रेलगाड़ियों के नाम व नम्बर, उनके आने–जाने के समय तथा मार्ग पर पड़ने वाले स्टेशनों की जानकारी के लिए रेलवे भी समय–सारिणी बनाता है। इस सारिणी के द्वारा हम ट्रेन संख्या, आरम्भ–गन्तव्य स्टेशन, आगमन व प्रस्थान आदि के विषय में जानकारी प्राप्त कर सकते हैं। नीचे उत्तर रेलवे की एक समय–सारिणी दी गई है।

रेलवे समय–सारिणी (नई दिल्ली)

दिल्ली–गाजियाबाद–मेरठ–सहारनपुर मार्ग

ट्रेन नं०	ट्रेन का नाम	कहाँ से	कहाँ तक	आगमन	प्रस्थान
54539	पैसेन्जर	हजरत निजामुद्दीन	अम्बाला कैंट	03.30	03.45
12017	शताब्दी	नई दिल्ली	देहरादून	-	06.50
19565	उत्तरांचल एक्सप्रेस	ओखा	देहरादून	10.40	11.00
14681	एक्सप्रेस	नई दिल्ली	जालन्धर सिटी	-	14.45
12035	जनशताब्दी	नई दिल्ली	देहरादून	-	15.25
54411	पैसेन्जर	दिल्ली	मेरठ कैंट	17.45	18.15
54473	पैसेन्जर	दिल्ली	सहारनपुर	18.35	18.55
12205	ए०सी०(सु०फा०)	नई दिल्ली	देहरादून	-	23.55

देखो :

- हर सारिणी का एक शीर्षक होता है जिससे रेलमार्ग की जानकारी मिलती है। जैसे इस सारिणी में दिल्ली, गाजियाबाद, मेरठ, सहारनपुर रेल मार्ग पर नई दिल्ली रेलवे स्टेशन का विवरण दिया गया है।
- सारिणी में पहले ट्रेनों का नम्बर व उनके नाम लिखे हैं।
- बीच के स्तम्भ में आरम्भ और गन्तव्य स्टेशन (कहाँ से – कहाँ तक) के बारे में लिखा है।
- पाँचवें स्तम्भ को देखकर हम यह पता कर सकते हैं कि ट्रेन कितने बजे आयेगी।

- छठे स्तम्भ को देखकर हम ट्रेन के प्रस्थान (जाने का) समय को जान सकते हैं। सारिणी देखकर और क्या–क्या पता कर सकते है ? ....

स्वयं करो– उक्त सारिणी को देखकर बताओ –

- 12017 किस रेलगाड़ी का नम्बर है ?
- उत्तरांचल एक्सप्रेस कहाँ से प्रारम्भ होकर कहाँ तक जाती है ?
- रेलगाड़ी संख्या 12055 का नई दिल्ली से प्रस्थान समय बताओ।

भारतीय रेल की तरह राज्यों की अपनी बस सेवा भी है। रेलों की तरह बसों की भी समय–सारिणी होती है जिसमें सभी आवश्यक सूचनाएँ होती हैं।

सारिणियों को देखो –

सारिणी –1

क्रमांक	मार्ग	प्रस्थान
1.	लखनऊ – अयोध्या	6:30, 7:30, 8:15, 9:00
2.	लखनऊ – कानपुर	6:30, 7:15, 8:30, 9:50, 11:15, 12:30, 13:15, 14:00, 14:30, 15:30, 17:15, 18:30, 19:15, 20:00, 21:30
3.	लखनऊ–इलाहाबाद	6:30, 7:00, 7:45, 8:45, 9:15, 9:30, 10:30, 12:20, 16:00, 17:30, 18:30
4.	लखनऊ–गोरखपुर	7:00, 8:00, 9:15, 9:30, 10:15, 12:30, 14:00, 15:30, 17:00, 19:20, 20:30, 22:30
5.	लखनऊ–वाराणसी	6:30, 7:45, 8:30, 10:15, 11:00, 18:30, 19:00, 20:30, 21:00, 22:30

सारिणी– 2

क्रमांक	मार्ग	दूरी	किराया
1.	लखनऊ – बरेली	260	331.00
2.	लखनऊ – कानपुर	87	149.00
3.	लखनऊ–इलाहाबाद	204	187.00
4.	लखनऊ–गाजियाबाद	504	550.00
5.	लखनऊ–दिल्ली	520	564.00
6.	लखनऊ–सीतापुर	90	137.00
7.	लखनऊ–गोरखपुर	284	394.00
8.	लखनऊ–बहराइच	133	213.00
9.	इलाहाबाद–सुल्तानपुर	110	109.00
10.	इलाहाबाद–वाराणसी	125	137.00

इसे देखकर पता चलता है –

- एक स्थान से दूसरे स्थान को जाने वाली बसों का मार्ग – सारिणी–1 स्तम्भ : 2
- जाने वाली बसों का समय – सारिणी–1, स्तम्भ : 3
- एक स्थान से दूसरे स्थान की दूरी – सारिणी–2, स्तम्भ : 3
- बसों का किराया – सारिणी–2 , स्तम्भ : 4

शिक्षक कुछ और सारिणी लेकर उन पर भी चर्चा करें।

हम सीख गए

- [illegible]
- [illegible]

अभ्यास

1. नीचे दी गई रेलवे समय सारिणी को देखकर उस पर आधारित प्रश्नों के उत्तर दो –

प्रयागराज जंक्शन

प्रयागराज – लखनऊ रेल मार्ग

ट्रेन नम्बर	ट्रेन का नाम	आगमन
14512	गोमती एक्सप्रेस	09:50
14116	इलाह. हरिद्वार एक्सप्रेस	05:00
14216	गंगा गोमती एक्सप्रेस	22:15
14370	त्रिवेणी एक्सप्रेस	20:35

(क) उपर्युक्त सारिणी किस मार्ग से सम्बन्धित है ? ....

(ख) गंगा गोमती एक्सप्रेस ट्रेन का नं0 क्या है ? ....

(ग) ट्रेन नं0 14370 का प्रयागराज आने का समय क्या है ?....

(घ) 14512 किस ट्रेन का नम्बर है ?..............................

2. पाठ में बस की समय–सारिणी देखकर बताओ –

(क) लखनऊ से कानपुर जाने के लिए कितनी बसें हैं ? ....

(ख) लखनऊ से वाराणसी के लिए बसें कब–कब जाती हैं।......

(ग) कानपुर से लखनऊ की दूरी कितनी है ?......................

(घ) लखनऊ से प्रयागराज की दूरी कितनी है ?...................

(ङ) कानपुर से लखनऊ का किराया कितना है ? ....

20.आँकड़े(Data)

20 आँकड़े (Data)

किसी सप्ताह एक प्राथमिक विद्यालय में मध्याह्न भोजन ग्रहण करने वाले छात्रों की संख्या निम्नवत है –

सारिणी

क्र.सं.	दिन	मध्याह्न भोजन ग्रहण करने वाले छात्रों की संख्या
1.	सोमवार	120
2.	मंगलवार	110
3.	बुधवार	132
4.	बृहस्पतिवार	103
5.	शुक्रवार	98
6.	शनिवार	115

शिक्षक – साहिल किस दिन सर्वाधिक बच्चों ने मध्याह्न भोजन ग्रहण किया ?

साहिल – बुधवार को सर्वाधिक 132 बच्चों ने मध्याह्न भोजन ग्रहण किया।

शिक्षक – बहुत अच्छा ! महेश मध्याह्न भोजन ग्रहण करने वाले बच्चों की संख्या किस दिन सबसे कम थी ?

महेश – शुक्रवार को सबसे कम 98 बच्चों ने मध्याह्न भोजन ग्रहण किया।

शिक्षक – मीना यह जानकारी हमें कैसे मिली ?

मीना – सारिणी में देखकर और तुलना करके जानकारी प्राप्त हुई।

सारिणी में प्रस्तुत आँकड़ों को और सरलता से समझने के लिए आँकड़ों को चित्रात्मक रूप में भी प्रस्तुत किया जाता है। इसे स्तम्भ या दण्ड आरेख अथवा चित्रों (पिक्टोग्राफ) के माध्यम से भी दिखाया जाता है।

आओ देखें–

शिक्षक – राधिका, दण्ड आरेख को देखकर सप्ताह के दिनों को, बच्चों की घटती संख्या के अनुसार बताओ ।

राधिका– बुधवार > सोमवार > शनिवार > मंगलवार > बृहस्पतिवार > शुक्रवार ।

शिक्षक – बहुत अच्छा ! तुमने इतनी जल्दी कैसे बता दिया ?

राधिका– दण्ड आरेख में स्तम्भ की ऊँचाई देखकर ।

(दण्ड आरेख)

हमने देखा –

- सारिणी के रूप में दिए गए आँकड़े को स्तम्भ या दण्ड आरेख के रूप में दिखाया जा सकता है।
- स्तम्भ या दण्ड आरेख वास्तव में आयताकार पट्टियाँ हैं। ये पट्टियाँ समान चौड़ाई की होती हैं। इन्हें एक दूसरे से समान दूरी पर बनाया जाता है। इनका चित्रण ग्रॉफ पेपर पर सरलता से किया जा सकता है।

  दण्ड चित्र में बुधवार का दण्ड सबसे ऊँचा है। इसका अर्थ हुआ कि बुधवार को मध्याह्न भोजन करने वाले छात्रों की संख्या सर्वाधिक है।

इसे भी समझें –

देवेश की गाय द्वारा पिछले एक सप्ताह में दिए गए दूध की मात्रा सारिणी में देखो –

दिन	रविवार	सोमवार	मंगलवार	बुधवार	बृहस्पतिवार	शुक्रवार	शनिवार
दूध की मात्रा (ली० में)	5	6	5	4	7	6	5

शिक्षक विभिन्न उदाहरणों द्वारा स्तम्भ चित्र एवं पिक्टोग्राफ बनाने का अभ्यास करायें।

आओ इसे चित्र (पिक्टोग्रॉफ) द्वारा भी व्यक्त करें –

शिक्षक – सुखविन्दर किस दिन देवेश की गाय ने सर्वाधिक दूध दिया ?

सुखविन्दर– बृहस्पतिवार को 7 लीटर।

शिक्षक – तुमने कैसे जाना ?

सुखविन्दर– बृहस्पतिवार के सामने सबसे ज्यादा कैन है। उसकी संख्या 7 है।

शिक्षक – लगता है कि तुमने गिनने से पहले ही जान लिया था कि बृहस्पतिवार को सबसे ज्यादा दूध मिला है।

सुखविन्दर– हाँ !

शिक्षक – बहुत अच्छा ! साहिल किस–किस दिन गाय ने 5 लीटर दूध दिया।

साहिल – रविवार, मंगलवार एवं शनिवार।

शिक्षक – शाबाश ! तुमने कैसा जाना ?

साहिल – चित्र में कैन की संख्या गिनकर।

हमने देखा –

- सारिणी में दिए गए आँकड़े को प्रतीक चित्र के रूप में दिखाना पिक्टोग्रॉफ कहलाता है।
- दण्ड आरेख एवं पिक्टोग्राफ द्वारा आँकड़े का विश्लेषण सरल हो जाता है।

स्वयं करो–

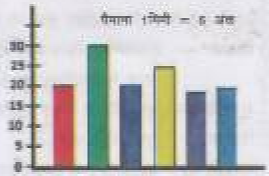
कक्षा 5 की छमाही परीक्षा में मोती के विभिन्न विषयों के प्राप्तांक निम्नलिखित सारिणी एवं दण्ड आरेख में दिए गए हैं–

सारिणी

विषय	हिन्दी	गणित	अंग्रेजी	विज्ञान	सा0 विषय	संस्कृत
प्राप्तांक	20	28	20	25	18	20

निम्न प्रश्नों का उत्तर दो –

1. मोती को सबसे ज्यादा अंक किस विषय में मिले है ?
2. मोती को किन विषयों में बराबर–बराबर अंक मिले हैं ?
3. मोती ने गणित विषय में अंग्रेजी से कितने ज्यादा अंक प्राप्त किए हैं ?



हम सीख गए

- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

अभ्यास

1. किसी गाँव में वाहनों की संख्या नीचे सारिणी में दी गई है।

वाहन	साइकिल	स्कूटर	मोटर साइकिल	कार	ट्रैक्टर	बस
संख्या	30	10	25	6	12	3

इसे दण्ड आरेख के रूप में दिखाओ।

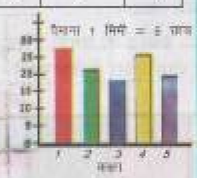
2. किसी कक्षा में 5 बच्चों के पास उपलब्ध पुस्तकों की संख्या दी गई है।

नाम	रमेश	दिवाकर	सुषमा	मंजरी	रूबिया
पुस्तकों की संख्या	4	6	5	5	7

इसे पिक्टोग्राफ के रूप में दिखाओ।

3. दिए गए दण्ड आरेख को देखो और प्रश्नों के उत्तर दो–

क. सबसे ज्यादा छात्र किस कक्षा में है?
ख. सबसे कम छात्र किस कक्षा में है ?
ग. छात्र संख्या के आधार पर कक्षाओं को बढ़ते क्रम में व्यवस्थित करो ।



वर्ग

भारतीय प्राचीन गणितीय विधि

इस विधि द्वारा हम दो अंकों की संख्या का वर्ग ज्ञात करते हैं।

जैसे– 41 का वर्ग ज्ञात करना है।

प्रथम चरण– सर्वप्रथम दी गई संख्या के दहाई के अंक का वर्ग सबसे बाँये भाग में लिखते हैं।

द्वितीय चरण – बीच के भाग में दहाई और इकाई के अंकों के गुणनफल को दो बार लिखकर जोड़ते हैं।

4x4	4 x 1	1x1
	4 x 1	
16	8	1

या 1681

तृतीय चरण– सबसे दाहिने भाग में इकाई के अंक का वर्ग करके लिखते हैं।

इस प्रकार $41^2 = 1681$

क्रम (पैटर्न) पहचानो –

444	555	666	777
30500	31000	31500	32000

दिए गए क्रम (पैटर्न) को समझो और पूरा करो –

3333	4444	5555	....
5000	6000	7000	....
30001	30002	....	....
40000	41000	42000	....
65000	70000	....	80000

कितना सीखा – 5

1. सरल करो –

(क) 8078 X 307 (ख) 2891 X 269 (ग) 8490249 ÷ 879

(घ) 9576081 + 77896 + 891279 (ङ) 9054000 – 7598796

2. बदलो –

(क) 0.379 को भिन्न में (ख) $17\frac{3}{9}$ को दशमलव में

(ग) $\frac{1}{7}$ तथा 0.47 को % में (घ) 3.6 हैक्टोमीटर को मीटर में

(ङ) 157600 मिमी को किमी में (च) 3 घण्टे को मिनट में

(छ) 2.5 एयर को वर्ग मी में (ज) 5.4 वर्गमी को वर्ग सेमी में

3. जूते का एक डिब्बा लेकर इसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई नापो। इसका परिमाप और आयतन ज्ञात करो।

4. एक लाख मतदाताओं में से 75500 मतदाताओं ने मतदान किया। कितने प्रतिशत मतदान हुआ ?

5. निम्नलिखित का आयतन ज्ञात करो –

(क) घन की एक भुजा 2.5 सेमी है।

(ख) घनाभ की लम्बाई 1.25 मी, चौड़ाई 0.75 मी तथा ऊँचाई 35 सेमी है।

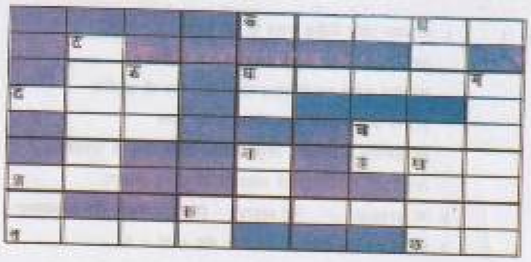
6. पानी की एक टंकी 3 मीटर लम्बी, 2 मीटर चौड़ी तथा 1.5 मीटर गहरी है। बताओ उसमें कितने लीटर पानी आएगा, जबकि 1 घनमीटर = 1000 लीटर।

7. साबुन की 8 टिकिया 81 रुपये की मिलती हैं। ऐसी ही 27 टिकिया खरीदने के लिए कितने रुपये चाहिए ?

8. विद्यालय की सभी कक्षाओं की एक माह की औसत उपस्थिति के प्रतिशत का विवरण दिया गया है। आँकड़ों को स्तम्भ चित्रों द्वारा प्रदर्शित करो –

कक्षा – 1	2	3	4	5
उपस्थिति (%)–80	90	100	95	96

9. वर्ग पहेली पूरा करो –



बाएँ से दाएँ

क. 6 अंकों की सबसे बड़ी संख्या

ख. 144 ÷ 12

ग. एक अंक की सबसे बड़ी सम संख्या

घ. 84529 – 62101

ङ. घन का आयतन जिसकी भुजा 8 मी लम्बी हो।

च. 1500 का 15%

छ. जितने अंश का होता समकोण

झ. 12 और 8 का ल०स०

ञ. एक सप्ताह में जितने घण्टे

ड. 214x132

त. 813x3

ऊपर से नीचे

क. 2 अंकों की सबसे बड़ी संख्या

ख. 526 + 131 + 442

ग. 2242810 + 6210080

घ. 312 ÷ 13

ङ. 500 + 20 + 9

च. संख्या जिसके अंकों का योग 7 हो।

ज. वर्ग का क्षे० जिसकी एक भुजा 13 मी लम्बी हो।

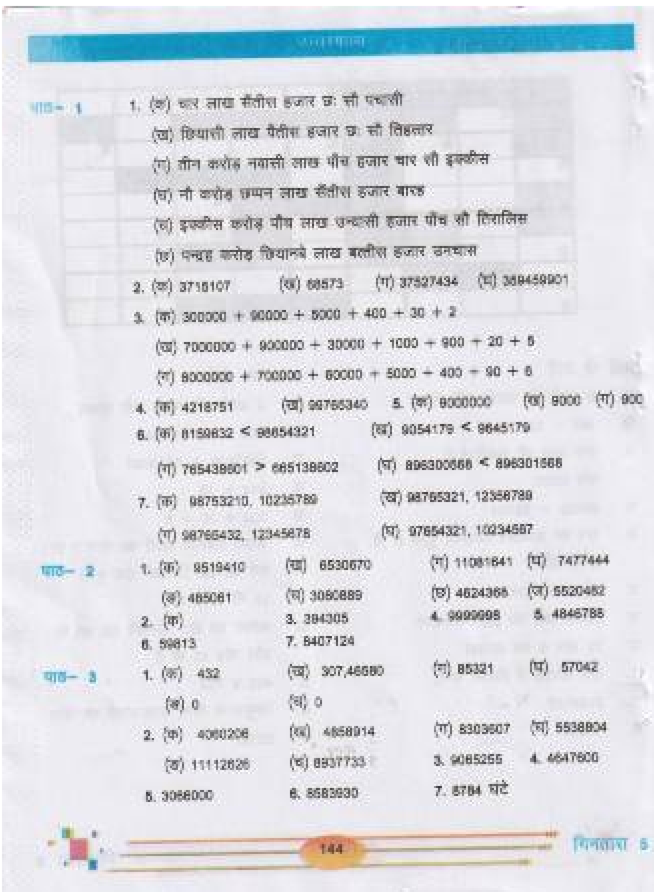
झ. आयत का क्षे० जिसकी ल० 56 मी और चौ० 12 मी है

ट. 462 x 750

ढ. त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग

थ. 221X2

उत्तरमाला



उत्तरमाला

पाठ– 1

1. (क) चार लाख सैंतीस हजार छः सौ पच्चासी
   (ख) छियासी लाख पैंतीस हजार छः सौ तिहत्तर
   (ग) तीन करोड़ नवासी लाख पाँच हजार चार सौ इक्कीस
   (घ) नौ करोड़ छप्पन लाख सैंतीस हजार बारह
   (ङ) इक्कीस करोड़ पाँच लाख उन्यासी हजार पाँच सौ तिरालिस
   (छ) पन्द्रह करोड़ छियानवे लाख बत्तीस हजार उनचास
2. (क) 3716107 (ख) 68573 (ग) 37527434 (घ) 389459901
3. (क) 300000 + 90000 + 5000 + 400 + 30 + 2
   (ख) 7000000 + 900000 + 30000 + 1000 + 900 + 20 + 5
   (ग) 8000000 + 700000 + 60000 + 5000 + 400 + 90 + 6
4. (क) 4218751 (ख) 98765340
5. (क) 9000000 (ख) 9000 (ग) 900
6. (क) 8159832 < 98654321 (ख) 9054179 < 9645179
   (ग) 765439601 > 665139602 (घ) 896300668 < 896301668
7. (क) 98753210, 10235789 (ख) 98765321, 12356789
   (ग) 98765432, 12345678 (घ) 97654321, 10234567

पाठ– 2

1. (क) 9519410 (ख) 6530670 (ग) 11081641 (घ) 7477444
   (ङ) 485081 (च) 3080889 (छ) 4624366 (ज) 5520482
2. (क)
3. 394305
4. 9999998
5. 4846785
6. 59813
7. 8407124

पाठ– 3

1. (क) 432 (ख) 307,46680 (ग) 85321 (घ) 57042
   (ङ) 0 (च) 0
2. (क) 4060206 (ख) 4858914 (ग) 8303607 (घ) 5538804
   (ङ) 11112626 (च) 8937733
3. 9085255
4. 4647600
5. 3066000
6. 8583930
7. 8784 घंटे

पाठ– 4

1. (क) 3831,61 (ख) 19191, 202 (ग) 7456,443 (घ) 1822,360
(ङ) 246291, 240 (च) 138311, 543 2. 515 पेटियाँ 3. 194696
4. 77 किलोग्राम एवं 1 किग्रा 5. 500 6. 90090,69 7. 25 सीटें

पाठ– 5

1. क, ख 2. (क) 2 (ख) 0 (ग) 0
3. 6 4. 10 5. 120 6. 112 7. 120 सेकेण्ड

कितना सीखा–1

1. (क) 8823272 (ख) 8362672 (ग) 3514342 (घ) 676733
(ङ) 83436 (च) 1799682 (छ) 41674, 149 (ज) 2862, 285
2. सबसे बड़ी–986321, सबसे छोटी–123689, 862632 3. 9610 4. 4785632
5. ग 6. 745 7. 65 8. 3456 रुपये 9. 16800 रुपये
10. 20000 बच्चे 11. 30 घंटे 12. (क) 5 (ख) 4 (ग) 1 (घ) 7
13. (क) 15 (ख) 200 (ग) 160 (घ) 75 14. 30
15. 15 16. 2 17. 2160

पाठ– 6

1. (क) 15 (ख) $101\frac{1}{2}$ (ग) 219 (घ) 105

2. (क) $1\frac{1}{27}$ (ख) $2\frac{2}{15}$ (ग) $16\frac{1}{14}$ (घ) $3\frac{3}{16}$

3. (क) $\frac{14}{15}$ (ख) $2\frac{1}{6}$ (ग) $11\frac{1}{4}$

4. (क) $\frac{5}{2}$ (ख) $\frac{15}{7}$ (ग) 0 (घ) $2\frac{1}{7}$

(ङ) 0 6. $\frac{1}{10}$

पाठ– 7

1. (क) $\frac{7}{16}$ (ख) $\frac{1}{3}$ (ग) $2\frac{71}{75}$ 2. $\frac{1}{12}$ भाग
3. (क) ✔ (ख) X (ग) X (घ) X

4. $\frac{1}{4}$ किग्रा 5. $\frac{2}{5}$ मीटर

पाठ- 8

1. (क) 3.85 (ख) 11.71 (ग) 3.757 (घ) 41.154
2. (क) 1.78, 2.43, 3.59, 5.76 (ख) 24.459, 25.453, 28.17, 28.173
3. (क) 8.53, 7.91, 7.89, 6.95 (ख) 45.63, 43.43, 43.351, 41.136
4. (क) 11.927 (ख) 91.91 (ग) 30.045
5. (क) 2 (ख) 2.1 (ग) 2.31
6. 15.?0 लीटर 7. 5.25 किमी

पाठ- 9

1. (क) 234.1 (ख) 3200 (ग) 37.68534 (घ) 0.9613 (च) 12.936 (छ) 17.5
2. 12.6 किमी
3. 52.15 किग्रा 4. 695.5 रुपये 5. 18 बोतलें, 0.7 लीटर
6. 20 7. 200 पैकेट

कितना सीखा-2

1. 3474 2. 7,23,511 3. 1400 रुपए 4. 70,574 5. 16
6. 35, 6, आपस में बराबर हैं। 7. $40\frac{1}{2}$ किमी0 8. 3 घण्टे 9. $8\frac{3}{4}$ मी0
10. 20 मी, 35 मी, 52 मी 11. 0.2 लीटर (200 मिली) 12. 25.725 किमी. 13. (ग)

पाठ-10

1. 13.5 रुपये 2. 760 रुपये 3. 10 घंटे 4. 22.5 किग्रा
5. 144 घंटे 6. 346.50 रुपये 7. (ख)

पाठ-11

1. (क) $\frac{7}{20}$ (ख) $\frac{7}{25}$ (ग) $\frac{1}{8}$ (घ) $\frac{3}{40}$
2. (क) $12\frac{1}{2}$ % (ख) $8\frac{1}{3}$ % (ग) 12% (घ) 42%
3. (क) 0.42 (ख) 0.358 (ग) 0.049 (घ) 0.118
4. (क) 34.2% (ख) 68% (ग) 77% (घ) 31.5%
5. (क) 525 मिली (ख) 44मिनट (ग) 1मीटर 8होगी (घ) 8रुपये 40पैसे
6. $68\frac{4}{7}$% 7. 1728 , 1872 8. 3

पाठ-12

1. लाभ 500रुपये , हानि 20 रुपये, क्रय मूल्य 1750, विक्रय मूल्य 520

2. हानि 3000 रुपये 3. 300 रुपये 4. लाभ 12 रुपये 5. 9600रुपये

6. 8000रुपये

पाठ-13

1.(क) 70 रुपये, (ख) 250 रुपये 2. 21750 रुपये 3. 18200 रुपये

4. 5440 रुपये

कितना सीखा-3

1. 86100, 10068 2. (क) 16 (ख) 7 3. 15 4. 720

5. (क) $\frac{1}{2}$ (ख) $2\frac{2}{7}$ (ग) $\frac{4}{5}$ 6. 0.7, 2.9, 3.1, .043

7. (क) $\frac{1}{5}$ (ख) $\frac{1}{20}$ (ग) $\frac{5}{6}$ (घ) $1\frac{1}{4}$ 8. (क) 2.3 (ख) 1641

9. 40 रुपये 10. 75 प्रतिशत 11. (क) लाभ = 90 रुपये

(ख) विक्रय मूल्य = 580 रुपये (ग) क्रय मूल्य = 13000.00 रुपये

12. 112.50 रुपये 13. (क) 166.32 (ख) 137.77 (ग) 16465 (घ) 159743964

14. ख

पाठ-14

1. (i) 3, ∠ खकग, ∠ कखग, ∠ खगक

(ii) 4, ∠ दअब , ∠ अबद, ∠ बसद, ∠ सदअ

(iii) 9, ∠ चकख, ∠ कखग, ∠ खगघ, ∠ गघच, ∠ घचक, ∠ चकग, ∠ गकख, ∠ कगघ, ∠ खगक

2. (क) अधिक कोण (ख) न्यूनकोण (ग) समकोण (घ) शून्यकोण

(च) वृहतकोण (छ) सम्पूर्णकोण (ज) अधिक कोण (झ) ऋजुकोण

(ट) वृहतकोण (ठ) वृहतकोण

3. (क) न्यूनकोण (ख) अधिक कोण (ग) वृहतकोण (घ) वृहतकोण

पाठ-15

1. समकोण त्रिभुज-1, 2 न्यूनकोण त्रिभुज-3, 4 अधिक कोण त्रिभुज-5

2. (क) 70° (ख) 110° (ग) 50°

3. (क) 3, 3, 3 (ख) 180° (ग) अधिक (घ) कम

पाठ–16 1. केन्द्र–क, व्यास–गघ, त्रिज्या– कख, चाप–चछज, परिधि–वृत्त के पूरे चक्कर की लम्बाई 3. 8 सेमी

कितना सीखा–4

1. 1320 मी 2. (क) न्यूनकोण (ख) न्यूनकोण (ग) न्यूनकोण (घ) अधिक कोण (ङ) अधिक कोण (च) समकोण 4. 80°, 45°, 120°, 180°, 85°

6. 15730 रुपये 7. (1) 40° (2) 80° (3) 40° (4)180°

पाठ–17 1. (क) 0.34वर्ग मीटर (ख) 0.14 वर्ग मीटर

(ग) 112.5 वर्ग सेमी (घ) 56.25 वर्ग सेमी

2. (क) 0.075 वर्ग मीटर, 750 वर्ग सेमी (ख) 1.5 वर्ग मीटर, 15000 वर्ग सेमी

(ग) 1.5 वर्ग मीटर, 15000 वर्ग सेमी

3. 300 टुकड़े, 750 रुपये 4. 170 वर्ग मीटर

5. 2500 वर्ग मीटर, 1250 रुपये

पाठ–18 1.(क) 20 बार (ख) 5 बार (ग) 2 बार

2.(क) 2000000 (ख) 0.56 (ग) 0.011,11

3. (क) चौड़ाई (ख) ऊँचाई (ग) 2 सेमी (घ) 4 मीटर

4. 0.5625 घन मीटर या 562.5 लीटर 5. 1000 घन सेमी 6. 10 सेमी

पाठ–19 1.(क) इलाहाबाद– लखनऊ मार्ग (ख) 14216 (ग) 20 : 35

(घ) नौचन्दी एक्सप्रेस 2. (क) 15

(ख) 6:30, 7:45, 8:30, 10:15, 11:00, 16:30, 18:00, 20:30, 21:00, 22:30

(ग) 87 किमी (घ) 204 किमी (ङ) 149 रुपये

पाठ–20 3. (क) 1 (ख) 3 (ग) 3 < 5 < 2 < 4 < 1

कितना सीखा–5

1. (क) 2479646 (ख) 777679 (ग) 12504, शेष 33 (घ) 10546256 (ङ) 1455204 2. (क) 379 / 1000 (ख) 17.333...

(ग) 14.28 % तथा 47 % (घ) 360 मी (ङ) .157800 किमी (च) 180 मिनट (छ) 250 वर्गमी (ज) 54000 वर्ग सेमी

4. 75.5 % 5. (क) 15.625 घनसेमी (ख) 3281.25 घनसेमी

6. 9000 लीटर 7. 364.50 रुपये